

# HANSER



## Leseprobe

zu

## „Versuchsplanung – Produkte und Prozesse optimieren“

von Wilhelm Kleppmann

ISBN (Buch): 978-3-446-46146-8

ISBN (E-Book): 978-3-446-46397-4

Weitere Informationen und Bestellungen unter  
<http://www.hanser-fachbuch.de/9783446461468>

sowie im Buchhandel

© Carl Hanser Verlag, München

# Vorwort

Total Quality Management (TQM), Prozessorientierung in der DIN ISO 9001, SixSigma-Programme, Kontinuierliche Verbesserungsprogramme (KVP), Kaizen, ... - uns allen ist die Notwendigkeit der ständigen Verbesserung bewusst. Versuchsplanung ist eine Sammlung von Ideen und Verfahren, dabei systematisch vorzugehen, um mit möglichst geringem Aufwand möglichst viel zu lernen.

Im Rahmen einer SixSigma-Strategie ist Versuchsplanung das Werkzeug zur eigentlichen Verbesserung und nimmt damit eine zentrale Stellung ein. Dadurch hat Versuchsplanung in den letzten Jahren wesentlich an Bedeutung und Verbreitung gewonnen, und so ist nun schon die 10. Auflage dieses Buches erforderlich. Diese Chance habe ich wieder zur Aktualisierung und Ergänzung genutzt.

Ziel ist es, Praktikern in Entwicklung, Konstruktion und Fertigung, sowie Studenten einen anwendungsorientierten Einstieg und Überblick zu geben. Die Methoden der klassischen Statistischen Versuchsplanung werden mit Ideen von Shainin, Taguchi u. a. zu einer neuen Kombination verbunden.

SixSigma und Versuchsplanung sind Teamarbeit. Jedes Teammitglied muss über Ziele, Möglichkeiten und die prinzipielle Vorgehensweise Bescheid wissen. Aber nicht jedes Teammitglied muss alle Einzelheiten kennen.

- Kapitel 1 bis 5 geben einen allgemeinen Überblick über die Versuchsplanung und behandeln einfache Verfahren, die bei der Vorbereitung weiterer Versuche nützlich sind. Sie sind für alle Teammitglieder gedacht.
- Kapitel 6 bis 12 behandeln die statistischen Grundlagen und die wichtigsten Versuchspläne und ihre Auswertung. Sie wenden sich an das Teammitglied, das die Versuche plant und die Ergebnisse dann auswertet. Abschnitte, die mit einem Stern \* gekennzeichnet sind und Ergänzungen in Fußnoten sind für das Verständnis der folgenden Kapitel nicht erforderlich und können zunächst ausgelassen werden.
- Kapitel 13 bis 20 behandeln verschiedene weiterführende Themen. Sie können bei Bedarf und unabhängig voneinander gelesen werden.

Im Download-Bereich des Hanser-Verlags zu diesem Buch finden Sie Visualisierungen in JavaScript, die Ihnen dabei helfen sollen, statistische Ideen besser zu begreifen. Erleben Sie selbst, wie Versuchsergebnisse streuen, was ein Vertrauensbereich ist, wie lineare Regression funktioniert und wie ein Fertigungsprozess immer besser wird.

Um das Verständnis für die Bedeutung statistischer Aussagen zu fördern, werden die meisten Beispiele ausführlich vorgerechnet. Eingestreute Übungsaufgaben verdeutlichen

und vertiefen die jeweiligen Inhalte. Nutzen Sie diese Übungsmöglichkeit – die folgende Lösung dient der Selbstkontrolle.

Obwohl aus didaktischen Gründen die Beispiele und Aufgaben hier von Hand vorgerechnet werden, empfehle ich ab Kapitel 6 parallel den Einsatz einer Software. Sie vereinfacht die Auswertung wesentlich und erlaubt vielfältige grafische Darstellungen.

Die Beschreibung der Versuchsplanung in diesem Buch ist unabhängig von einer speziellen Software. Viele gute Programme sind erhältlich. Kapitel 19 gibt Entscheidungshilfen zur Auswahl und einen Überblick über neun dieser Programme. Im Download-Bereich des Hanser-Verlags zu diesem Buch finden Sie Dateien mit Beispielen aus diesem Buch in den Formaten dieser Programme. Somit können Sie die Programme anhand bekannter Beispiele testen, direkt vergleichen und das Programm auswählen, das Ihnen am besten gefällt. Wenn Sie dann die Beispiele mit der gewählten Software nachvollziehen, werden Sie feststellen:

- Das Aufstellen von Versuchsplänen und die Auswertung der Versuchsergebnisse sind nicht schwer.
- Die Darstellung der Ergebnisse unterscheidet sich etwas von der Darstellung in diesem Buch. Jede Software ist anders, anhand der durchgerechneten Beispiele sollte es jedoch kein Problem sein, die Bedeutung der Ausgaben zu verstehen.
- Mit etwas Übung erscheint dann alles plötzlich ganz einfach. Aber auch darin liegt ein gewisses Risiko. Vergewissern Sie sich immer, dass die Daten und die Ergebnisse sinnvoll sind. Verwenden Sie Ihren gesunden Menschenverstand. Versuchsplanung ist ein sehr wertvolles Hilfsmittel. Aber es soll den gesunden Menschenverstand nicht ersetzen, sondern schärfen.

Als erste eigene Anwendung empfehle ich ein überschaubares Problem mit nur wenigen Faktoren und klar definierten Zielen. Bitte achten Sie auf die sorgfältige Vorbereitung Ihrer Versuche – sie ist entscheidend für den Erfolg.

Ich möchte darauf hinweisen, dass wesentliche Teile dieses Buches (insbesondere in den Kapiteln 7 bis 12) ursprünglich den ebenfalls von mir erstellten Schulungsunterlagen der Deutschen Gesellschaft für Qualität e. V. (DGQ), Frankfurt am Main, entnommen sind. Der Lehrgang „Statistische Versuchsplanung“ wird durch dieses Buch vertieft und ergänzt. Daher kann das Buch als begleitende oder weiterführende Literatur verwendet werden. Umgekehrt bietet der Lehrgang eine gute Einführung bzw. Ergänzung zu diesem Buch. Interessierte Leser können sich unter [www.dgq.de](http://www.dgq.de) über das Weiterbildungsangebot der DGQ informieren.

Zum Schluss möchte ich allen danken, die zu diesem Buch beigetragen haben, insbesondere der DGQ für die Genehmigung, Teile aus ihren Lehrgangsunterlagen zu verwenden, B. Schäfer und anderen Lesern für ihre hilfreichen inhaltlichen Anregungen und den Projektarbeitern der Hochschule Aalen für die Visualisierungen in JavaScript.

Allen Lesern bin ich dankbar für konstruktive Anregungen und Kritik. Ich wünsche Ihnen viel Erfolg bei der Anwendung der Versuchsplanung.

Aalen, im September 2019

Wilhelm Kleppmann

# Inhalt

<b>Vorwort</b> .....	V
<b>1 Einführung</b> .....	1
1.1 Warum Versuche? .....	1
1.2 Warum Statistik? .....	1
1.3 Warum Versuchsplanung? .....	4
1.4 Welche Art von Ergebnissen kann man erwarten? .....	6
1.5 Versuche oder systematische Beobachtung? .....	7
1.6 Versuchsplanung und Six-Sigma-Strategie .....	8
<b>2 Ausgewählte Begriffe</b> .....	11
2.1 Zielgrößen .....	12
2.2 Einflussgrößen .....	12
2.3 Steuergrößen .....	13
2.4 Störgrößen .....	13
2.5 Faktoren .....	14
2.6 Faktorstufen .....	14
2.7 Quantitative und qualitative Faktoren .....	15
<b>3 Vorgehensweise im Überblick</b> .....	17
3.1 Ausgangssituation beschreiben .....	17
3.2 Untersuchungsziel festlegen .....	19
3.2.1 Optimale Lage des Mittelwerts .....	19
3.2.2 Reduzierung der Streuung/Robustheit .....	20
3.2.3 Erkennen der wichtigsten Störgrößen in der Fertigung .....	21
3.2.4 Gleichzeitig fertigen und lernen .....	22
3.2.5 Funktion und Zuverlässigkeit nachweisen .....	22
3.3 Zielgrößen und Faktoren festlegen .....	22
3.3.1 Auswahl der Zielgrößen .....	22
3.3.2 Sammlung der Einflussgrößen .....	24
3.3.3 Auswahl der Faktoren .....	25
3.3.4 Festlegung der Faktorstufen .....	26
3.3.5 Einflussgrößen, die nicht untersucht werden .....	28
3.4 Versuchsplan aufstellen .....	29
3.4.1 Festlegung der Faktorstufenkombinationen .....	29

