HANSER

Übungsaufgaben zur Technischen Mechanik

Wolfgang H. Müller, Ferdinand Ferber

ISBN 3-446-22909-4

Leseprobe

6 Lager, Trag- und Fachwerke

6.1 Stabkräfte in einem Baukran

Problemstellung

Für den gezeigten Baukran sollen die Auflagerreaktionen und die Stabkräfte S_1, S_2 und S_3 möglichst „schnell" ermittelt werden.

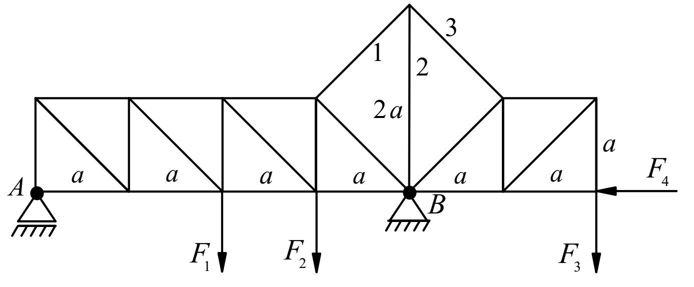

Abb. 6.1.1: Als Stabwerk idealisierter Baukran.

Lösung

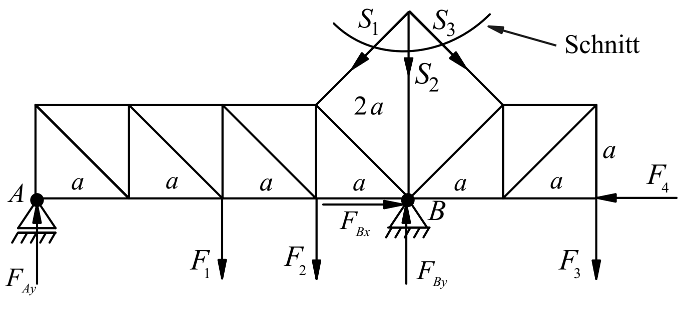

Abb. 6.1.2: Freischnitt des Gesamtsystems.

Die Lösung erfolgt in zwei Schritten. Zunächst betrachten wir das System als Ganzes und bestimmen die Auflagerkräfte F_{Ay}, F_{Bx}, F_{By} aus den bekannten aufgeprägten Kräften F_1, F_2, F_3, F_4 durch Auswertung der drei Gleichgewichtsbedingungen (vgl. Abbildung 6.1.2). Danach wird die Kraft S_1 aus dem in Abbildung 6.1.3 (links) gezeigten Schnitt ermittelt.

Wir drehen dazu um den Punkt B und verwenden die Gleichung $\sum M^{(B)} = 0$, worin S_1 als einzige Unbekannte auftritt. S_3 lässt sich dann aus dem in Abbildung 6.1.3 (Mitte) dargestellten Schnitt bestimmen. Dabei drehen wir wieder um B und benutzen erneut die Gleichung $\sum M^{(B)} = 0$, was auf S_3 führt. Abschließend wird S_2 durch Freischnitt am Knoten und Anwendung von $\sum F_y = 0$ ermittelt (Knotenpunktsverfahren, vgl. Abbildung 6.1.3, rechts).

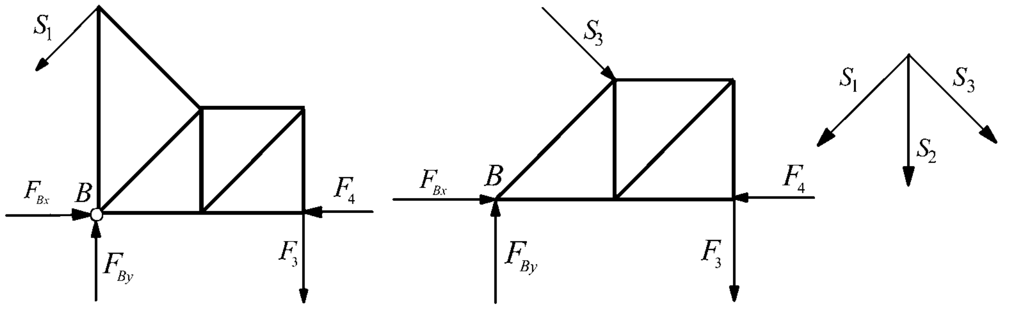

Abb. 6.1.3: Schnitte zur Ermittlung der Stabkräfte.

