

CARL HANSER VERLAG

Wolfgang Preuß, Günter Wenisch

Lehr- und Übungsbuch Mathematik
Band 2: Analysis

3-446-22290-1

www.hanser.de

Inhaltsverzeichnis

1	Grundlagen	11
1.1	Abbildungen und Funktionen	11
1.1.1	Abbildungen	11
1.1.2	Funktionen	11
1.2	Eigenschaften von Funktionen	13
1.3	Inverse Funktionen und verkettete Funktionen	15
1.3.1	Inverse Funktionen	15
1.3.2	Verkettete Funktionen	16
1.4	Folgen und Reihen	18
1.4.1	Folgen	18
1.4.2	Reihen	23
1.5	Funktionsgrenzwert und Stetigkeit	26
1.5.1	Funktionsgrenzwert	26
1.5.2	Stetigkeit	29
	Aufgaben 1.1 bis 1.14	31
2	Differentialrechnung einer reellen Variablen	33
2.1	Ableitung einer differenzierbaren Funktion	33
2.1.1	Differenzenquotient	33
2.1.2	Ableitung	34
2.1.3	Lineare Approximation	36
2.1.4	Anwendungen der Ableitung in Physik und Geometrie	37
	Aufgaben 2.1 bis 2.6	39
2.2	Ableitungsregeln	40
2.2.1	Ableitungen einiger Funktionen	40
2.2.2	Ableitung einer Linearkombination von Funktionen	42
2.2.3	Produktregel	43
2.2.4	Quotientenregel	44
2.2.5	Ableitung von verketteten Funktionen	45
2.2.6	Ableitung der Umkehrfunktion	45
2.2.7	Höhere Ableitungen	46
2.2.8	Differential einer Funktion	47
	Aufgaben 2.7 bis 2.18	49
2.3	Ableitung der elementaren Funktionen	50
2.3.1	Ableitung der rationalen Funktionen	50
2.3.2	Ableitung der trigonometrischen Funktionen und der Arcusfunktionen	51
2.3.3	Ableitung der Exponential- und Logarithmusfunktionen	53
2.3.4	Ableitung der hyperbolischen Funktionen und der Areafunktionen	55
	Aufgaben 2.19 bis 2.36	57
2.4	Mittelwertsatz der Differentialrechnung	60

2.4.1	Mittelwertsatz	60
2.4.2	Satz von Taylor	63
	Aufgaben 2.37 bis 2.43	66
2.5	Anwendungen der Differentialrechnung	67
2.5.1	Unbestimmte Ausdrücke	67
	Aufgabe 2.44	70
2.5.2	Untersuchung von Funktionen	71
	Aufgaben 2.45 und 2.46	77
2.5.3	Extremwertaufgaben	77
	Aufgaben 2.47 bis 2.56	79
2.5.4	Ebene Kurven in Parameterdarstellung; Polarkoordinaten	80
	Aufgaben 2.57 bis 2.62	88
2.5.5	Krümmung ebener Kurven	89
	Aufgaben 2.63 bis 2.66	92
2.5.6	Iterationsverfahren	93
	Aufgaben 2.67 bis 2.75	99
3	Integralrechnung einer reellen Variablen	101
3.1	Das bestimmte Integral	101
3.1.1	Näherungssummen	102
3.1.2	Steigerung der Zerlegungsfeinheit	102
3.1.3	Definition des bestimmten Integrals	103
3.1.4	Eigenschaften des bestimmten Integrals	104
3.1.5	Numerische Integration	105
	Aufgaben 3.1 bis 3.5	108
3.2	Das unbestimmte Integral	109
3.2.1	Die Flächenfunktion	109
3.2.2	Die Stammfunktion	111
3.2.3	Berechnung bestimmter Integrale	112
3.2.4	Tabelle einiger unbestimmter Integrale	114
	Aufgaben 3.6 bis 3.8	115
3.3	Integrationsmethoden	116
3.3.1	Partielle Integration	117
	Aufgaben 3.9 bis 3.11	119
3.3.2	Integration durch Substitution	120
	Aufgaben 3.12 bis 3.17	127
3.3.3	Integration durch Partialbruchzerlegung	128
	Aufgaben 3.18 und 3.19	134
3.4	Das uneigentliche Integral	134
3.4.1	Die Unbeschränktheit des Integranden	135
3.4.2	Die Unbeschränktheit des Integrationsbereichs	137
	Aufgaben 3.20 bis 3.23	138
3.5	Anwendungen der Integralrechnung	139
3.5.1	Flächeninhalt eines Bereichs zwischen zwei Kurven	139
3.5.2	Die Bogenlänge einer Funktionskurve	141