3.4.2	Anzahl der Realisierungen	30
3.4.3	Blockbildung	31
3.4.4	Randomisierung	31
3.4.5	Aufwandsabschätzung	33
3.5	Versuche durchführen	35
3.5.1	Vorbereitung	35
3.5.2	Durchführung	36
3.6	Versuchsergebnisse auswerten	37
3.7	Ergebnisse interpretieren und Maßnahmen ableiten	40
3.7.1	Interpretation	40
3.7.2	Maßnahmen	41
3.8	Absicherung, Dokumentation, weiteres Vorgehen	42
3.8.1	Absicherung der Verbesserungen	42
3.8.2	Dokumentation	42
3.8.3	Weiteres Vorgehen	43
<b>4</b>	<b>Systematische Beobachtung</b>	<b>45</b>
4.1	Multi-Vari-Bild	45
4.2	Darstellung der örtlichen Verteilung von Fehlern	49
4.3	Prozessvergleich	52
4.4	Paarweiser Vergleich von Produkten	54
<b>5</b>	<b>Einfache Versuche</b>	<b>57</b>
5.1	Variablenvergleich zur Prozessverbesserung	57
5.2	Komponententausch zur Produktverbesserung	61
5.3	Überblick über die Methoden nach D. Shainin	64
<b>6</b>	<b>Statistische Grundlagen</b>	<b>65</b>
6.1	Verteilung	65
6.1.1	Häufigkeitsverteilung von Versuchsergebnissen	65
6.1.2	Verteilungsdichte und Verteilungsfunktion	68
6.1.3	Normalverteilung	70
6.2	Auswertung einer Stichprobe	71
6.2.1	Repräsentative Stichprobe	71
6.2.2	Eintragung ins Wahrscheinlichkeitsnetz	73
6.2.3	Schätzwerte für Mittelwert $\mu$ und Varianz $\sigma^2$	76
6.2.4	Vertrauensbereiche	77
6.3	Vergleich von zwei Mittelwerten	82
6.3.1	Auswertung von Versuchsergebnissen	83
6.3.2	Festlegung des Stichproben- bzw. Versuchsumfangs	89
6.3.3	Voraussetzungen	91
6.4	Transformation von Messwerten	95
6.4.1	Logarithmische Normalverteilung	95
6.4.2	Poisson-Verteilung	96
6.4.3	Box-Cox-Transformation	98

<b>7</b>	<b>Vollständige faktorielle Versuchspläne</b>	101
7.1	Zwei Faktoren auf je zwei Stufen	101
7.1.1	Versuchsplan und Effekte	101
7.1.2	Auswerteformalismus und Beurteilung der Signifikanz	104
7.1.3	Interpretation von Wechselwirkungen	106
7.1.4	Randomisierung und Blockbildung	108
7.2	k Faktoren auf je zwei Stufen	113
7.2.1	Versuchsplan	113
7.2.2	Auswertung	115
7.2.3	Versuchsumfang	120
7.3	Auswertung von Versuchsplänen mit $n = 1$	121
7.3.1	Wahrscheinlichkeitsdarstellung der Effekte	121
7.3.2	Schätzung der Zufallsstreuung durch „Pooling“	125
7.3.3	Risiken	127
<b>8</b>	<b>Screening-Versuchspläne</b>	129
8.1	Hintergrund	129
8.2	Fraktionelle faktorielle Versuchspläne	130
8.2.1	Der fraktionelle faktorielle $2^{4-1}$ -Plan als Beispiel	130
8.2.2	Anwendung des $2^{4-1}$ -Plans zur Blockbildung	134
8.2.3	Fraktioneller faktorieller $2^{k-p}$ -Plan	137
8.2.4	Was bedeutet Vermengung?	140
8.2.5	Auflösung	143
8.2.6	Überblick über $2^{k-p}$ -Pläne	144
8.2.7	Praxisbeispiel Reflowlötens	147
8.3	Plackett-Burman-Versuchspläne*	156
8.3.1	Plackett-Burman-Versuchspläne der Auflösung III	157
8.3.2	Plackett-Burman-Versuchspläne der Auflösung IV	159
8.3.3	Übersättigte Pläne	160
8.4	Funktionstest*	160
8.5	Definitive Screening Pläne*	162
8.6	Einsatzempfehlungen	164
<b>9</b>	<b>Robuste Produkte/Prozesse</b>	167
9.1	Ziel und Strategie von G. Taguchi	168
9.1.1	Qualitätsziel: Streuung minimieren	168
9.1.2	Entwicklungsstrategie: Robuste Produkte/Prozesse	168
9.2	Taguchis Versuchspläne und ihre Auswertung	170
9.3	Alternative Ansätze	178
9.3.1	Aus der Differenz von Messwerten abgeleitete Zielgrößen	178
9.3.2	Wechselwirkung zwischen Steuer- und Rauschfaktoren	179
9.4	Anmerkungen zu den „Orthogonalen Feldern“ u. ä.*	180
9.4.1	Orthogonale Felder	180
9.4.2	Lineare Graphen und Dreieckstabellen	181
9.4.3	Dummy Levels, Pseudo Factor Designs, Idle Columns	182

<b>10 Regressionsanalyse</b> .....	185
10.1 Einfache lineare Regression .....	186
10.1.1 Methode der kleinsten Quadrate .....	186
10.1.2 Bestimmtheitsmaß und Korrelationskoeffizient .....	188
10.1.3 Grafische Beurteilung der Residuen .....	191
10.1.4 Vertrauensbereiche und Signifikanz .....	194
10.1.5 Zusammenhang lineare Regression – Mittelwertvergleich .....	199
10.1.6 Quasilineare Regression .....	200
10.2 Mehrfache Regression .....	200
10.2.1 Zweifache lineare Regression .....	201
10.2.2 Transformierte Einflussgrößen .....	204
10.2.3 Prinzip der schrittweisen Regression .....	207
10.2.4 Beurteilung des Regressionsmodells .....	208
<b>11 Versuchspläne für nichtlineare Zusammenhänge</b> .....	211
11.1 Zentral zusammengesetzte Versuchspläne .....	211
11.1.1 Orthogonaler Versuchsplan .....	213
11.1.2 Technisch bedingte Abweichungen vom Versuchsplan .....	214
11.1.3 Bekannte nichtlineare Abhängigkeiten .....	215
11.1.4 Varianten von zentral zusammengesetzten Plänen .....	215
11.1.5 Praxisbeispiel Laserschneiden .....	218
11.2 Alternative Pläne* .....	226
11.2.1 $3^k$ - und $3^{k-p}$ -Pläne .....	226
11.2.2 Box-Behnken-Pläne .....	226
11.2.3 Kleine zusammengesetzte Pläne .....	227
11.2.4 Optimale Pläne .....	229
11.3 Grenzen des quadratischen Modells .....	230
11.3.1 Beispiele und Lösungsmöglichkeiten .....	231
11.3.2 Allgemeine Lösungsansätze .....	233
11.4 Einsatzempfehlungen .....	234
<b>12 Varianzanalyse</b> .....	237
12.1 Einfache balancierte Varianzanalyse .....	238
12.2 Mehrfache Varianzanalyse .....	243
12.3 Feste und zufällige Effekte* .....	246
12.4 Nicht vollständige Randomisierung* .....	248
12.4.1 Alle Realisierungen einer Kombination gemeinsam .....	248
12.4.2 Split-Plot Versuche .....	249
<b>13 Screening für mehrstufige Faktoren*</b> .....	251
13.1 Versuchspläne .....	251
13.2 Auswertung .....	252
13.3 Einsatzempfehlungen .....	254

<b>14 Versuchspläne für Mischungen*</b> .....	255
14.1 Mischungspläne ohne Begrenzungen .....	256
14.2 Auswertung von Mischungsplänen .....	258
14.3 Mischungspläne mit Begrenzungen .....	258
14.4 Kombinierte Versuchspläne .....	259
<b>15 Spezielle Zielgrößen*</b> .....	261
15.1 Gut-Schlecht-Ergebnisse .....	261
15.1.1 Möglichkeiten zur Vermeidung .....	261
15.1.2 Auswertung .....	263
15.2 Anzahl Fehler .....	267
15.3 Mehrere Zielgrößen .....	268
<b>16 Erweiterung von Versuchsplänen*</b> .....	277
16.1 Trennung vermengter Wechselwirkungen .....	277
16.2 Zentrumspunkt .....	279
16.3 Zuordnung quadratischer Effekte .....	281
16.4 Nicht realisierbare Faktorstufenkombinationen .....	283
<b>17 Alternative Modellierungsansätze*</b> .....	287
17.1 Andere Verteilungen: Maximum Likelihood Prinzip .....	287
17.2 Robuste Regression .....	288
17.3 Andere Modellansätze .....	288
17.3.1 Überanpassung und Unteranpassung .....	288
17.3.2 Lokale Modelle .....	290
17.3.3 Neuronale Netze .....	291
17.3.4 Gaussian Process Models .....	291
17.3.5 Einsatzempfehlungen .....	292
<b>18 Sequentielle Optimierungsverfahren*</b> .....	295
18.1 Evolutionary Operations (EVOP) .....	296
18.2 Methode des steilsten Anstiegs .....	298
18.3 Simplexverfahren .....	299
18.4 Neuere Entwicklungen .....	301
<b>19 Software*</b> .....	303
19.1 Allgemeine Hinweise .....	303
19.2 Beschreibung ausgewählter Programme .....	304
19.3 Spezielle Anwendungsgebiete .....	311
<b>20 Beispiele*</b> .....	315
20.1 Beispiel Motoroptimierung .....	315
20.2 Literaturbeispiele .....	320