6.2 Kräfte in einem Stabwerk

Problemstellung

Gefordert ist, die Kräfte in den Stäben 5, 11 und 14 des nachstehenden, durch von außen vorgegebene Kräfte belasteten Fachwerks mit dem Knotenpunktsverfahren oder dem RITTER'-schen Schnitt zu berechnen.

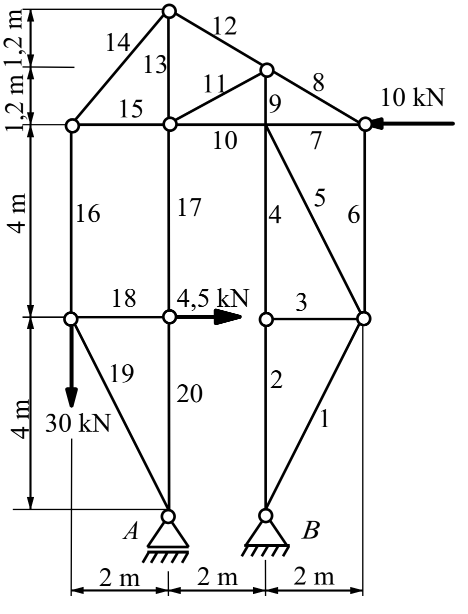

Abb. 6.2.1: Als Stabwerk idealisierter Baukran.

Lösung

Vorbeugend ermitteln wir zunächst die Auflagerreaktionen, indem wir das gesamte Fachwerk unter Einwirkung der äußeren Lasten betrachten. Dies ist möglich, denn das Fachwerk als Ganzes ist statisch bestimmt gelagert. Der Freischnitt der Lager ist unproblematisch und in

Abbildung 6.2.2 (1. Skizze) zu sehen. Auswertung der Gleichgewichtsbedingungen führt auf:

$$\sum F_x = 0: \quad 4{,}5 \text{ kN} - 10 \text{ kN} + F_{Bx} = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{Bx} = 5{,}5 \text{ kN},$$

$$\sum M^{(B)} = 0: F_A \; 2 \text{ m} - 30 \text{ kN} \; 4 \text{ m} + 4{,}5 \text{ kN} \; 4 \text{ m} - 10 \text{ kN} \; 8 \text{ m} = 0 \Rightarrow \qquad (6.2.1)$$

$$F_A = 91 \text{ kN},$$

$$\sum F_y = 0: \quad F_A - 30 \text{ kN} - F_{By} = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{By} = 61 \text{ kN}.$$

Wir beginnen mit der Bestimmung der Stabkraft 5, indem wir durch drei Stäbe wie in der zweiten Zeichnung der Abbildung 6.2.2 (2. Skizze) dargestellt freischneiden. Dabei haben wir die Stabkräfte als Zugkräfte angenommen (vom Knoten weg gezeichnet), was sich nach der Rechnung als falsch oder richtig erweisen wird. Die Gleichgewichtsbedingungen sollten (letztlich aus rechenökonomischen und auch aus ästhetischen Gründen) so gewählt werden, dass in ihnen möglichst nur eine Unbekannte auftritt, also:

$$\sum F_x = 0: \quad F_{Bx} - F_{5x} = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{5x} = 5{,}5 \text{ kN}. \qquad (6.2.2)$$

Und da:

$$\tan(\alpha) = \frac{4 \text{ m}}{2 \text{ m}} \quad \Rightarrow \quad \alpha = 63{,}43° \quad \Rightarrow \quad F_5 = \frac{F_{5x}}{\cos(\alpha)} = 12{,}3 \text{ kN} \qquad (6.2.3)$$

Mithin handelt es sich um einen Zugstab. Als nächstes folgt die Stabkraft 11 mit Hilfe des in der 3. Zeichnung der Abbildung 6.2.2 dargestellten Freischnitts. Hier ist es am günstigsten, um den Knoten D zu drehen, da so alle Kräfte bis auf die gesuchte Kraft herausfallen:

$$\sum M^{(D)} = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{By} 2 \text{ m} + F_{Bx} \; 8 \text{ m} + F_{11} \cos(\beta) 2 \text{ m} + F_{11} \sin(\beta) 1{,}2 \text{ m} = 0,$$

$$(6.2.4)$$

wobei:

$$\tan(\beta) = \frac{2 \text{ m}}{1{,}2 \text{ m}} \quad \Rightarrow \quad \beta = 59° \quad \Rightarrow \qquad (6.2.5)$$

$$F_{11} = \frac{(-122 - 44) \text{ kN}}{2 \cos(\beta) + 1{,}2 \sin(\beta)} = -80{,}63 \text{ kN}.$$

