

Unverkäufliche Leseprobe

Alle Rechte vorbehalten. Die Verwendung von Text und Bildern, auch auszugsweise, ist ohne schriftliche Zustimmung des Verlags urheberrechtswidrig und strafbar. Dies gilt insbesondere für die Vervielfältigung, Übersetzung oder die Verwendung in elektronischen Systemen.

S. FISCHER



Josef M. Gaßner, Astronom, Mathematiker, Physiker, Kosmologe und Grundlagenforscher, hat an der LMU München in theoretischer Astrophysik promoviert. Er ist Lehrbeauftragter für Naturwissenschaft, Astronomie und Kosmologie an der Hochschule für angewandte Wissenschaft in Landshut. Sein Anliegen ist es, physikalische Themen einem breiten Publikum zu vermitteln. Gemeinsam mit Harald Lesch schrieb er 2012 den großen Erfolg »Urknall, Weltall und das Leben«, zu dem es eine eigene Website und einen YouTube-Kanal gibt. Das vorliegende Buch basiert auf einer Vorlesungsreihe, die in über 50 YouTube-Videos bereits mehrere Millionen Aufrufe verzeichnet.

Jörn Müller ist Physiker und hat am Deutschen Elektronensynchrotron »DESY« auf dem Gebiet Festkörperphysik promoviert. Er arbeitete in Forschungs- und Entwicklungsabteilungen im Bereich Optik und Elektrofotografie sowie an der Entwicklung von Hochenergielasern. Nach einem Studium der Astronomie war er freiberuflich am Institut für Astronomie und Astrophysik an der Universität München tätig. Gemeinsam mit Harald Lesch schrieb er fünf Bücher zum Thema Kosmologie, darunter den Longseller »Kosmologie für Fußgänger«.

Weitere Informationen finden Sie auf www.fischerverlage.de

Josef M. Gaßner/Jörn Müller

Können wir die Welt verstehen?

Meilensteine der Physik
von Aristoteles zur Stringtheorie

Mit einem Vorwort
von Harald Lesch

S. FISCHER



Originalausgabe

Erschienen bei S. FISCHER

4. Auflage 2020

© 2019 S. Fischer Verlag GmbH,
Hedderichstr. 114, D-60596 Frankfurt am Main

Umschlaggestaltung:
Andreas Heilmann und Gundula Hißmann, Hamburg
nach einer Vorlage von Mustafa Basaran, It-Prisma

Umschlagabbildung:
© LUNCH/CC BY-SA 2.5 CC BY-SA und Shutterstock

Satz: Dörlemann Satz, Lemförde
Druck und Bindung: CPI books GmbH, Leck

Printed in Germany
ISBN 978-3-10-397481-2

Inhalt

Vorwort Harald Lesch	11
Prolog – Können wir die Welt verstehen?	15
1 Himmelsmechanik – Vom Mythos zum Logos	27
1.1 Scheibe von Nebra. Wie erstellt man einen Kalender?	27
1.2 Aristoteles, Aristarch und Eratosthenes. Welche Form hat unser Planet, und wie groß ist er? . . .	31
2 Klassische Mechanik – auf den Schultern von Riesen	43
2.1 Kopernikus, Brahe und Kepler. Alles dreht sich – aber um was eigentlich?	43
2.2 Galilei. Wie fallen Körper zu Boden?	54
2.3 Newton und Cavendish. Wie wirkt Gravitation auf Massen?	70
2.4 Newton und seine geometrischen Beweise. Es geht auch ohne höhere Mathematik	81
2.5 Römer. Wie schnell ist das Licht?	91
2.6 Potential und Lagrange-Punkte. Wie spüren entfernte Körper die Gravitation?	95
2.7 Spektralanalyse – der kosmische Code. Was sehen wir da draußen? Woraus besteht das alles?	113
2.8 Planck und Wien. Wie messen wir Temperatur im Universum?	122
2.9 Leavitt und Chandrasekhar. Wie weit sind Sterne und Galaxien von uns entfernt? . .	125
2.10 Prinzip der minimalen Wirkung. Wie funktioniert die Welt?	134