20.3 Übungsbeispiele .....	321
20.3.1 Papier-Rotor .....	321
20.3.2 Nürnberger Trichter .....	324
<b>Anhang</b> .....	327
Anhang A – Abkürzungen und Formelzeichen .....	327
Anhang B – Statistische Tabellen .....	328
Anhang C – Wegweiser durch die Verfahren .....	330
Anhang D – Ablauf einer Versuchsplanung .....	331
Anhang E – Ablauf einer Datenauswertung .....	332
Anhang F – Glossar deutsch/englisch .....	333
Anhang G – JavaScript-Visualisierungen zum Herunterladen .....	337
Anhang H – Beispiele zum Herunterladen .....	341
Anhang J – Software/Demos im Internet .....	341
<b>Index</b> .....	345

\* Für das Verständnis der folgenden Kapitel nicht erforderlich

# 7

# Vollständige faktorielle Versuchspläne

## Grundlage der Versuchsplanung

Dieses Kapitel behandelt Aufbau und Auswertung von vollständigen faktoriellen Versuchsplänen mit  $k$  Faktoren auf je zwei Stufen.

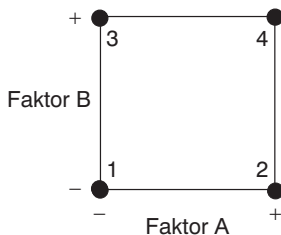
Beim Mittelwertvergleich in Kapitel 6 wurde ein Faktor auf zwei Stufen betrachtet. Vollständige faktorielle Versuchspläne sind eine Verallgemeinerung des Mittelwertvergleichs. Sie sind ein wichtiges „Arbeitspferd“ der Versuchsplanung und bilden die Grundlage für viele Weiterentwicklungen [1 – 5].

## 7.1 Zwei Faktoren auf je zwei Stufen

In diesem Abschnitt wird der Mittelwertvergleich zunächst auf zwei Faktoren erweitert. Dies ist der Beginn der eigentlichen Versuchsplanung.

### 7.1.1 Versuchsplan und Effekte

Bild 7-1 zeigt einen vollständigen faktoriellen Versuchsplan mit zwei Faktoren A und B auf je zwei Stufen, die mit – und + bezeichnet werden (z. B. den Faktor Druck auf den Stufen 450 mTorr und 600 mTorr und den Faktor Temperatur auf den Stufen 710 °C und 720 °C). Der Versuchsplan besteht aus  $2^2 = 4$  Faktorstufenkombinationen, daher heißt er auch  $2^2$ -Plan.



syst. Nr.	Faktoren	
	A	B
1	-	-
2	+	-
3	-	+
4	+	+

**BILD 7-1** Ein vollständiger faktorieller  $2^2$ -Versuchsplan besteht aus den vier Faktorstufenkombinationen der zwei Faktoren A und B auf den Stufen – und +. Die Nummern 1–4 im Bild links entsprechen den Nummern in der Tabelle rechts (systematische Reihenfolge).

Bezeichnet man die Ergebnisse für die Zielgröße  $y$  bei den vier Faktorstufenkombinationen mit  $y_1, y_2, y_3$  und  $y_4$ , so ist z. B.

$\frac{y_2 + y_4}{2}$  der Mittelwert der Versuchsergebnisse mit A auf der Stufe +

$\frac{y_1 + y_3}{2}$  der Mittelwert der Versuchsergebnisse mit A auf der Stufe -.

Die Differenz der beiden Mittelwerte ist ein Maß für die Wirkung des Faktors A. Man nennt sie Effekt des Faktors A.

$$\text{Effekt A} = \frac{y_2 + y_4}{2} - \frac{y_1 + y_3}{2} \quad (7.1)$$

Analog ist der Effekt von B ein Maß für die Wirkung des Faktors B.

$$\text{Effekt B} = \frac{y_3 + y_4}{2} - \frac{y_1 + y_2}{2} \quad (7.2)$$

Von einer Wechselwirkung AB spricht man, wenn der Effekt von A auf die Zielgröße davon abhängt, welchen Wert B hat (oder umgekehrt).

$y_4 - y_3$  ist der Effekt von A, wenn B auf der Stufe + steht.

$y_2 - y_1$  ist der Effekt von A, wenn B auf der Stufe - steht.

Die Differenz dieser beiden Effekte ist ein Maß dafür, wie stark die Wirkung des Faktors A vom Wert von B abhängt. Die Hälfte der Differenz nennt man Effekt der Wechselwirkung AB.

$$\text{Effekt AB} = \frac{y_4 - y_3}{2} - \frac{y_2 - y_1}{2} = \frac{y_1 - y_2 - y_3 + y_4}{2} \quad (7.3)$$

Zum selben Ergebnis gelangt man, wenn man berechnet, wie stark die Wirkung des Faktors B vom Wert von A abhängt.

Aus den Ergebnissen bei den vier Faktorstufenkombinationen werden somit drei Effekte berechnet. Als vierte Größe kann der Mittelwert aller Ergebnisse berechnet werden. Er beschreibt die Lage der Versuchsergebnisse insgesamt, macht aber keine Aussage über die Wirkung der Faktoren.



#### Beispiel

Durch thermische Zersetzung in einem Rohrofen wird  $\text{SiO}_2$  auf Si-Scheiben abgeschieden. Der Druck und die Temperatur im Ofen werden als Faktoren verändert, Zielgröße ist die Abscheiderate. Für den Faktor Druck werden als Stufen 450 mTorr und 600 mTorr, für den Faktor Temperatur 710 °C und 720 °C verwendet. Tabelle 7.1 zeigt die Versuchsergebnisse für die Abscheiderate (Mittelwerte von mehreren Realisierungen).

syst. Nr.	Druck [mTorr]	Temperatur [°C]	Abscheiderate [nm/min]
1	450 (-)	710 (-)	6,0
2	600 (+)	710 (-)	7,5
3	450 (-)	720 (+)	6,6
4	600 (+)	720 (+)	10,3

**TABELLE 7.1**

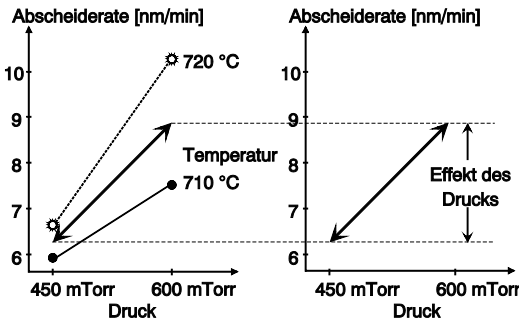
Versuchsplan und Versuchsergebnisse

Bild 7-2 zeigt links die Abscheiderate für die vier Faktorstufenkombinationen. Der Mittelwert der Versuchsergebnisse beträgt

bei 600 mTorr:  $(7,5 + 10,3)/2 = 8,9$  nm/min,

bei 450 mTorr:  $(6,0 + 6,6)/2 = 6,3$  nm/min.

Die Differenz der beiden Mittelwerte beträgt  $8,9 - 6,3 = 2,6$  nm/min. Dies ist der Effekt des Drucks. Bild 7-2 zeigt rechts die beiden Mittelwerte und den Effekt des Drucks. Er ist ein Maß für die Wirkung des Drucks auf die Abscheiderate.

**BILD 7-2**

Grafische Darstellung der Abscheiderate für jede Faktorstufenkombination (links).

Effekt des Drucks = 2,6

bedeutet:

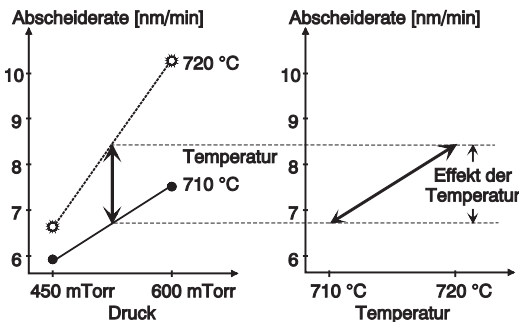
Der Mittelwert der Abscheiderate beim Druck 600 mTorr ist um 2,6 nm/min höher als beim Druck 450 mTorr.

Bild 7-3 zeigt links die Abscheiderate für die vier Faktorstufenkombinationen wie in Bild 7-2. Der Mittelwert der Versuchsergebnisse beträgt

bei 720 °C:  $(6,6 + 10,3)/2 = 8,45$  nm/min,

bei 710 °C:  $(6,0 + 7,5)/2 = 6,75$  nm/min.

Die Differenz der beiden Mittelwerte beträgt  $8,45 - 6,75 = 1,7$  nm/min. Dies ist der Effekt der Temperatur. Bild 7-3 zeigt rechts die beiden Mittelwerte und den Effekt der Temperatur.