Es handelt sich also um einen Druckstab. Als letztes wird nun noch die Stabkraft 14 aus dem in der letzten Skizze der Abbildung 6.2.2 dargestellten Freischnitt ermittelt. Hier empfiehlt es sich, um den Knoten k zu drehen, da so alle Kräfte bis auf die gesuchte herausfallen:

$$\sum M^{(k)} = 0 \quad \Rightarrow \quad -30 \text{ kN} \; 2 \text{ m} - 4{,}5 \text{ kN} \; 4 \text{ m} + F_{14} \sin(\gamma) 2 \text{ m} = 0, \qquad (6.2.6)$$

wobei:

$$\tan(\gamma) = \frac{2{,}4 \text{ m}}{2 \text{ m}} \quad \Rightarrow \quad \gamma = 50{,}2° \quad \Rightarrow \quad F_{14} = 50{,}76 \text{ kN}, \qquad (6.2.7)$$

womit auch hier ein Zugstab vorliegt.

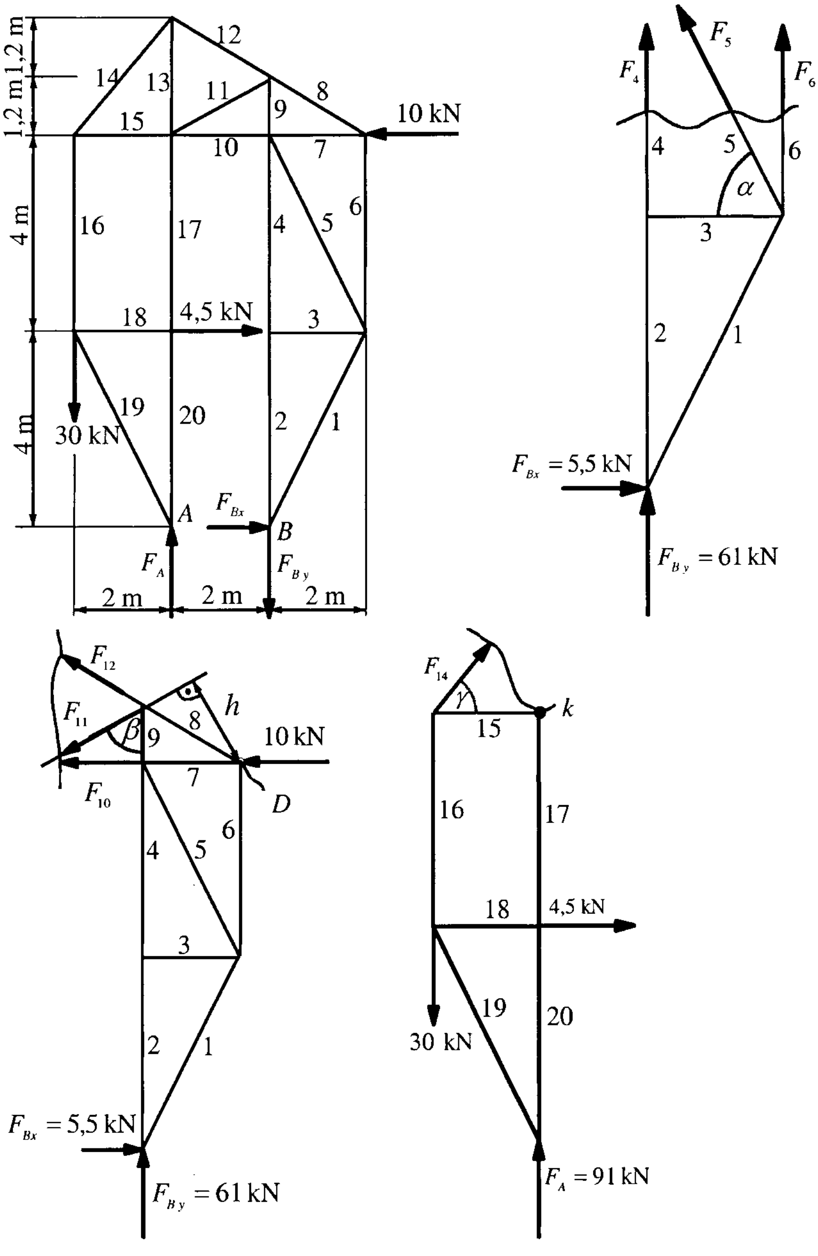

Abb. 6.2.2: Schnitte am Stabwerk.