3	Elektromagnetismus.	
	Eine Entdeckung wird die Welt verändern	149
4	Woraus besteht die Welt? Aus Atomen!	166
4.1	Gibt es wirklich Atome?	
	Wenn wir sie doch nicht sehen?	172
4.2	Woraus bestehen die Atome? Geht es noch kleiner? . . .	179
4.3	Kann man Atome spalten?	
	Eine Frage erschüttert die Menschheit.	181
5	Spezielle Relativitätstheorie.	
	Wie addieren sich Geschwindigkeiten?	185
5.1	Bezugssysteme. Sieht die Welt für alle gleich aus?	185
5.2	Lichtgeschwindigkeit.	
	Gibt es ein Tempolimit im Universum?	188
5.3	Lorentzfaktor.	
	Was passiert bei sehr hohen Geschwindigkeiten?	189
5.4	Experimente und Beobachtungen.	
	Wie kann man die Spezielle Relativitätstheorie testen?	198
5.5	Zeitreisen.	
	Kann man in die Vergangenheit oder die Zukunft reisen?	200
5.6	$E = m \cdot c^2$. Wie viel wiegt Energie?	208
6	Allgemeine Relativitätstheorie.	
	Kann man die Gravitation geometrisch verstehen?	220
6.1	Äquivalenzprinzip.	
	Kann man Raum und Zeit krümmen?	220
6.2	Dimensionen. Was ist das, und wie viele davon gibt es?	232
6.3	Einsteinsche Feldgleichung. Was ist ein Tensor?	233
6.4	Zeitdilatation und Schwarzschildradius.	
	Wie verändern sich Raum und Zeit im Gravitationsfeld?	241
6.5	Schwarzschildmetrik.	
	Was passiert am Ereignishorizont Schwarzer Löcher?	252
6.6	Experimente und Beobachtungen.	
	Wie wurde die Allgemeine Relativitätstheorie bestätigt?	260

6.7	Eigenzeit. Gibt es auch in der ART ein Extremalprinzip?	275
6.8	Geodäte. Wenn es keine Kraft ist, was drückt uns dann zu Boden?	280
7	Quantenmechanik.	
	Alles kann – nichts muss	285
7.1	Plancksches Wirkungsquantum. Gibt es kleinste Portionen von allem?	285
7.2	Fermatsches und Huygenssches Prinzip. Ist Licht eine Welle?	299
7.3	Doppelspalt. Erster Akt.	308
7.4	Photoeffekt und Compton-Streuung. Das Teilchen schlägt zurück.	315
7.5	Wellenfunktion und Schrödingers Katze. Gott würfelt nicht, aber er ist ein Hüchenspieler	325
7.6	Schrödingergleichung und Tunneleffekt. A bisschen was geht immer	339
7.7	Pauliprinzip – Orbitale – Kernmodell. Warum fallen Orangen nicht durch Tische?	351
7.8	Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation. Wie genau kann man etwas messen?	371
7.9	Quantenfluktuationen – Casimir-Effekt – Lamb-Verschiebung. Im Nichts ist einiges los!	377
7.10	Zeitabhängige Schrödingergleichung. Die Welt beginnt sich zu drehen	382
7.11	Bohmsche Mechanik und Multiversen. Kann man Quantenmechanik auch anders verstehen?	400
7.12	Quantenradierer. Kann man die Vergangenheit ändern?	407

8	Quantenelektrodynamik.	
	Wie wechselwirkt Licht mit Materie?	416
8.1	Fermat reloaded.	
	Woher kennen Photonen den schnellsten Weg?	418
8.2	Reflexion am Spiegel.	
	Einfallswinkel gleich Ausfallswinkel?	425
8.3	Elektromagnetische Strahlung.	
	Fliegen Photonen geradeaus?	433
8.4	Pfadintegralformalismus. Nichts ist unmöglich	441
8.5	Doppelspalt reloaded. Endlich Antworten!	462
8.6	Rotverschiebung reloaded. Drei auf einen Streich	464
8.7	Zweite Quantisierung. Vom Feld zum Quantenfeld	471
8.8	Renormierung und Vakuum. Wie viel ist nichts?	481
8.9	Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante.	
	Woher kommt diese Zahl?	494
8.10	Feynman-Diagramme. Bildchen statt Mathematik.	507
8.11	Anomales magnetisches Moment.	
	Wie genau stimmt das alles eigentlich?	514
9	Quantenchromodynamik (QCD).	
	Was hält die Atomkerne zusammen?	524
9.1	Quarks und Farbladung. Jetzt wird's bunt!	525
9.2	Confinement und asymptotische Freiheit.	
	Gibt es einzelne Quarks?	538
10	Quantenflavourdynamik (QFD). Wie zerfallen Teilchen?	548
11	Standardmodell. Der große Wurf?	562
11.1	Eichsymmetrie und Noethertheorem.	
	Noch ein Abstraktionsgrad höher	563
11.2	Gruppentheorie. Mathematik verleiht Flügel	569
11.3	Higgsmechanismus.	
	Masse oder nicht Masse, das ist hier die Frage!	576
11.4	CPT-Invarianz.	
	Funktioniert unser Weltbild auch im Spiegel betrachtet?	589