**BILD 7-3**

Grafische Darstellung der Abscheiderate, vgl. Bild 7-2. Effekt der Temperatur = 1,7

bedeutet:

Der Mittelwert der Abscheiderate bei Temperatur 720 °C ist um 1,7 nm/min höher als bei Temperatur 710 °C.

Bild 7-4 zeigt links die Abscheiderate für die vier Faktorstufenkombinationen wie in Bild 7-2. Der Effekt der Temperatur beträgt

bei 600 mTorr:  $10,3 - 7,5 = 2,8$  nm/min,

bei 450 mTorr:  $6,6 - 6,0 = 0,6$  nm/min.

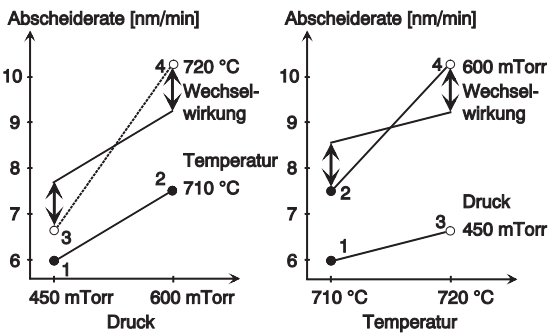
Die Differenz der beiden Effekte beträgt  $2,8 - 0,6 = 2,2$  nm/min. Der Effekt der Wechselwirkung ist die Hälfte dieser Differenz, also  $1,1$  nm/min. Die Wechselwirkung ist somit ein Maß für die Abweichung von der Parallelität der Linien.

Bild 7-4 zeigt rechts eine alternative Darstellung der Wechselwirkung: Auf der x-Achse ist nun die Temperatur aufgetragen. Der Effekt des Drucks beträgt

bei 720 °C:  $10,3 - 6,6 = 3,7$  nm/min,

bei 710 °C:  $7,5 - 6,0 = 1,5$  nm/min.

Die Differenz der beiden Effekte beträgt  $3,7 - 1,5 = 2,2$  nm/min, wie oben.



**BILD 7-4**

Grafische Darstellung der Abscheiderate, vgl. Bild 7-2. Der Effekt der Wechselwirkung zwischen Druck und Temperatur ist die Abweichung der Linien von der Parallelität (Pfeile links oder rechts).

## 7.1.2 Auswerteformalismus und Beurteilung der Signifikanz

Die Vorzeichen in den Gleichungen (7.1) und (7.2) zur Berechnung der Effekte von A und B sind identisch zu den Stufen der Faktoren A und B im Versuchsplan von Tabelle 7.1. Die Vorzeichen in Gleichung (7.3) zur Berechnung des Effekts der Wechselwirkung AB sind die Produkte der Vorzeichen von A und B. Aus dieser Beobachtung erhält man einen einfachen Auswerteformalismus (siehe Tabelle 7.2).

Die Signifikanz der Effekte wird wie in Abschnitt 6.3 beurteilt:

Wenn jede Faktorstufenkombination n-mal realisiert wurde und die Standardabweichung für alle Faktorstufenkombinationen gleich ist ( $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_4 = \sigma$ ), dann ist analog zu (6.15)

$$s^2 = \frac{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2 + s_4^2}{4} \quad (7.4)$$

ein Schätzwert für die Varianz der Einzelwerte mit Freiheitsgrad

$$f = 4 \cdot (n - 1) = N - 4 \quad (7.5)$$

Jeder Effekt ist die Differenz zweier Mittelwerte von jeweils  $N/2$  Einzelwerten. Daher erhält man wie in (6.14) als Schätzwert für die Standardabweichung eines Effekts

$$s_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{4}{N} \cdot s^2} \quad (7.6)$$

Ein Vergleich von (7.5) und (7.6) mit (6.14) und (6.16) zeigt eine große Ähnlichkeit, wenn man den Versuchsumfang  $N$  als Vergleichsbasis verwendet. Daher ist in der Versuchsplanung der Versuchsumfang  $N$  nützlicher als die Anzahl  $n$  der Realisierungen jeder Faktorstufenkombination (der Stichprobenumfang  $n$ ). Im Folgenden wird in Formeln daher immer der Versuchsumfang  $N$  verwendet.

Um die Signifikanz der Effekte zu beurteilen, vergleicht man sie wie in Bild 6-17 mit der Breite des 95%-, 99%- und 99,9%-Vertrauensbereichs, d. h. man vergleicht jeden Effekt mit  $\pm t \cdot s_{\bar{d}}$ .



### Beispiel (Fortsetzung)

Die Versuchsergebnisse in Tabelle 7.1 sind Mittelwerte von jeweils  $n = 4$  Realisierungen, die in randomisierter Reihenfolge durchgeführt wurden (vgl. Tabelle 7.3). Tabelle 7.2 zeigt die Ergebnisse in systematischer Reihenfolge (syst. Nr. aus Bild 7-1).

**TABELLE 7.2** Formalismus zur Auswertung von Versuchsergebnissen:

Spalten A und B: Versuchsplan gemäß Bild 7-1 für die Faktoren A und B

Spalte AB: Produkt der Vorzeichen in Spalten A und B

Einzelwerte: Ergebnisse der Einzelversuche

$\bar{y}_i$ : Mittelwert der Einzelwerte einer Faktorstufenkombination (Zeile)

$s_i^2$ : Varianz der Einzelwerte einer Faktorstufenkombination (Zeile)

Zeile „ $\Sigma$ “ (Summe):

Spalten A, B, AB: Summe der Spalte  $\bar{y}_i$  mit Vorzeichen der jeweiligen Spalte  
(z. B. in Spalte A:  $5,2 = -6,0 + 7,5 - 6,6 + 10,3$ )

Spalte  $s_i^2$ : Summe der Varianzen ( $2,38 = 0,247 + 1,333 + 0,500 + 0,300$ )

Zeile „Effekt“: Summe/(Anzahl der Wertepaare) (hier 2; z. B.  $2,6 = 5,2/2$ )

$s^2$ : (Summe der Varianzen)/(Anzahl der Werte) ( $0,595 = 2,38/4$ )

syst. Nr.	Druck A	Temperatur B	WW AB	Einzelwerte Abscheiderate [nm/min]				$\bar{y}_i$	$s_i^2$
1	-	-	+	6,1	5,9	5,4	6,6	6,0	0,247
2	+	-	-	6,1	7,7	8,9	7,3	7,5	1,333
3	-	+	-	5,8	6,4	7,5	6,7	6,6	0,500
4	+	+	+	9,7	11,0	10,4	10,1	10,3	0,300
$\Sigma$	5,2	3,4	2,2						2,38
Effekt	2,6	1,7	1,1					$s^2 =$	0,595

Beurteilung der Signifikanz der Effekte:

$$s^2 = \frac{0,247 + 1,333 + 0,500 + 0,300}{4} = 0,595 = \text{Mittelwert der Einzelvarianzen}$$

$$s_d = \sqrt{\frac{4}{16} \cdot 0,595} = 0,3857 = \text{Standardabweichung der Effekte}$$

$$f = 16 - 4 = 12 = \text{Freiheitsgrad.}$$

Mit Tabelle 6.4 erhält man:

$$95\%: t \cdot s_d = 2,179 \cdot 0,3857 = 0,840$$

$$99\%: t \cdot s_d = 3,055 \cdot 0,3857 = 1,178$$

$$99,9\%: t \cdot s_d = 4,318 \cdot 0,3857 = 1,665$$

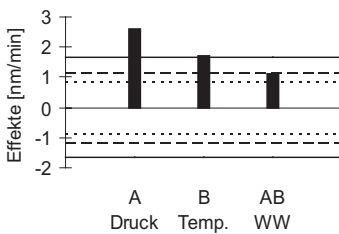
Der Vergleich der Breiten der Vertrauensbereiche mit den Effekten zeigt:

$$\text{Effekt des Drucks} = 2,6 \quad ***$$

$$\text{Effekt der Temperatur} = 1,7 \quad ***$$

$$\text{Effekt der Wechselwirkung} = 1,1 \quad *$$

Analog zu Bild 6-17 zeigt Bild 7-5 den Vergleich der Effekte mit der Breite der Vertrauensbereiche grafisch. \*\*\* bedeutet, dass der Effekt aus dem durchgezogenen 99,9%-Niveau herausragt. \* bedeutet, dass der Effekt zwischen dem gestrichelten 99% und dem punktierten 95%-Niveau liegt.