3.5.3	Volumen und Mantelfläche von Rotationskörpern	142
3.5.4	Integration der Bewegungsgleichung	144
3.5.5	Mittelwerte	147
3.5.6	Die Biegelinie eines Balkens	149
3.5.7	Schwerpunkt, Flächenmoment und Trägheitsmoment	150
3.5.8	Arbeit und Energie	152
	Aufgaben 3.24 bis 3.56	154
4	Potenzreihen und Fourierreihen	158
4.1	Einführung	158
4.2	Potenzreihen	159
4.2.1	Definition der Potenzreihe, Konvergenzbereich, Konvergenzradius . . .	159
4.2.2	Taylorreihen	161
4.2.3	Eigenschaften von Potenzreihen, Rechnen mit Potenzreihen	165
	Aufgaben 4.1 bis 4.20	166
4.3	Fourierreihen	167
4.3.1	Entwicklung einer periodischen Funktion in eine Fourierreihe	167
4.3.2	Zusammenstellung wichtiger Fourierreihen	173
	Aufgaben 4.21 bis 4.26	175
4.4	Anwendungen	176
4.4.1	Polynomapproximation	176
4.4.2	Berechnung von e und π	177
4.4.3	Integration mittels Potenzreihenentwicklung	178
4.4.4	Fourieranalyse einer Schwingung	181
4.4.5	Approximation durch Summen trigonometrischer Funktionen	182
	Aufgaben 4.27 bis 4.40	183
5	Funktionen mehrerer reeller Variabler	185
5.1	Grundlagen	185
5.2	Grenzwert und Stetigkeit	189
	Aufgaben 5.1 bis 5.6	192
6	Differentialrechnung mehrerer Variabler	194
6.1	Partielle Ableitungen	194
	Aufgaben 6.1 bis 6.11	196
6.2	Totales Differential und Fehlerrechnung	197
	Aufgaben 6.12 bis 6.19	201
6.3	Kettenregel; Implizites Differenzieren	203
	Aufgaben 6.20 bis 6.27	207
6.4	Mittelwertsatz und Satz von Taylor	207
	Aufgaben 6.28 bis 6.30	210
6.5	Minima und Maxima	210
	Aufgaben 6.31 bis 6.39	212
6.6	Extremwertaufgaben mit Nebenbedingungen	213
	Aufgaben 6.40 bis 6.48	215

6.7	Ausgleichsrechnung	216
	Aufgaben 6.49 bis 6.51	218
7	Integralrechnung für Funktionen mehrerer reeller Variabler	219
7.0	Allgemeines	219
7.1	Das zweidimensionale Bereichsintegral	220
7.2	Parameterintegrale und Normalbereiche	221
	Aufgaben 7.1 bis 7.6	223
	Aufgaben 7.7 und 7.8	226
7.3	Doppelintegrale	226
	Aufgaben 7.9 bis 7.15	229
	Aufgaben 7.16 bis 7.24	233
7.4	Integrale über räumliche Bereiche	234
	Aufgaben 7.25 bis 7.29	237
7.5	Anwendungen	238
7.5.1	Flächeninhalt und Volumen	238
7.5.2	Massenschwerpunkt und Trägheitsmoment	240
	Aufgaben 7.30 bis 7.43	247
7.6	Transformation von Mehrfachintegralen	248
7.6.1	Koordinatentransformationen	248
7.6.2	Die Transformationsformel für Mehrfachintegrale	253
	Aufgaben 7.44 bis 7.60	259
7.7	Bogenlänge und Kurvenintegral	261
	Aufgaben 7.61 bis 7.67	266
7.8	Oberflächenintegrale	267
	Aufgaben 7.68 bis 7.71	272
8	Gewöhnliche Differentialgleichungen	273
8.1	Einführung und Grundbegriffe	273
8.2	Gewöhnliche Differentialgleichungen 1. Ordnung	279
8.2.1	Differentialgleichungen mit trennbaren Variablen	279
8.2.2	Ähnlichkeitsdifferentialgleichung	280
8.2.3	Exakte Differentialgleichung	282
8.2.4	Lineare Differentialgleichung 1. Ordnung, Methode der Variation der Konstanten	285
	Aufgaben 8.1 bis 8.26	288
8.3	Gewöhnliche Differentialgleichungen höherer Ordnung	289
8.3.1	Lineare Differentialgleichungen höherer Ordnung mit konstanten Ko- effizienten	289
8.3.2	Eulersche Differentialgleichung	296
	Aufgaben 8.27 bis 8.45	297
8.4	Eliminationsverfahren zur Lösung von linearen Systemen gewöhnli- cher Differentialgleichungen	297
	Aufgaben 8.46 bis 8.51	301
8.5	Numerische Verfahren zur Lösung von Anfangswertaufgaben	302
	Aufgaben 8.52 bis 8.53	308

8.6	Anwendungen	308
8.6.1	Mechanische und elektromagnetische Schwingung	308
8.6.2	Biegelinie eines Stabes	313
8.6.3	Stabknickung	315
	Aufgaben 8.54 bis 8.62	316
	Lösungen	318
	Literaturverzeichnis	353
	Sachwortverzeichnis	354