12	Jenseits des Standardmodells. Auf zu neuen Ufern!	599
12.1	Große vereinheitlichte Theorie. Lässt sich die Welt mit nur einer Kraft beschreiben? . . .	599
12.2	Supersymmetrie. Hat jeder Topf seinen Deckel?	603
12.3	Dunkle Materie und Dunkle Energie. Was wir wissen, ist ein Tropfen – was wir nicht wissen, ein Ozean	608
12.4	Weltformel. Gibt es eine Gleichung, die alles beschreibt?	628
12.5	Quantengravitation. Lässt sich die Gravitation quantisieren?	633
12.6	Stringtheorie. Besteht die Welt aus schwingenden Fäden?	636
13	Epilog	648
Einschübe		
	Infinitesimalrechnung	60
	Zwillingsparadoxon	203
	Newtonscher Grenzfall	245
	Plancksches Strahlungsgesetz	289
	Komplexe Zahlen	389
	Rechnen mit Unendlichkeiten	455
	Fourier-Entwicklung	468
Anhang		
	Dank	653
	Register	654
	Bildnachweis	671

1. Himmelsmechanik

Vom Mythos zum Logos

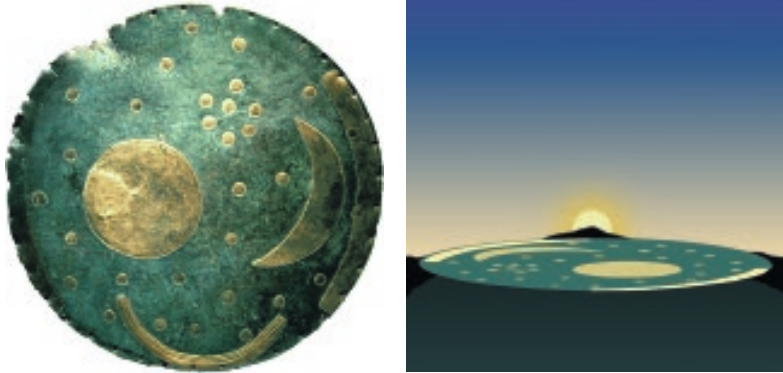
1.1 Scheibe von Nebra

Wie erstellt man einen Kalender?

Wer jetzt gemäß dem Untertitel des Buches den »Auftritt« von Aristoteles erwartet hat, wird sich verwundert die Augen reiben. Es kommt halt immer anders, als man denkt. Denn entgegen unserer Ankündigung beginnen wir nicht mit dem berühmten griechischen Philosophen und Naturforscher, sondern mit einer Geschichte, die sich auf dem Gebiet des heutigen Sachsen-Anhalt zugetragen hat. Doch der Reihe nach.

Spekulieren wir einmal, was die Menschen vor einigen tausend Jahren umgetrieben haben mag. Auch wenn sie noch keine schlüssigen Theorien zu all dem zu entwickeln vermochten, was sich »da draußen« zutrug, dürfte es ihnen gleichwohl wichtig gewesen sein, sich Fixpunkte im Lauf der Jahreszeiten zu schaffen, an denen sie sich zeitlich orientieren konnten. Die richtige Beantwortung von Fragen wie »Wann tritt der Fluss wieder über die Ufer und schwemmt den nährstoffreichen Schlamm auf die Felder?« oder »Wann ist die rechte Zeit, um das Saatgut auszubringen?« war von essentieller Bedeutung. Wer hier das richtige »Timing« hatte, war im Vorteil. Man brauchte also etwas, anhand dessen man eine Prognose wagen konnte – kurz: Man brauchte etwas, das man heute Kalender nennt.