**BILD 7-5**

Grafische Darstellung des Signifikanztests:

Die Länge der Balken stellt die Effekte dar, die waagrechten Linien die Breite des 95%, 99% und 99,9%-Vertrauensbereichs

### 7.1.3 Interpretation von Wechselwirkungen

Eine Wechselwirkung zwischen zwei Faktoren (Zwei-Faktor-Wechselwirkung, kurz 2FWW genannt) bedeutet, dass der Effekt des einen Faktors davon abhängt, welchen Wert der andere Faktor hat. Erfahrungsgemäß ist es schwierig, sich eine Wechselwirkung als eigenständige Größe vorzustellen. Daher wird empfohlen, bei der Interpretation von Versuchsergebnissen wie folgt vorzugehen:

- Die Effekte aller Faktoren und Wechselwirkungen werden formal berechnet und auf Signifikanz überprüft.
- Sind nur die Effekte der Faktoren selbst signifikant, so können die Faktoren getrennt betrachtet werden. Zur Auswahl der günstigeren Stufe für jeden (signifikanten) Faktor vergleicht man wie in Bild 7-2 oder 7-3 rechts die Mittelwerte der Versuchsergebnisse von Faktorstufe + und - miteinander (ihre Differenz ist der Effekt).
- Ist der Effekt der Wechselwirkung zwischen zwei Faktoren signifikant, so müssen diese beiden Faktoren immer gemeinsam betrachtet werden. Man berechnet die vier Mittelwerte für die verschiedenen Faktorstufenkombinationen getrennt und wählt die güns-

tigste Kombination aus. Was günstig ist, hängt von der Zielsetzung ab. Mit dem Ergebnis von Bild 7-4 kann man z. B. zu folgenden Ergebnissen gelangen:

- wenn das Ziel ein hoher Wert der Abscheiderate ist, ist die Kombination Temperatur 720 °C und Druck 600 mTorr günstig,
- wenn das Ziel eine geringe Abhängigkeit von der Temperatur ist, ist der Druck 450 mTorr günstig,
- wenn das Ziel eine geringe Abhängigkeit vom Druck ist, ist die Temperatur 710 °C günstig.

Wechselwirkungen sind weit verbreitet. Es ist normal, dass der Effekt eines Faktors davon abhängt, welchen Wert ein anderer Faktor hat. Einige typische Situationen, in denen Wechselwirkungen wichtig sind, sollen dies verdeutlichen:

- Die Lage des Optimums für einen Faktor hängt vom Wert des anderen Faktors ab (a).
- Wenn zwei ungünstige Faktorstufen zusammentreffen, treten Probleme auf (b).
- Zwei Faktoren wirken sich multiplikativ auf die Zielgröße aus (c).



#### Beispiele

1. In einer Fertigung werden Teile von zwei verschiedenen Lieferanten A und B auf zwei parallelen Anlagen 1 und 2 verarbeitet. Die Teile von Lieferant A lassen sich besser auf Anlage 1, die Teile von Lieferant B besser auf Anlage 2 verarbeiten (a).
2. Bei der Optimierung der Einstellung einer Belichtungsanlage erhält man gute Ergebnisse bei großer Blende und kurzer Belichtungszeit und bei kleiner Blende und großer Belichtungszeit (d. h. bei mittlerer Lichtmenge) (a).
3. In einer Fertigung werden zugelieferte Teile von zwei verschiedenen Lieferanten A und B auf zwei parallelen Anlagen 1 und 2 weiterverarbeitet. Teile von Lieferant A lassen sich nur an Anlage 1 gut verarbeiten, bei Lieferant B ist das Ergebnis unabhängig von der Anlage (b).
4. In einer Fertigung werden zwei verschiedene Lotpasten eingesetzt. Eine dieser Lotpasten macht Probleme, wenn die Luftfeuchtigkeit hoch ist (b).
5. Beim Setzen von Kleberpunkten mit einer Spritze führt eine bestimmte Vergrößerung des Kanüldurchmessers zu einer Verdoppelung des Punktvolumens, und eine bestimmte Verlängerung der Zeit führt ebenfalls zu einer Verdoppelung. Dann erwartet man bei großem Durchmesser und langer Zeit eine Vervielfachung. Bei kleiner Kanüle führt die Verlängerung zu einer Vergrößerung des Volumens von 1 auf 2, also um 1. Bei großer Kanüle führt die Verlängerung zu einer Vergrößerung des Volumens von 2 auf 4, also um 2 (c).

---

Manchmal kann man durch eine geeignete Wahl der Faktoren und/oder Zielgrößen vorhersehbare Wechselwirkungen vermeiden. Im obigen Belichtungsbeispiel ist es günstiger, die Lichtmenge als Faktor zu verwenden, im Beispiel Kleberpunkte vermeidet man die Wechselwirkung, wenn man den Logarithmus des Volumens als Zielgröße verwendet. Man kann jedoch nicht davon ausgehen, dass dies immer gelingt. Daher ist es sicherer, Wechselwirkungen mit zu berücksichtigen.



## 7.1.4 Randomisierung und Blockbildung

In Absatz 3.4.3 und 3.4.4 wurde beschrieben, wie durch Blockbildung und Randomisierung innerhalb der Blöcke eine Verfälschung der Versuchsergebnisse durch einen eventuell vorhandenen Trend oder andere systematische Unterschiede weitestgehend vermieden werden kann. Hier soll die Umsetzung von Blockbildung und Randomisierung am Beispiel von Absatz 7.1.1 gezeigt werden.

**TABELLE 7.3** Vollständiger faktorieller  $2^2$ -Versuch mit 4 Realisierungen mit Blockbildung und randomisierter Reihenfolge innerhalb der Blöcke:

Jede Zeile stellt einen Einzelversuch dar.

1. Spalte: Reihenfolge, in der Einzelversuche durchgeführt werden
2. Spalte: Nummer der Faktorstufenkombination in Tabelle 7.1 bzw. 7.2
3. Spalte: Nummer der Realisierung (d. h. Block)
4. und 5. Spalte: Stufen der Faktoren bei jedem Einzelversuch
6. Spalte: Versuchsergebnisse aus Tabelle 7.2
7. Spalte: Postulierte Verfälschung durch einen Trend in den Ergebnissen
8. Spalte: Versuchsergebnisse mit Trend (Summe von 6. und 7. Spalte)

Vers. Nr.	syst. Nr.	Realisierung (Block)	Faktor A	Faktor B	Rate ohne Trend	Trend	Rate mit Trend
1	2	1	+	-	6,1	0,1	6,2
2	3	1	-	+	5,8	0,2	6,0
3	1	1	-	-	6,1	0,3	6,4
4	4	1	+	+	9,7	0,4	10,1
5	4	2	+	+	11,0	0,5	11,5
6	2	2	+	-	7,7	0,6	8,3
7	3	2	-	+	6,4	0,7	7,1
8	1	2	-	-	5,9	0,8	6,7
9	1	3	-	-	5,4	0,9	6,3
10	3	3	-	+	7,5	1,0	8,5
11	2	3	+	-	8,9	1,1	10,0
12	4	3	+	+	10,4	1,2	11,6
13	3	4	-	+	6,7	1,3	8,0
14	1	4	-	-	6,6	1,4	8,0
15	4	4	+	+	10,1	1,5	11,6
16	2	4	+	-	7,3	1,6	8,9

Die vier Faktorstufenkombinationen einer Realisierung bilden jeweils einen Block. Sie werden nacheinander durchgeführt. Randomisierung bedeutet, dass die Reihenfolge der vier Einzelversuche in jeder Realisierung zufällig (und unterschiedlich) ist. So ergibt sich z. B. die in Tabelle 7.3 dargestellte Reihenfolge der Einzelversuche. Um die Wirkung von Blockbildung und Randomisierung zu demonstrieren, wird in Tabelle 7.3 ein Trend unterstellt, der dazu führt, dass sich das Ergebnis von Einzelversuch zu Einzelversuch jeweils um 0,1 erhöht.

**TABELLE 7.4** Auswertung der Versuchsergebnisse mit Trend aus Tabelle 7.3 (Bezeichnungen wie in Tabelle 7.2, ohne Korrektur für den Trend)

syst. Nr.	A	B	AB	Einzelwerte Rate [nm/min]				$\bar{y}_i$	$s_i^2$
1	-	-	+	6,4	6,7	6,3	8,0	6,85	0,617
2	+	-	-	6,2	8,3	10,0	8,9	8,35	2,550
3	-	+	-	6,0	7,1	8,5	8,0	7,40	1,207
4	+	+	+	10,1	11,5	11,6	11,6	11,2	0,540
$\Sigma$	5,3	3,4	2,3						4,914
Effekt	2,65	1,7	1,15					$s^2 =$	1,228

Tabelle 7.4 zeigt die Ergebnisse aus Tabelle 7.3 in der systematischen Reihenfolge (wie in Tabelle 7.2). Die Auswertung in Tabelle 7.4 nutzt nur die Randomisierung aus. Die Blockstruktur ist nicht berücksichtigt.

Durch Randomisierung wurde vermieden, dass der Trend die Schätzwerte für die Effekte mehr als zufällig verfälscht. Allerdings hat sich der Schätzwert für die Varianz erhöht, weil die Einzelwerte in Tabelle 7.4 aufgrund des Trends von Spalte zu Spalte zunehmen. Dadurch verändert sich die Signifikanz der Effekte.

**TABELLE 7.5** Auswertung der Versuchsergebnisse mit Trend aus Tabelle 7.3 (mit Korrektur für den Trend – von jedem Block [= jeder Spalte] wurde der jeweilige Mittelwert abgezogen)

syst. Nr.	A	B	AB	korrigierte Einzelwerte				$\bar{y}_i$	$s_i^2$
1	-	-	+	-0,775	-1,7	-2,8	-1,125	-1,6	0,785
2	+	-	-	-0,975	-0,1	0,9	-0,225	-0,1	0,594
3	-	+	-	-1,175	-1,3	-0,6	-1,125	-1,05	0,095
4	+	+	+	2,925	3,1	2,5	2,475	2,75	0,097
$\Sigma$	5,3	3,4	2,3						1,571
Effekt	2,65	1,7	1,15					$s^2 =$	0,393

In Tabelle 7.5 wird zusätzlich die Blockbildung ausgenutzt. In jedem Block (= Spalte der Einzelwerte) tritt jede Faktorstufenkombination genau einmal auf. Daher sollten sich die Mittelwerte der Blöcke nur zufällig unterscheiden. Von den Versuchsergebnissen für jeden Block wird daher der Mittelwert dieses Blocks abgezogen, d. h. in Tabelle 7.5 sind von den Spalten der Einzelwerte in Tabelle 7.4 jeweils die Mittelwerte der Spalten (7,175; 8,40; 9,10 und 9,125) abgezogen.

Das Abziehen der Mittelwerte hat keinen Einfluss auf die Effekte, man erhält jedoch eine deutlich reduzierte Streuung, weil Unterschiede zwischen den Blöcken nicht mehr eingehen.

Durch das Abziehen der Blockmittelwerte hat man jedoch nicht nur die systematischen Unterschiede zwischen den Blöcken eliminiert, sondern auch die zufälligen Unterschiede (in Tabelle 7.2 sind die Mittelwerte der Spalten auch nicht gleich, obwohl es keinen Trend gibt). Dadurch unterschätzt man die Streuung jetzt, und eine Korrektur ist erforderlich. Bei  $b$  Blöcken reduziert sich durch das Abziehen der  $b$  Blockmittelwerte der Freiheits-

grad  $f$  um  $b-1$  (der Gesamtmittelwert geht auch ohne Berücksichtigung der Blöcke nicht in die Rechnung ein) und man erhält statt (7.4) und (7.5):<sup>1</sup>

$$f_{\text{korr}} = f - b + 1 \quad (7.7)$$

$$s_{\text{korr}}^2 = \frac{f}{f_{\text{korr}}} \cdot s^2 \quad (7.8)$$

Für Tabelle 7.5 erhält man ( $b = 4$  Blöcke):

$$f_{\text{korr}} = f - 4 + 1 = 12 - 3 = 9$$

$$s_{\text{korr}}^2 = \frac{12}{9} \cdot 0,393 = 0,524$$

Diese korrigierte Varianz unterscheidet sich nur zufällig vom Ergebnis ohne Trend im Anschluss an Tabelle 7.2. Durch Randomisierung konnte vermieden werden, dass der Trend die Effekte verfälscht. Aufgrund der Blockbildung konnte der Unterschied zwischen den Blöcken aus der Zufallsstreuung herausgerechnet werden (vgl. Tabelle 7.5 mit 7.4).

Tabelle 7.3 stellt somit eine ideale Reihenfolge für die Durchführung der Versuche dar. Für diese Reihenfolge müssen die Faktorstufen von Einzelversuch zu Einzelversuch geändert werden. Dies kann zu einem hohen Versuchsaufwand führen.

In der Praxis wird daher häufig der Wunsch geäußert, alle Realisierungen derselben Faktorstufenkombination (mit derselben systematischen Nummer) hintereinander durchzuführen. Dies sollte nur gemacht werden, wenn die Einstellung aller Faktorstufen genau reproduzierbar ist und wenn keine systematische Veränderung der Ergebnisse mit der Zeit (d. h. kein Trend) zu befürchten ist.

Ist die Änderung eines der Faktoren sehr aufwändig, so wird häufig der Wunsch geäußert, zunächst alle Versuche mit einer Stufe dieses Faktors durchzuführen und erst dann alle Versuche mit der anderen Stufe. Dies sollte nur im Extremfall geschehen, da dann ein Trend den Schätzwert für den Effekt dieses Faktors verfälschen kann (vgl. dazu auch Absatz 3.4.5).



### Aufgabe

Die Ausbeute einer chemischen Reaktion soll erhöht werden. In einem Brainstorming wurden als vermutlich wichtigste Faktoren die Temperatur und der Druck festgelegt. Momentan sind bei der Anlage eine Temperatur von 100 °C und ein Druck von 2 bar eingestellt. Es soll untersucht werden, ob eine Erhöhung der Temperatur auf 120 °C und/oder eine Erhöhung des Drucks auf 3 bar zu einer Verbesserung der Ausbeute führt.

<sup>1</sup> Software führt diese Korrekturen durch, ohne dass sich der Anwender darum kümmern muss. Ziel dieser Darstellung ist vor allem, durch eine einfache Rechnung den Hintergrund zu erläutern. Software nutzt zur Darstellung der Ergebnisse häufig Bezeichnungen aus der Varianzanalyse (siehe Kapitel 12), für das Verständnis der Vorgehensweise ist Varianzanalyse jedoch nicht erforderlich.

- a) Stellen Sie einen Versuchsplan auf. In welcher Reihenfolge würden Sie die Versuche durchführen, wenn jede Faktorstufenkombination zweimal realisiert werden soll? Diskutieren Sie Vor- und Nachteile verschiedener Alternativen.
- b) Bei der Durchführung der Versuche wurden folgende Ausbeuten gemessen. Vervollständigen Sie die Tabelle, und berechnen Sie die Effekte von Temperatur, Druck und Wechselwirkung. Welche Effekte sind signifikant? Welche Faktorstufenkombination werden Sie in Zukunft verwenden?

syst. Nr.	Temperatur	Druck	WW	Einzelausbeute [%]		Mittel $\bar{y}$	Varianz $s^2$
1	-	-		70,3	69,2	69,75	0,605
2	+	-		64,5	65,0	64,75	0,125
3	-	+		58,0	59,9	58,95	1,805
4	+	+		72,6	71,9		

### Lösung

- c) Vollständiger faktorieller  $2^2$ -Versuchsplan in systematischer Reihenfolge:

syst. Nr.	Temperatur	Druck
1	100 °C	2 bar
2	120 °C	2 bar
3	100 °C	3 bar
4	120 °C	3 bar

Mögliche Reihenfolgen der Einzelversuche (Auswahl – die Beispiele sollen nur das Prinzip zeigen):

1. Randomisierte Reihenfolge der Einzelversuche mit  $n = 2$

Vers. Nr.	syst. Nr.	Block	Temperatur	Druck	Ausbeute
1	2	1	120 °C	2 bar	
2	4	1	120 °C	3 bar	
3	1	1	100 °C	2 bar	
4	3	1	100 °C	3 bar	
5	4	2	120 °C	3 bar	
6	1	2	100 °C	2 bar	
7	3	2	100 °C	3 bar	
8	2	2	120 °C	2 bar	

Vorteile: Wegen Randomisierung keine Verfälschung der Effekte durch Trend.

Zufallsstreuung wird voll erfasst.

Unterschied zwischen Blöcken kann erkannt und eliminiert werden.

Nachteil: Häufige Änderung der Stufen, dadurch u. U. hoher Versuchsaufwand.

# Index

## A

- Ablauf
  - Datenauswertung 332
  - Produkt-/Prozessoptimierung 330
  - Versuchsplanung 17, 331
- A-Effizienz 284
- AIC 290
- Alias 132
- Alternativhypothese 84
- Anpassungstest *Siehe* Lack-of-Fit-Test
- A-optimal 229
- array
  - inner 170
  - orthogonal 180
  - outer 171
- Aufgabe
  - Ausbeute Chemie 110, 120
  - Ausbeute Halbleiterfertigung 126
  - Drehautomat 241
  - Druckgießen 85, 91, 94
  - Gewinderollen 118
  - Gießerei 47
  - Längenmessgerät 72
  - Leckstrom 190
  - Motoren 77, 81
  - Papier-Rotor 321
  - Schaltkreis 175
  - Trichter 324
- Auflösung 143, 277, 333
- augment 277
- Ausreißer
  - Begriff 37, 334
  - Beispiel 153, 276, 319
  - Tests 75
  - Umgang mit 37, 288
- Auswertungsverfahren
  - Effektberechnung 101
  - Mittelwertvergleich 82
  - Regressionsanalyse 185
  - Varianzanalyse 237
  - Vertrauensbereich 77