Die vermutlich erste derartige Darstellung des Himmels stammt wider Erwarten nicht von den Griechen und auch nicht von den Ägyptern, sondern, wir haben es schon angedeutet, aus dem heutigen Sachsen-Anhalt. Dort, in der Nähe des Städtchens Nebra im Tal der Unstrut, haben Raubgräber 1999 eine aus Bronze gefertigte, 32 Zentimeter große Scheibe gefunden (Abb. 1.1 links), deren Alter man auf 3700 bis 4100 Jahre datiert.



1.1 Die Himmelscheibe von Nebra. Sie besteht aus 2,3 kg Bronze und wird auf 2100 bis 1700 v. Chr. datiert. Geeignet justiert kennzeichnen ihre Goldapplikationen den Verlauf der Sonnenauf- und -untergänge (Bögen mit 82 Grad Öffnungswinkel, von denen nur einer erhalten blieb).

Auf dieser sogenannten Scheibe von Nebra sind mehrere markante Himmelskörper zu sehen. Am rechten Rand ist der Halbmond abgebildet, während die etwas aus der Mitte gerückte Scheibe links daneben vermutlich den Vollmond darstellt. Die sechs Plättchen aus Goldblech, die rechts oberhalb des Vollmondes einen Kreis bilden, mit einem weiteren Plättchen in ihrer Mitte, sind das sogenannte Siebengestirn – die mit bloßem Auge sichtbaren, leuchtkräftigsten Sterne des rund 440 Lichtjahre entfernten offenen Sternhaufens der Plejaden, zu dem insgesamt etwas mehr als tausend Sterne gehören. Dieses »Sternbild« hat man übrigens auch in anderen Kulturkreisen als etwas Besonderes angesehen. Der Beweis findet sich in den Höhlen von Lascaux, deren Wände neben anderen Zeichnungen auch ein Bild dieser herausragenden Sterngruppe schmückt. Die restlichen Plättchen auf der Scheibe symbolisieren weitere Sterne, die man jedoch bislang nicht eindeutig zuordnen konnte.

So weit, so gut, aber war das jetzt schon alles? Mitnichten! Zwar sieht man es der Scheibe nicht auf den ersten Blick an, doch ist sie auch ein Kalender, wenn auch ein etwas primitiver! Der Clou »versteckt« sich in den ursprünglich zwei am linken und rechten Rand eingelassenen (Horizont-)Bögen, die beide einen Winkel von

genau 82 Grad umfassen (der linke Horizontbogen wurde später wieder entfernt). Diese 82 Grad entsprechen exakt dem Bogen, den die Sonnenauf- bzw. Sonnenuntergangspunkte zwischen dem 21. Juni, der Sommersonnwende, und dem 21. Dezember, der Wintersonnwende, auf der geographischen Breite von Nebra am Horizont markieren.

Wie wurde der Kalender benutzt? Dazu muss man wissen, dass von einem kleinen Hügel aus gesehen, dem heute bewaldeten Mittelberg, die Sonne am 21. Juni genau hinter dem Brocken, dem höchsten Berg im Harz, untergeht. Damit lässt sich die Scheibe justieren. Man montiert sie waagrecht auf einem Stock und peilt täglich über den Rand des Sonnenuntergangsbogens auf den Brocken. Überschreitet der Sonnenuntergang den Rand des Bogens nicht mehr, hat man die sogenannte Sommersonnwende ermittelt, den 21. Juni. Die Ausrichtung der Scheibe darf jetzt nicht mehr verändert werden. Das nächste halbe Jahr wandert die untergehende Sonne Tag für Tag vom Brocken weg nach links bzw. nach Süden. Nach einem Vierteljahr, also am 21. September, ist sie genau auf der Hälfte des westlichen Horizontbogens angekommen, d. h., die Sichtlinie Auge – Scheibenmitte – Sonnenuntergangspunkt schneidet den Horizontbogen nun genau in der Mitte. Nach einem weiteren Vierteljahr steht die untergehende Sonne dann hinter dem linken Ende des Horizontbogens. Im Verlauf des folgenden Halbjahres wandert der Sonnenuntergangspunkt wieder zum Ausgangspunkt auf dem Horizontbogen zurück. Anhand der Stellung der untergehenden Sonne relativ zum Horizontbogen konnte man sich also jahreszeitlich ziemlich genau orientieren. Die Symbole für Plejaden und Mondsichel könnten auch ein Hinweis darauf sein, dass man anhand der Größe der Mondsichel am Nachthimmel vor den Plejaden den Zeitpunkt für einen Schaltmonat ermittelt hat, um Sonnenjahr (365 Tage) und Mondjahr (354 Tage) in Einklang zu halten. Es ist höchst eindrucksvoll, wie vertraut dem Konstrukteur der Scheibe das Geschehen am Himmel schon damals gewesen sein muss.