## B

- backward selection 207
- Beispiel
  - Abscheidung in vier Anlagen 238
  - Ankerwellen 46
  - Antriebsritzeln 265
  - Anzahl Lötfehler 97
  - Ausbeute Halbleiterfertigung 121
  - chemische Industrie 25, 116, 213, 280 f.
  - Computertest 160
  - Dickendifferenz Metallschicht 135
  - Dickenzunahme 185
  - Elektronikmodul 54
  - EVOP 340
  - Galvanik 66
  - Gewinderollen 141
  - Gießerei 51
  - Gummimischung 272
  - Halbleiterfertigung 53
  - Keramikfliesen 173
  - Laserschneiden 218, 270
  - Lebensdauer 95
  - Leiterplattenfertigung 49
  - Literatur 320
  - Metallpresse 59
  - Motoroptimierung 315
  - Papier-Rotor 321
  - Reaktionsrate 243, 246, 249
  - Reflowlöten 147
  - Reifenabrieb 252
  - Schaltkreis 175, 179
  - Schichtdicke 93
  - SiO<sub>2</sub>-Abscheidung 102
  - Spritzgießprozess 340
  - Stahlsorten 84
  - Stoßdämpfer 54
  - Trichter 324
  - Vakuumverpackung 52
  - Wafermap 50
  - Zeitähler 62
- Bestimmtheitsmaß 188, 289, 334

- Bias 289
  - BIC 290
  - Binomialverteilung 263, 287
  - Blockbildung
    - Aufwand 33
    - Auswertung 109
    - Begriff 31, 334
    - bei Erweiterung 278
    - Beispiel 32, 108
    - Blockfaktor 134
    - mehrere Blockfaktoren 252
    - zentral zusammengesetzt 217
  - Box-Cox-Transformation 98
  - Brainstorming 24, 330
- C**
- CAMEO® 311, 343
  - constraints 230, 284, 316
  - contour plot *Siehe* Höhenliniendiagramm
  - control factor 170
  - Cook-Distanz 208, 340
  - Cornerstone® 304, 342
  - crossed 250
- D**
- Data Mining 288
  - Datenauswertung 332
  - D-Effizienz 284
  - Design-Expert® 304, 342
  - Design of Experiments 1
  - desirability function 268
  - destra® 312, 343
  - DFFITS 208
  - DMAIC 8
  - DOE *Siehe* Versuchsplanung 1
  - DOE++® 312, 343
  - Dokumentation 42
  - D-optimal 229, 279, 284, 316
  - Dosis-Wirkungs-Zusammenhang 264
  - Dreieckstabelle 181
  - Drei-Faktor-Wechselwirkung *Siehe* Wechselwirkung
  - dummy levels 182
- E**
- Effekt
    - als Mittelwertdifferenz 83
    - Anzahl 115
    - Begriff 334
    - Berechnung 115
    - einer Wechselwirkung 102
    - eines Faktors 38, 102
    - fest/zufällig 246
    - für Mittelwert 115
    - Signifikanz 104
    - S/N (signal/noise ratio) 172
    - Vertrauensbereich 105
    - Wahrscheinlichkeitsdarstellung 121
    - Wechselwirkung bei Regression 204
    - Zusammenhang mit Regression 199
  - Einflussgröße
    - Begriff 12, 334
    - Ideenfindung 24
    - nicht untersucht 28
    - Regression 185
  - Einflussgrößen-/Zielgrößenmatrix 24
  - Einsatzempfehlungen
    - alternative Modellansätze 292
    - Funktionstest 164
    - nichtlineare Zusammenhänge 234
    - Screening mehrstufig 254
    - Screening zweistufig 164
  - Einzelversuch 334
  - E-optimal 229
  - Ergebnisse interpretieren 40
  - erwartungstreu 76, 338
  - Erwünschtheit 268
  - ETAS ASCMO® 292, 344
  - Evolutionary Operations *Siehe* EVOP
  - EVOP
    - Faktorstufen 27
    - Probleme 297
    - Untersuchungsziel 22
    - Vorgehensweise 296, 340
  - extreme vertices 283
- F**
- Faktor
    - Auswahl 25, 45, 330
    - Begriff 14, 334
    - gegenseitige Beschränkung 318
    - geschachtelt/gekreuzt 250
    - qualitativ (= kategorisch) 15, 27, 335
    - quantitativ (= numerisch) 15, 27, 335
  - Faktorstufen
    - Anzahl festlegen 26
    - Begriff 14, 334
    - fest/zufällig 246
    - natürlich 214
    - nichtlinear 215
    - normiert 214
    - Werte festlegen 27
  - Faktorstufenkombination 29, 113
    - nicht realisierbar 283

## Fehler

- 1./2. Art 90, 334, 339
- Anzahl 96, 267
- festе Effekte 246
- Foldover 159, 277
- forward selection 207
- Freiheitsgrad
  - bei Pooling 125
  - einfache Regression 195
  - einfache Varianzanalyse 239
  - faktorieller Plan 116
  - Lateinische Quadrate 252
  - Mittelwertvergleich 84
  - Stichprobe 79
  - zweifache Regression 204
- F-Test 94
- Funktionstest 160
- FUSION® 312, 343
- F-Verteilung 239

## G

- Gaussian Process Models 291
- G-Effizienz 284
- gemischtes Modell 246
- Generator 133
- GLM 287
- GlobalOptimize® 302, 343
- G-optimal 229
- grafische Darstellung
  - Effekt Faktor 103
  - Effekt Wechselwirkung 104
  - Fehlerverteilung 49
  - Histogramm 68
  - Höhenlinien Beispiel 222, 319
  - Höhenlinien Mischung 258
  - Komponententausch 63
  - Masern-Diagramm 51
  - Messwerte 66
  - Mittelwertvergleich 2
  - Multi-Vari-Bild 45
  - Normalverteilung 70
  - Signifikanz 87, 106, 117, 221
  - Variablentausch 59
  - Wahrscheinlichkeitsnetz Effekte 124
  - Wahrscheinlichkeitsnetz Messwerte 74
  - Wahrscheinlichkeitsnetz Residuen 94
  - Wechselwirkung bei Regression 206
  - Wechselwirkung mehrstufig 245
  - Wirkungsfläche 6
- Grundgesamtheit 68
- Grundlagen Statistik 65
- Gut-Schlecht-Ergebnisse 261

## H

- Half-Normal-Plot 127
- Häufigkeit
  - absolut 66
  - kumuliert 67
  - relativ 66
- Häufigkeitsverteilung 65
- Haupteffekt 38
- Hebel 208, 340
- Histogramm 67
- Höhenliniendiagramm 206, 221, 258, 319

## I

- Ideenfindung 24
- idle columns 182
- inclusions 230, 279
- indifferent 84
- inner array 170
- I-optimal 229
- Ishikawa-Diagramm 24

## J

- JAVA-Visualisierungen 337
- JMP® 304, 342

## K

- Kernel 290, 292
- Klasse 66
- klassisch 7, 20
- Kolmogoroff-Smirnoff-Test 75
- Komponententausch 61, 330
- Korrelationskoeffizient 188
- Korrelation zwischen Einflussgrößen 201, 208
- Kreuzvalidierung 290
- Kriging 292
- kubisches Modell 316

## L

- Lack-of-Fit-Test 196, 209, 281, 340
- Lateinische Quadrate 251
- Lenth ME 127
- leverage *Siehe* Hebel
- lineare Regression 185, 340
- linearer Graph 181
- Linearitätstest 196, 209
- Literatursuche 320
- logistische Funktion 264, 288
- Logit-Regression 264
- lokale Modelle 290
- loss function 168

**M**

Machine Learning 288  
 Masern-Diagramm 51  
 Maßnahmen ableiten 41  
 MATLAB® 292, 344  
 Metamodellierung 288  
 Metaplantchnik 24  
 Minitab® 304, 342  
 Mischungspläne  
 – kombiniert 259  
 – mit Begrenzungen 258  
 – ohne Begrenzungen 256  
 Mittelwert  
 – Begriff 335  
 – Effekt 115  
 – Lage 19  
 – Normalverteilung 70  
 – Rand 244, 253  
 – Stichprobe 76  
 – Vertrauensbereich für 77, 338  
 Mittelwertvergleich 82, 339  
 mixed model 246  
 MODDE® 304, 342  
 Modellverbesserung 275  
 Multi-Vari-Bild 45, 330

**N**

nested 250  
 Neuronale Netze 291  
 Nichtlinearität 279  
 noise factor 170  
 normal probability plot *Siehe* Wahrscheinlichkeitsnetz  
 Normalverteilung 70  
 – Abweichung von 287  
 – Simulation 338  
 – standardisiert 70  
 Nullhypothese 84

**O**

One-factor-at-a-time 4  
 Optimierung  
 – mehrere Zielgrößen 222, 268, 319  
 – sequentiell 295  
 Optimierungsgrafik 274  
 orthogonales Feld 171, 180  
 Orthogonalität  
 – Begriff 202  
 – Beispiel 217  
 outer array 171  
 Outlier *Siehe* Ausreißer

**P**

Paarweiser Vergleich 54, 330  
 Parameterdesign 170  
 Pareto-Prinzip 64  
 Plackett-Burman 156  
 Plan *Siehe* Versuchsplan  
 Poissonverteilung 96, 267, 287  
 Pooling 125  
 P-P-Plot 75  
 PRESS 209, 276, 290, 340  
 probability level 88  
 probability plot *Siehe* Wahrscheinlichkeitsnetz  
 Prognosefähigkeit 209, 276, 289  
 Prozessablaufdiagramm 24  
 Prozessvergleich 52  
 pseudo factor designs 182  
 Pure Error 209  
 p-Wert 243, 249