Wie der Landesarchäologe von Sachsen-Anhalt, Harald Meller, herausgefunden haben will, dürfte die Scheibe jedoch nur etwa

100 bis 150 Jahre in Gebrauch gewesen sein. Begründet wird das mit der Herkunft des für die Scheibe verwendeten Kupfers. Es soll aus Bischofshofen in Österreich stammen, wo man frühestens vor 3750 bis 3700 Jahren mit dem Abbau dieses Materials begonnen hat. Da die Scheibe vor rund 3600 Jahren vergraben wurde, verbleibt für ihre Nutzung nur die erwähnte Zeitspanne. Dass wir ausgerechnet hier den Startpunkt unserer Wanderung durch die Welt der Wissenschaft festlegen, mag stark abendländisch geprägt sein und wird den Leistungen beispielsweise chinesischer und arabischer Gelehrter nicht gerecht. Bitte sehen Sie uns das nach, wir sind keine ausgewiesenen Wissenschaftshistoriker und suchen einen möglichst geradlinigen Anstieg hinauf zu den Höhen der modernen Wissenschaftsdisziplinen.

Übrigens ist die Fund- und Entschlüsselungsgeschichte der Scheibe von Nebra auch ein Kriminalfall, der glücklicherweise gut ausging. Ein Kölner Händler hatte den beiden Raubgräbern bereits einen Tag nach der »Exhumierung« der Fundstücke 31 000 DM dafür bezahlt – im Glauben, es handle sich um ein Stück eines Schildes. Anschließend sollten Mittelsmänner die Scheibe in Berlin und München für eine Million DM an Interessenten loschlagen. Doch als bekannt wurde, dass die Scheibe Eigentum des Landes Sachsen-Anhalt ist, konnte man sie nur noch unter der Hand am Schwarzmarkt anbieten. Schließlich traf sich im Februar 2002 Landesarchäologe Meller in der Rolle eines Kaufinteressenten mit den Hehlern in einem Hotel in Basel. Ob er die geforderten 700 000 DM dabei hatte, wissen wir nicht. Tatsache ist jedoch, dass die Polizei die Hehler gleich im Hotel verhaftet hat.

1.2 Aristoteles, Aristarch und Eratosthenes

Welche Form hat unser Planet, und wie groß ist er?



Haben wir zu Beginn des Buches noch der Scheibe von Nebra den Vortritt gelassen, so kommen wir nun auf dem Weg zu unserem Weltbild an dem genialen Naturphilosophen Aristoteles nicht mehr vorbei. Gelebt hat er in der Zeit von 384 bis 322 v. Chr. Wie der griechische Philosoph Pythagoras, der knapp 200 Jahre vor Aristoteles geboren wurde, war auch er der Auffassung, dass die Erde eine Kugel ist. Begründet hat er diese Behauptung anhand folgender Überlegung: Alle Körper streben von allen Seiten gleichmäßig zum Mittelpunkt des Kosmos, und da die Erde den Mittelpunkt des Alls bildet, muss sie eine Kugel sein. Nun war zwar Aristoteles' Schlussfolgerung – zumindest in guter Näherung – richtig, allerdings steht sein »Beweis« doch auf sehr wackeligen Beinen, denn die Annahme, die Erde sei der Mittelpunkt des Alls, ist natürlich falsch! Ein schönes Beispiel dafür, wie man trotz falscher Voraussetzungen zum richtigen Ergebnis gelangen kann! Derartige Logiksprünge beruhen oft auf einem falschen Umkehrschluss, wie man an einem konkreten Beispiel leicht nachvollziehen kann: Die falsche Behauptung »Napoleon starb in Berlin« lässt den Schluss zu: »Er starb nicht in Paris.« Geschichtskundige wissen, dass das durchaus richtig ist – Napoleon starb auf St. Helena und somit tatsächlich nicht in Paris. Eine wahre Aussage am Ende einer Beweisführung führt also nicht zwangsläufig dazu, dass alle Annahmen auf dem Weg dorthin auch wahr sind. Derartigen »Scheinbeweisen« begegnet man hin und wieder auch in der Mathematik. Also: Aufpassen, wenn wir es später mit mathematischen Beweisen zu tun bekommen.

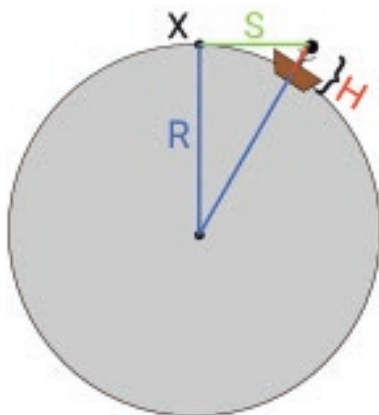


1.2 Aristoteles
(384–322 v. Chr.)

Zu Aristoteles' Ehrenrettung sollte man jedoch nicht vergessen, dass er noch weitere, sehr gute Argumente für die Kugelgestalt der Erde angeführt hat. Da ist zum einen die Beobachtung, dass in südlichen Ländern die südlichen Sternbilder höher am Hori-

zont stehen, und zum anderen das Phänomen, dass von einem auf dem Meer sich nähernden Schiff an der Küste zuerst nur die Mastspitzen am Horizont erblickt werden können. Da stellt sich doch gleich die Frage: Wie weit kann man denn, wenn die Erde eine Kugel ist, aus einer Höhe H über dem Erdboden sehen? Oder anders gefragt: In welcher Entfernung trifft unser Blick den Horizont?

Man kann das relativ einfach berechnen. Betrachten wir dazu Abb. 1.3. Dort steht ein Mann in einem Boot, seine Augen befinden sich in der Höhe H über der Wasseroberfläche.



1.3 Ein Matrose überblickt aus der Höhe H die Sichtlinie $S = \sqrt{2R} \cdot \sqrt{H}$ bis zum Horizont. Bei einem mittleren Erdradius $R = 6371$ km ergibt das rund 5 km.

Nun ziehen wir von der Höhe seiner Augen eine Gerade, die wir Sichtlinie S nennen, bis zum Horizont. Den Punkt, wo die Gerade S den Horizont berührt, bezeichnen wir mit X . Der Erdradius R beträgt 6371 Kilometer. Abb. 1.3 zeigt, dass die Strecken S und R im Punkt X einen rechten Winkel bilden, und somit gilt nach dem Satz von Pythagoras:

$$S^2 + R^2 = (R + H)^2 \quad (1.1)$$

Multiplizieren wir die Klammer aus, so erhalten wir:

$$S^2 + R^2 = R^2 + H^2 + 2RH \quad (1.2)$$

Die beiden Erdradien zum Quadrat links und rechts des Gleichheitszeichens heben sich gegenseitig auf:

$$S^2 = H^2 + 2RH \quad (1.3)$$

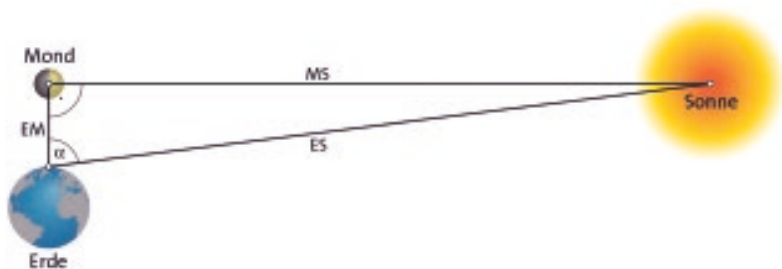
Diese Gleichung lässt sich weiter vereinfachen, besser gesagt, man kann sie durch eine Näherung ersetzen, indem man berücksichtigt, dass die Höhe H im Verhältnis zum Erdradius sehr klein ist. Selbst H gleich 100 Meter (0,1 km) ergäbe quadriert lediglich $0,01 \text{ km}^2$ und wäre somit gegenüber $2RH = 1274,2 \text{ km}^2$ unterhalb der Messgenauigkeit. Man darf also H^2 getrost vernachlässigen, ohne einen nennenswerten Fehler zu begehen. Damit erhalten wir für S die Näherung