**Q**

Q-optimal 229  
 Q-Q-Plot 75  
 quadratisches Modell  
 – Erweiterung auf 281  
 – Gleichung 211  
 – Grenzen 230, 287

**R**

R 288, 292, 344  
 Radiale Basisfunktionen 290  
 Randomisierung  
 – Aufwand 33  
 – Begriff 31, 335  
 – Beispiel 32  
 – nicht vollständig 248  
 – Wirkung an Beispiel 108  
 Rauschfaktor  
 – Begriff 14  
 – Faktorstufen 27  
 – outer array 170  
 Realisierung  
 – Anzahl n berechnen 30, 120  
 – n = 1 auswerten 121  
 Regression  
 – Beurteilung 208  
 – einfach linear 186, 340  
 – lokale Modelle 290  
 – Matrixformalismus 204  
 – mehrfach 200  
 – quadratischer Effekt 211



- quasilinear 200
- robust 288
- schrittweise 207
- Wechselwirkungseffekt 204, 211, 221
- Zusammenhang mit Effekt 199, 202, 205
- Regressionsanalyse 185, 335
- Regressionskoeffizient 335
- Regularisierung 290
- Reihenfolge
  - Einzelversuche 92, 108
  - systematisch 37
  - zufällig 32
- Residuen
  - Begriff 335
  - Berechnung 93
  - grafische Beurteilung 191, 340
  - standardisiert 191
  - studentisiert 191
  - Wahrscheinlichkeitsnetz 94
- resolution *Siehe* Auflösung
- response surface 221
- Ridge Regression 290
- Robustheit
  - als Ziel 167
  - alternative Ansätze 178
  - Begriff 20
  - grafische Darstellung 169
  - Maßzahlen 172
- Rosa X 58
- Rotes X 58

## S

- Sättigung 215, 231
- Screening
  - Erweiterung 277
  - mehrstufige Faktoren 251
  - zweistufige Faktoren 129, 331
- S.d.q.A. 186, 340
- sequentielle Optimierung
  - EVOP 296, 340
  - neuere Entwicklungen 301
  - Simplexverfahren 299
  - Software 343
  - steilster Anstieg 298
- Shainin
  - Komponententausch 61
  - Multi-Vari-Bild 45
  - Paarweiser Vergleich 54
  - Prozessvergleich 52
  - sieben Werkzeuge 64
  - Überblick 64
  - Untersuchungsziel 21
  - Variablenvergleich 57
- Shapiro-Wilk-Test 75
- Signal-Rausch-Verhältnis 171
- significance level 88
- Signifikanz
  - Begriff 335
  - Definition 84
  - grafisch 87
  - Regression 195
- Signifikanzniveau 88
- Simplexgitterplan 256
- Simplexverfahren 299, 331
- Simplex-Zentroid-Pläne 257
- Six-Sigma 8
- S/N signal-to-noise-ratio 171
- Software 303, 341
- Soll-/Istwerte 283
- S-optimal 229
- Space Filling Plan 292
- Spline 290, 292
- Split-Plot 249
- Standardabweichung
  - Begriff 335
  - eines Effekts 84, 105, 115, 284
  - eines Mittelwerts 78
  - Normalverteilung 70
  - Stichprobe 76
- standard error *Siehe* Standardabweichung  
z.B. eines Effekts
- STATGRAPHICS® 304, 342
- STATISTICA® 304, 342
- STAVEX® 304, 343
- steepest ascent *Siehe* steilster Anstieg
- steilster Anstieg 298, 331, 340
- Steuerfaktor
  - Begriff 14
  - inner array 170
  - Unterteilung 173
- Steuergröße 24, 336
- Stichprobe
  - Begriff 65, 69
  - repräsentativ 71, 92
- Stichprobenumfang 78 *Siehe* auch Versuchs-  
umfang
- Störgröße 24, 170, 336
- Streudiagramm 64
- Stufe *Siehe* Faktorstufen 27
- Summenhäufigkeit 67
- Systemdesign 170

**T**

## Taguchi

- Alternativen zu 178
- Designphasen 170
- Kritik an 180
- mehrstufige Pläne 251
- Robustheit 167
- Software 343
- Strategie 168
- Untersuchungsziel 20
- Versuchspläne 170

## Team 24

## Testabdeckung 162

## Toleranzdesign 170

## Transformation

- Anwendung 193
- arcsin 263
- Beispiel 276
- Box-Cox 98
- Einflussgrößen 204
- logarithmisch 95
- Messwerte 95
- varianzstabilisierend 263
- Wurzel 97, 267
- $\omega$ - 264

## Trend 108, 192

## t-Wert 79

Typ *Siehe* Auflösung**U**

## Über-/Unteranpassung 288

## ULTRAMAX® 343

## Umgebungsbedingungen 318

## Unterschied

- (hoch)signifikant 84
- indifferent 84

## Untersuchungsziel 19

## Ursache-Wirkungs-Diagramm 24

**V**

## Variablenvergleich 57

## Varianz

- Begriff 336
- Normalverteilung 70
- Residuen 194
- Stichprobe 76

## Varianzanalyse

- Begriff 336
- einfach 238
- mehrfach 243
- Streuungserlegung 242

## Varianzinflationsfaktor 208, 284

## Varianzkomponente 246

## Verbesserung absichern 42

## Verbesserungszyklus 43

## Verlustfunktion 168

## Vermengung

- Begriff 132, 336
- Risiken 140
- trennen 277

## Versuchsaufwand abschätzen 33

## Versuchsplan

- 3k und 3k-p 226
- Begriff 336
- Box-Behnken 226
- Definitiver Screening 162
- Desperado 160
- D-optimal 229, 279, 316
- drehbar 215
- Erweiterung 277
- flächenzentriert 216
- foldover 277
- fraktionell faktoriell 130
- gemischt 181
- gesättigt 145, 181
- klein zusammengesetzt 227
- Minimum Aberration 146
- Mischungen 255
- nichtlineare Zusammenhänge 211
- nicht orthogonal 230, 279
- optimal 229
- orthogonal 208, 213
- orthogonale Blöcke 217
- orthogonales Feld 171
- orthogonal und drehbar 216
- Plackett-Burman 156
- Screening 129
- Simplexgitterplan 256
- Simplexverfahren 299
- Simplex-Zentroid-Pläne 257
- Space Filling 292
- Split-Plot 249
- übersättigt 160
- vollständig faktoriell 101
- Wechselwirkungen trennen 277
- zentral zusammengesetzt 211
- Zentrumspunkt 279

## Versuchsplanung

- Einsatzgebiete 1
- Ergebnisse 6
- klassisch 7, 20, 101, 211
- Prinzip 4
- Shainin 7, 21, 45, 64
- Software 303
- Taguchi 7, 20, 167

- Vorgehensweise 17, 331
- Vorteile 5
- Versuchsumfang
  - Anzahl Fehler 267
  - Auswirkung 89
  - Begriff 4, 83, 336
  - gut-schlecht 265
  - Mittelwertvergleich 90
  - nichtlineare Zusammenhänge 234
  - Plackett-Burman 159
  - Screeningpläne 164
  - Varianzanalyse 241
  - vollständig faktoriell 120
- Verteilung
  - Binomial 263, 287
  - F- 239
  - Fehler örtlich 49
  - Häufigkeit 65
  - logarithmisch normal 95
  - nicht normal 287
  - normal 70, 338
  - Poisson 96, 287
  - t- 78
- Verteilungsdichte 68
- Verteilungsfunktion 68
- Vertrauensbereich
  - Begriff 336
  - für Differenz 83
  - für Effekt 105
  - für Mittelwert 77, 338
  - für Regression 195, 340
  - Hinweise zu 81
  - Simulation 338
- Vertrauensniveau 78, 338
- VIF 208, 284
- Vorhersagebereich 197, 336, 340

## W

- Wahrscheinlichkeitsnetz
  - Effekte 121
  - Entstehung 73
  - Residuen 93
- Wavelets 290
- Wechselwirkung
  - Begriff 337
  - Drei-Faktor 115
  - Formel 102
  - Grafik 104
  - Höhenliniendiagramm 206
  - Interpretation 106, 117
  - Varianzanalyse 243
  - Vermengung 132, 141
  - Vermengung trennen 277
  - Zwei-Faktor 106, 115
- Wirkungsfläche 6, 206, 221
- Wunschfunktion 268, 337

## X

- XSel® 304, 342

## Z

- Zentrumspunkt 279, 340
- Zielgröße
  - Anzahl Fehler 267
  - Auswahl 22
  - Begriff 337
  - gut-schlecht 261
  - mehrere 222, 268, 316
- zufällige Effekte 246
- Zuordnung 131
- Zuverlässigkeitsuntersuchungen 162
- Zwei-Faktor-Wechselwirkung *Siehe Wechselwirkung*