$$S^2 = 2RH \text{ bzw. } S = \sqrt{2R} \cdot \sqrt{H} \quad (1.4)$$

Eine Person, die sich in einem Boot aus einer Höhe H von zwei Metern über der Wasseroberfläche umsieht, kann also rund fünf Kilometer weit bis zum Horizont blicken. Obwohl atmosphärische Einflüsse die Sichtweite etwas einschränken, ist man mit der Näherung doch sehr nahe an der Realität. Doch damit nicht genug. Aristoteles hatte noch ein weiteres Argument für eine kugelförmige Erde parat. Ihm war aufgefallen, dass bei allen totalen wie auch bei allen partiellen Mondfinsternissen der Schatten, den die Erde auf den Mond wirft, stets ein mehr oder minder großer Kreisbogen ist. Das passt sehr gut mit dem Schattenwurf einer Kugel zusammen. Sollte hingegen die Erde eine Scheibe sein, so wäre das zwar auch möglich, jedoch nur bei einer sehr speziellen Ausrichtung der Scheibe im Raum, die allen Erde-Mond-Konstellationen gerecht werden müsste. Das kann per Zufall einmal klappen, jedoch nicht immer wieder aufs Neue.

Sind die Erklärungen von Aristoteles zur Form der Erde schon ziemlich trickreich, so sind die Methoden des griechischen Astronomen und Mathematikers Aristarchos von Samos zur Bestimmung einiger Größen und Entfernungen in unserem Sonnensystem nahezu genial. Aristarch wurde um 310 v. Chr. auf der Insel Samos geboren, wo er auch etwa 230 v. Chr. starb. Bei seinen Beobachtungen des Mondes wurde ihm klar, dass bei Halbmond, d. h.,

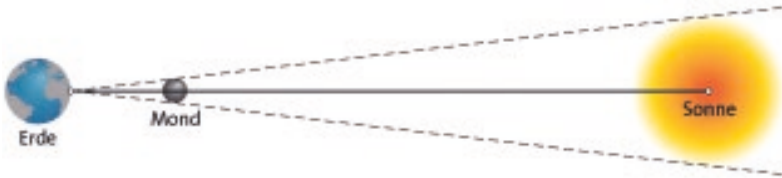
wenn von der Erde aus gesehen die Mondscheibe genau zur Hälfte von der Sonne erleuchtet wird, wohingegen die andere Hälfte dunkel ist, die Verbindungslinien Mond–Sonne und Mond–Erde einen rechten Winkel bilden müssen (Abb. 1.4). Und da er als Mathematiker natürlich auch seinen Pythagoras kannte, war es ihm ein Leichtes, das Verhältnis Entfernung Erde–Mond zur Entfernung Erde–Sonne zu berechnen. Obwohl Aristarch die richtige Methode verwendete, war das Ergebnis seiner Berechnung dennoch weit daneben. Warum? Nun, zum einen war es für ihn sehr schwierig, den Zeitpunkt exakt festzulegen, wann Halbmond ist, und zum anderen waren die damaligen Geräte zur Messung von Winkeln einfach zu unpräzise. Folglich konnte Aristarch den Winkel α nur mit unzureichender Genauigkeit bestimmen. Seiner Ansicht nach musste α mindestens 87 Grad betragen. Rechnet man mit diesem Wert, so erhält man als Ergebnis, dass die Sonne mindestens 19 Mal so weit von der Erde entfernt ist wie der Mond. Heute weiß man, dass α gleich 89,85 Grad beträgt, womit sich dann auch der korrekte Wert von 1 zu rund 400 ergibt.



1.4 Bei Halbmond bilden die Strecken EM (Erde–Mond), ES (Erde–Sonne) und MS (Mond–Sonne) ein rechtwinkliges Dreieck, wodurch sich eine der Strecken aus dem Winkel α und den anderen Strecken bestimmen lässt.

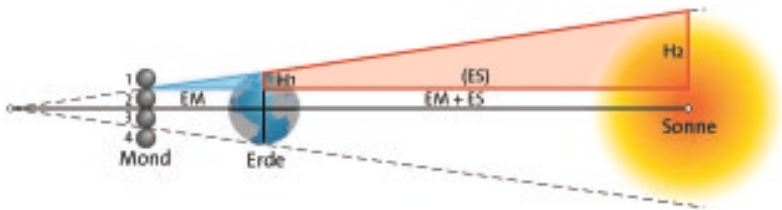
Wie gesagt: Aristarch war ein genialer Beobachter. Und so blieb ihm auch nicht verborgen, dass bei einer totalen Sonnenfinsternis die Mondscheibe die Sonne gerade so verdeckt. Kennt man das Entfernungsverhältnis Erde–Mond zu Erde–Sonne, so lässt sich mit Hilfe des Strahlensatzes auch das Größenverhältnis Mond–Sonne bestimmen. Wenn, wie von ihm berechnet, die Sonne 19-mal

so weit von der Erde entfernt ist wie der Mond, dann muss demnach die Sonne 19-mal so groß sein wie der Mond (siehe Abb. 1.5). Natürlich war auch das falsch, aber nur, weil Aristarch den oben erwähnten Winkel α nicht genau bestimmen konnte. In Wirklichkeit ist die Sonne rund 400-mal so groß wie der Mond.



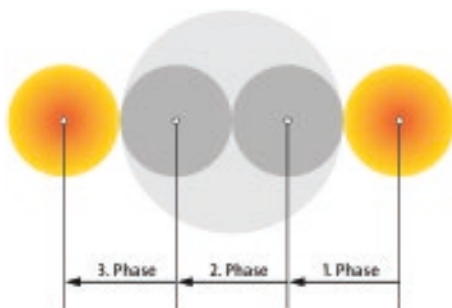
1.5 Mit dem Entfernungsverhältnis Erde-Mond lässt sich das Größenverhältnis Mond-Sonne mithilfe des Strahlensatzes berechnen.

Was jetzt noch fehlt, ist das Größenverhältnis Mond-Erde. Aber auch da fand Aristarch einen Weg zur Berechnung. Wieder nutzte er dazu eine Mondfinsternis. Bei einer Mondfinsternis wirft die Erde einen Schatten in Richtung Mond. Die Finsternis beginnt, wenn der Mond am Rande des Kernschattens angekommen ist und in den Schatten eintritt (siehe Abb. 1.6). Sie ist total, solange der Mond komplett im Schatten der Erde verschwunden ist, und sie endet, sobald der Mond in vollem Umfang wieder aus dem Schatten ausgetreten ist.



1.6 Durch Beobachtung der Mondphasen während einer totalen Mondfinsternis lassen sich fehlende Entfernungen mittels Strahlensatz ergänzen.

Aristarch hat nun die Zeit gemessen, die vergeht, bis der Mond in vollem Umfang im Erdschatten verschwindet (siehe 1. Phase in Abb. 1.7), dann die Zeitspanne, während deren er im Erdschatten



1.7 Unterschiedliche Phasen einer Mondfinsternis: Phase 1 ist der Beginn der Mondfinsternis bis zum vollständigen Eintauchen in den Erdschatten. Während Phase 2 befindet sich der Mond vollständig im Erdschatten. Phase 3 kennzeichnet den Austritt des Mondes aus dem Erdschatten.

verweilt (2. Phase), und schließlich den Zeitraum vom Beginn bis zum Ende des Austritts aus dem Erdschatten (3. Phase).

Die Zeiten für die Phasen 1 und 3 waren logischerweise gleich. Und da auch die für die 2. Phase gemessene Zeit in etwa so lang war wie die für die 1. bzw. 3. Phase, wurde ihm klar, dass der Mond gerade 2-mal (richtig wäre: nahezu 3-mal) in den Kernschatten der Erde passt (2. Phase). Mit diesen »Daten« und der von ihm gewonnenen Erkenntnis, dass die Sonne 19-mal so weit von der Erde entfernt wie der Mond und auch 19-mal so groß ist, konnte er mit Hilfe des Strahlensatzes (siehe Abb. 1.6) das Größenverhältnis Erde–Mond berechnen. Spielen wir das mal kurz durch. Da die Höhe $H1$ in Abb. 1.6 gleich dem Erdradius minus dem doppelten Radius des Mondes ist, und die Höhe $H2$ gleich dem Radius der Sonne minus dem doppelten Mondradius, gilt nach dem Strahlensatz

$$\frac{H1}{EM} = \frac{H2}{EM + ES} \quad (1.5)$$

Setzt man in diese Gleichung die Werte für $H1$, $H2$, EM und ES ein und berücksichtigt, dass nach Aristarch der Radius der Sonne 19-mal so groß ist wie der des Mondes, so erhält man:

$$\frac{R_{Erde} - 2R_{Mond}}{1} = \frac{19R_{Mond} - 2R_{Mond}}{20} \quad (1.6)$$

Aufgelöst nach R_{Mond} erhielt Aristarch die Beziehung: