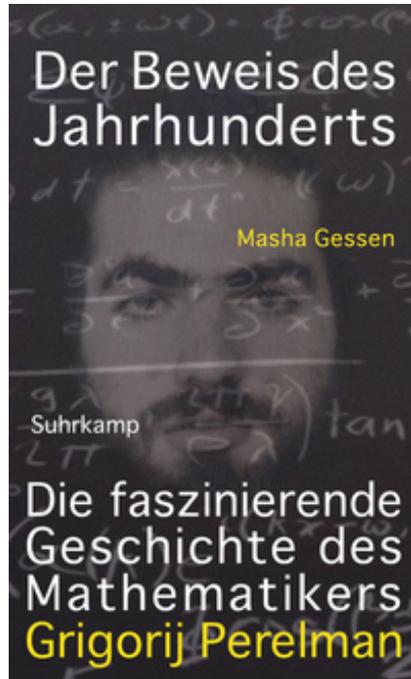


Suhrkamp Verlag

Leseprobe



Gessen, Masha

Der Beweis des Jahrhunderts

Die faszinierende Geschichte des Mathematikers Grigori Perelman
Aus dem Englischen von Michael Müller

© Suhrkamp Verlag
978-3-518-42370-7

SV

Masha Gessen
Der Beweis des Jahrhunderts

Die faszinierende Geschichte
des Mathematikers Grigori Perelman

Aus dem Englischen von
Michael Müller

Suhrkamp

Titel der Originalausgabe:
Perfect Rigor. A Genius and the Mathematical Breakthrough
of the Century
Copyright © 2009 by Masha Gessen

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation
in der Deutschen Nationalbibliografie;
detaillierte bibliografische Daten sind im Internet
über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Erste Auflage 2013

© Masha Gessen

© der deutschen Ausgabe Suhrkamp Verlag Berlin 2013
Alle Rechte vorbehalten, insbesondere das des öffentlichen Vortrags
sowie der Übertragung durch Rundfunk und Fernsehen,
auch einzelner Teile.

Kein Teil des Werkes darf in irgendeiner Form
(durch Fotografie, Mikrofilm oder andere Verfahren)
ohne schriftliche Genehmigung des Verlages reproduziert oder
unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet,
vervielfältigt oder verbreitet werden.

Für Inhalte von Webseiten Dritter, auf die in diesem Werk
verwiesen wird, ist stets der jeweilige Anbieter oder Betreiber
verantwortlich, wir übernehmen dafür keine Gewähr.

Rechtswidrige Inhalte waren zum Zeitpunkt der Verlinkung
nicht erkennbar.

Satz: TypoForum GmbH, Seelbach

Druck: CPI – Ebner & Spiegel, Ulm

ISBN 978-3-518-42370-7

Inhalt

Prolog: Eine Aufgabe für eine Million Dollar	7
1. Flucht in imaginäre Welten	15
2. Wie Mathematiker gemacht werden	35
3. Eine schöne Schule	59
4. Eine perfekte Punktzahl	97
5. Regeln für den Erwachsenen	125
6. Schutzengel	153
7. Nach Amerika. Und zurück nach Russland	167
8. Das Problem	193
9. Der Beweis taucht auf	217
10. Der Wahnsinn	247
11. Die Eine-Million-Dollar-Frage	289
Dank	303
Anmerkungen	305

Prolog

Eine Aufgabe für eine Million Dollar

Zahlen können jeden Menschen verzaubern. Besonders anfällig aber sind Mathematiker; sie verstehen es, Zahlen mit Bedeutung aufzuladen. So war es auch, als im Jahr 2000 einige der weltweit besten Mathematiker in Paris zu einer Konferenz zusammenkamen. Die Erwartungen waren groß: Sie würden die Gelegenheit zu einer Bestandsaufnahme ihres Forschungsfelds nutzen. Sie würden über das sprechen, woran kein Zweifel bestand und was sie so liebten – die Schönheit der Mathematik. Und sie würden sich die Zeit nehmen, sich gegenseitig zu loben und, noch wichtiger, zu träumen: von der Eleganz und Bedeutsamkeit zukünftiger Errungenschaften auf dem Gebiet der Mathematik.

Veranstaltet wurde diese Millennium-Konferenz vom Clay Mathematics Institute, einer gemeinnützigen Organisation zur Verbreitung und Erforschung mathematischer Ideen, die der Bostoner Geschäftsmann Landon Clay und seine Frau Lavinia gegründet hatten. Das Institut bestand seit zwei Jahren, hatte sich in einem Gebäude in der Nähe des Harvard Square in Cambridge im US-Bundesstaat Massachusetts ein schönes Büro eingerichtet und auch schon einige Forschungspreise vergeben. Nun aber verfolgte das Institut einen wirklich ehrgeizigen Plan. Es ging um die Zukunft der Mathematik. »Die mathematischen Probleme des zwanzigsten Jahrhunderts« sollten dokumentiert wer-

den, »die sich einer Lösung am erfolgreichsten widersetzt haben und die wir am liebsten gelöst sähen« – so formulierte Andrew Wiles, der britische Zahlentheoretiker und berühmte Bezwinger des Letzten Satzes von Fermat, das Ziel. »Wir wissen nicht, wie noch wann [diese Fragen] gelöst werden, vielleicht in fünf, vielleicht in hundert Jahren. Aber wir glauben, dass wir mit den Lösungen dieser Probleme neue Aussichten auf mathematische Entdeckungen und Landschaften eröffnen werden.«¹

In vielen Volkstraditionen ist die Sieben eine magische Zahl. Und als wollte es ein mathematisches Märchen in die Welt setzen, benannte das Clay Mathematics Institute exakt sieben Probleme und setzte für die Lösung jedes einzelnen von ihnen die sagenhafte Preissumme von einer Million Dollar aus. Im Lauf der Konferenz hielten die ungekrönten Könige der Mathematik Vorträge zu diesen sieben großen Fragen. Sir Michael Francis Atiyah, einer der bedeutendsten Mathematiker des letzten Jahrhunderts, sprach über die von Henri Poincaré 1904 formulierte Vermutung.² Mit diesem Klassiker der mathematischen Topologie hätten sich, so Atiyah, schon »viele berühmte Mathematiker [...] herumgeschlagen, aber das Problem ist noch immer ungelöst. Es hat viele falsche Beweise gegeben. Viele haben sich bemüht und Fehler gemacht. Manchmal entdeckten sie die Fehler selbst, manchmal waren es befreundete Mathematiker.« Die Zuhörer lachten, mit Sicherheit befanden sich einige unter ihnen, die bei ihren Lösungsversuchen der Poincaré-Vermutung auf dem Holzweg waren.

Die Lösung des Problems, so vermutete Atiyah, werde aus der Physik kommen. Und fügte scherzhaft hinzu, dies

sei die Art von Hinweis, »die ein Lehrer, der ein Problem nicht lösen kann, seinem Schüler gibt, der es zu lösen versucht«. Und in der Tat arbeiteten einige unter den Zuhörern an Fragestellungen, von denen sie hofften, sie würden die Mathematik einem Sieg über die Poincaré-Vermutung näherbringen. Doch so recht mochte keiner von ihnen glauben, dass eine Lösung in Sicht sei.

Manche Mathematiker machen aus ihrer Arbeit an berühmten Problemen ein Geheimnis – auch Wiles tat dies, als er über Fermats Letzten Satz arbeitete. Im Allgemeinen aber halten sie sich gegenseitig über ihre Forschungen auf dem Laufenden. Fast jährlich haben Mathematiker mutmaßliche Beweise für die Poincaré-Vermutung veröffentlicht, aber keiner hatte bislang einer Überprüfung standgehalten. Der letzte große Durchbruch war fast zwanzig Jahre alt. 1982 legte der Amerikaner Richard Hamilton so etwas wie ein Konzept zur Lösung des Problems vor. Doch auch Hamilton musste feststellen, dass sein eigener Lösungsentwurf – sein Programm, wie die Mathematiker sagen – zu schwer zu verfolgen war, und seitdem hatte sich niemand mehr mit einer aussichtsreichen Alternative zu Wort gemeldet. Möglicherweise würde die Poincaré-Vermutung, wie die anderen sechs Millennium-Probleme des Clay Mathematics Institute auch, nie gelöst werden.

Sollte es dennoch gelingen, es wäre eine Heldentat. Alle diese Probleme haben jahrzehntelange Forschungsarbeit in Anspruch genommen, und so mancher Mathematiker hat das Zeitliche gesegnet, ohne auf die Frage, mit der er so lange gerungen hat, eine Antwort gefunden zu haben. »Das Clay Mathematics Institute möchte eine deutliche

Botschaft aussenden, nämlich dass die Mathematik vor allem deshalb so wertvoll ist, weil es diese enorm schwierigen Probleme gibt, diese Himalayagipfel, diese Mount Evereste der Mathematik«, so der französische Mathematiker Alain Connes, ein anderer Gigant des zwanzigsten Jahrhunderts. »Und sollten wir den Gipfel tatsächlich erklimmen, dann wird das äußerst schwierig gewesen sein – vielleicht werden wir dafür sogar mit dem Leben bezahlen. Wahr bleibt indes, dass, sollten wir den Gipfel erreichen, die Aussicht fantastisch sein wird.«

In absehbarer Zukunft also war für keines der Millennium-Probleme eine Lösung zu erwarten. Gleichwohl legte das Clay Mathematics Institute klare Regeln fest, nach denen jeder der Preise vergeben wird. Die erste entspricht den üblichen wissenschaftlichen Gepflogenheiten: Die Lösung muss in einer anerkannten Fachzeitschrift präsentiert werden. Dann folgt eine zweijährige Wartefrist, die Mathematikern aus aller Welt die Gelegenheit gibt, die Lösung zu prüfen und zu einem Konsens über ihre Richtigkeit und die Urheberschaft zu gelangen. Nach Ablauf dieser Frist soll in einem dritten Schritt ein Ausschuss eine abschließende Empfehlung für die Verleihung des Preises geben. Erst dann, viertens, wird das Institut die ausgesetzte Preissumme von einer Million Dollar freigeben. Es werde, so Wiles' Schätzung, mindestens fünf Jahre dauern, bis die erste Lösung kommen werde – vorausgesetzt, irgendeines dieser Probleme werde überhaupt gelöst –, so dass das Verfahren keineswegs umständlich erschien.

Und dann die Überraschung: Gerade einmal zwei Jahre später, nämlich im November 2002, stellte ein russischer Mathematiker seinen Beweis für Poincarés Vermutung ins

Internet. Er war nicht der Erste, der behauptete, die Poincaré bewiesen zu haben – er war noch nicht einmal der erste Russe, der *in ebendiesem Jahr* einen angeblichen Beweis für die Vermutung ins Netz gestellt hatte –, doch wie sich herausstellte, war sein Beweis korrekt.

Und nun lief nichts mehr nach Plan – weder nach dem des Clay Mathematics Institute noch nach irgendeinem anderen, den ein Mathematiker für vernünftig halten konnte. Grigori Perelman, der Russe, der sich im Internet gemeldet hatte, hatte seine Arbeit nicht in einer anerkannten Fachzeitschrift veröffentlicht. Er zeigte sich auch nicht bereit, die Erklärungen für seinen Beweis, die von seinen Kollegen kamen, zu prüfen oder auch nur durchzusehen. Er lehnte Angebote der besten Universitäten der Welt ab. Er nahm, als sie ihm 2006 verliehen werden sollte, die Fields-Medaille nicht an, die höchste Auszeichnung für Mathematiker (quasi der Nobelpreis für Mathematik, den Alfred Nobel nicht gestiftet hat). Und schließlich zog er sich nicht nur aus den mathematischen Fachdiskussionen zurück, sondern sprach auch sonst mit praktisch keinem Menschen mehr.

Perelmans sonderbares Verhalten lieferte den Stoff, der der Poincaré-Vermutung eine Aufmerksamkeit verschaffte, wie sie wahrscheinlich keiner anderen Geschichte aus der Welt der Mathematik je zuteilgeworden ist.³ Die unerhört hohe Preissumme, die er wohl zu erwarten hatte, tat das ihre, um das Interesse anzuheizen, dazu kam eine plötzlich aufkommende Plagiatskontroverse, als nämlich zwei chinesische Mathematiker behaupteten, eigentlich hätten sie mit ihrer Arbeit die Vermutung schon bewiesen. Je mehr Rumor aber um Perelman entstand, desto mehr

zog er sich selbst von allem zurück; sogar diejenigen, die ihn gut kannten, sagten, er sei »verschwunden«. Dabei lebte und lebt er nach wie vor in St. Petersburg, in der Wohnung, in der er bereits seit vielen Jahren wohnt. Gelegentlich ging er ans Telefon – aber nur um zu sagen, man möge ihn als tot betrachten.

Als ich begonnen habe, an diesem Buch zu arbeiten, suchte ich Antworten auf drei Fragen: Warum war Perelman in der Lage, Poincarés Vermutung zu beweisen, das heißt: Was unterschied seinen Geist von dem all der anderen Mathematiker, die sich zuvor erfolglos an der Vermutung abgearbeitet hatten? Warum gab er, als er den Beweis gefunden hatte, die Mathematik und auch sonst fast alles auf? Schließlich: Würde er sich weigern, den Preis des Clay Mathematics Institute anzunehmen, obwohl er ihn verdient hat und das Geld sicher gut gebrauchen könnte? Und wenn ja, warum?

Dieses Buch ist keine gewöhnliche Biografie. Ich habe keine längeren Gespräche mit Perelman geführt, ja, um die Wahrheit zu sagen: Ich habe überhaupt nicht mit ihm gesprochen. Als ich mit dem Projekt begann, redete er bereits nicht mehr mit Journalisten, und auch zu anderen Leuten hatte er so gut wie keinen Kontakt mehr. Dadurch wurde die Aufgabe, die ich mir gestellt hatte, nicht leichter – ich musste mir einen Menschen vorstellen, dem ich nie begegnet bin. Zugleich wurde sie aber auch interessanter: nämlich zu einer Erkundung, zu einer wirklichen Recherche. Zum Glück waren fast alle, die mit ihm und der Poincaré-Geschichte zu tun hatten, bereit, mit mir zu sprechen. Manchmal kam mir sogar der Gedanke, es sei leicht-

ter, über jemanden zu schreiben, der die Mitarbeit verweigert, denn ich musste mich nicht mit Perelmans eigener Darstellung, mit seinem Selbstbild auseinandersetzen. Ich musste nur herausfinden, was es war und was geschehen ist.

I.

Flucht in imaginäre Welten

Wie jeder, der die Grundschule besucht hat, weiß, lässt sich Mathematik mit nichts anderem in dieser Welt vergleichen. Praktisch jeder kennt dieses Gefühl von Offenbarung, das sich einstellt, wenn etwas sehr Abstraktes plötzlich Sinn ergibt. Und auch wenn sich das Rechnen in der Grundschule zur wirklichen Mathematik wie die Rechtschreibung zur Kunst des Romanschreibens verhält, ist der Wunsch, Muster, Formen oder Strukturen zu erkennen und zu begreifen – sowie die kindliche Begeisterung, wenn es gelingt, ein rätselhaftes Muster, das sich partout nicht fügen will, endlich doch den Gesetzen der Logik anzupassen –, die treibende Kraft hinter aller Mathematik.

Diese Begeisterung hat viel damit zu tun, dass die Lösung eines mathematischen Problems etwas so Einzigartiges ist. Es gibt eine und nur eine richtige Antwort, weswegen die meisten Mathematiker ihre Disziplin für eine harte und exakte, für die reine und grundlegende Wissenschaft halten. Dabei ist sie gar keine Wissenschaft im naturwissenschaftlichen Sinn. Naturwissenschaftliche Wahrheiten werden experimentell überprüft. Mathematische Wahrheiten dagegen allein durch Argumente, womit die Mathematik der Philosophie näher steht oder, besser noch, der Rechtswissenschaft, einer Disziplin, die ebenfalls davon ausgeht, dass es nur eine einzige Wahrheit gibt.

Die anderen »harten« Wissenschaften finden im Labor

oder im Feld statt, unterstützt von ganzen Armeen von Technikern; die Mathematik dagegen passiert ausschließlich im Kopf beziehungsweise im Geist. Ihr Lebenselixier ist das Denken, das den Mathematiker bis in den Schlaf begleitet und ihn mit einer neuen Idee wieder aus dem Schlaf reißt, sowie das Gespräch, in dem sich die Idee verändert, in dem sie korrigiert oder bestätigt wird.

»Der Mathematiker braucht kein Labor und keine Gerätschaften«, schreibt der russische Zahlentheoretiker Alexander Chintschin, »ein Stück Papier, ein Stift und kreative Fähigkeiten – das sind die Grundlagen seiner Arbeit. Wenn noch eine anständige Bibliothek und eine ordentliche Prise wissenschaftliche Begeisterung (die fast jeder Mathematiker besitzt) dazukommen, ist die schöpferische Tätigkeit vor jedem destruktiven Einfluss sicher.«¹ Die anderen Wissenschaften, wie sie seit Anfang des zwanzigsten Jahrhunderts praktiziert werden, sind im Wesentlichen kollektive Tätigkeiten; die Mathematik dagegen ist ein einsames Geschäft – eines jedoch, bei dem jeder Mathematiker einen Gleichgesinnten vor Augen hat, der sich mit ähnlichen Fragen befasst. Die Räume, in denen dieses permanente Gespräch tatsächlich stattfindet – in denen die Argumente ausgetauscht werden –, sind Tagungen, Fachzeitschriften und seit einiger Zeit auch das Internet.

Dass Russland einige der bedeutendsten Mathematiker des zwanzigsten Jahrhunderts hervorgebracht hat, ist im Grunde ein Wunder. Denn die Mathematik steht so ziemlich für alles, was in der Sowjetunion verpönt war: die argumentative Auseinandersetzung, das Studium von Mustern und Strukturen, und dies in einem Land, das seine

Bürger kontrollierte, indem es sie zwang, in einer wechselhaften und unberechenbaren Wirklichkeit zu leben. Die Mathematik setzt auf Logik und Widerspruchsfreiheit in einer Kultur, die auf Propaganda und Angst aufgebaut war. Es bedarf eines hochspezialisierten Wissens, um mitreden zu können, was das mathematische Gespräch zu einem für Außenstehende unentzifferbaren Code macht. Am prekärsten allerdings war der Anspruch der Mathematik auf singuläre und erkennbare Wahrheiten; das Sowjetregime dagegen hatte seine Legitimität mit seiner eigenen singulären Wahrheit begründet. Aber gerade deshalb übte die Mathematik auf ebenjene Menschen in der Sowjetunion einen einzigartigen Reiz aus, die nach einem logischen, widerspruchsfreien Denken verlangten, das in anderen Wissensgebieten praktisch unerreichbar war, vom Alltag ganz zu schweigen. Und es machte die Mathematik und die Mathematiker verdächtig. Was diese an der Mathematik als so bedeutsam, als schön empfinden, erklärt der russische Algebraiker Michail Zfasman damit, dass »die Mathematik uns auf einzigartige Weise lehren kann, zwischen dem Richtigen und dem Falschen, dem Bewiesenen und dem Unbewiesenen, dem Wahrscheinlichen und dem Unwahrscheinlichen zu unterscheiden. Auch lehrt sie uns, das, was wahrscheinlich oder wahrscheinlich wahr ist, von dem zu unterscheiden, was scheinbar wahrscheinlich, in Wirklichkeit aber offensichtlich gelogen ist. Dies ist eine Eigenschaft der mathematischen Kultur, die der [russischen] Gesellschaft so sehr fehlt.«²

Kein Wunder also, dass die Bürgerrechtsbewegung in der Sowjetunion von einem Mathematiker gegründet wurde. Es war Alexander Jessenin-Wolpin, ein Spezialist auf

dem Gebiet mathematischer Logik, der im Dezember 1965 die erste Demonstration in Moskau organisierte. Die Parolen der Bewegung entsprachen dem sowjetischen Recht und ihre Gründer hatten nur eine einzige Forderung: Sie riefen die sowjetischen Behörden auf, sich an ebendieses geltende Recht zu halten. Anders gesagt: Sie gingen für Logik und Widerspruchsfreiheit auf die Straße. Das ging dem Regime deutlich zu weit und so wanderte Jessenin-Wolpin für insgesamt vierzehn Jahre ins Gefängnis und wurde schließlich gezwungen, das Land zu verlassen.³

Die sowjetische Wissenschaft und die sowjetischen Wissenschaftler existierten, um dem Staat zu dienen. Im Mai 1927, keine zehn Jahre nach der Oktoberrevolution, ließ das Zentralkomitee der KPdSU eine entsprechende Klausel in die Statuten der sowjetischen Akademie der Wissenschaften einfügen. Ein Mitglied der Akademie, hieß es dort, kann seinen Status verlieren, »wenn seine Tätigkeit offenkundig darauf abzielt, der UdSSR Schaden zuzufügen«. Seitdem stand jedes Mitglied der Akademie grundsätzlich unter dem Verdacht, der Sowjetunion schaden zu wollen. Öffentliche Verhöre von Historikern, Literaturwissenschaftlern und Chemikern endeten damit, dass sie in Ungnade fielen, ihre akademischen Ämter und Würden verloren sowie häufig wegen Verrats im Gefängnis oder im Lager landeten. Ganze Forschungsbereiche – namentlich die Genetik – wurden zerstört, weil sie offenkundig in Widerspruch zur sowjetischen Ideologie gerieten. Stalin persönlich herrschte über die Wissenschaft. Er ließ sogar eigene wissenschaftliche Arbeiten veröffentlichen und setzte damit in bestimmten Gebieten auf Jahre hinaus die Maßstäbe für Forschungsarbeiten. Sein Artikel über Lin-

guistik zum Beispiel löste zwar die Wolken der Verdächtigungen auf, die sich über der vergleichenden Sprachwissenschaft zusammengezogen hatten, sorgte aber auch dafür, dass die Kategorie des Klassengegensatzes aus der Sprachwissenschaft sowie aus dem ganzen Bereich der Semantik verbannt wurde.⁴ Stalin unterstützte Trofim Denissowitsch Lyssenko bei seinem Kreuzzug gegen die Genetik und war wohl auch Koautor jener Rede Lyssenkos, die geradewegs zum Verbot der Genetik in der Sowjetunion führte.⁵

Die russische Mathematik entging jedoch ihrer Vernichtung per Dekret. Dabei spielten drei voneinander unabhängige Faktoren eine Rolle. Erstens war die russische Mathematik gerade zu der Zeit ungewöhnlich stark, in der sie ansonsten am meisten zu leiden gehabt hätte. Zweitens zeigte sich, dass die Mathematik zu undurchsichtig war für die Art von Einmischung, die der sowjetische Führer besonders liebte. Und drittens erwies sie sich in einer kritischen Situation als äußerst nützlich für den Staat.

In den 1920er, 1930er Jahren hatte Moskau eine Reihe sehr fähiger Mathematiker vorzuweisen, die Bahnbrechendes auf jenen Gebieten leisteten, die den Grundstein für die Mathematik des zwanzigsten Jahrhunderts legten: Topologie, Wahrscheinlichkeitstheorie, Zahlentheorie, funktionelle Analysis, Differentialgleichungen und dergleichen. Mathematische Forschung ist billig, und dies half: Während die Naturwissenschaften unter mangelhafter Ausstattung oder unbeheizten Arbeitsräumen litten, blieben Mathematiker arbeitsfähig, denn sie brauchten nichts weiter als Stifte, Papier und Gespräche. »Der Mangel an aktueller Forschungsliteratur«, schreibt Chintschin über diese

Periode, »ließ sich zum Teil durch die unablässige wissenschaftliche Kommunikation ausgleichen, die in diesen Jahren organisiert und aufrechterhalten werden konnte.« Eine ganze Generation junger Mathematiker, von denen viele ihre Ausbildung teilweise im Ausland erhalten hatten, wurde damals im Schnellverfahren auf Lehrstühle und in die Akademie der Wissenschaften berufen.

Die älteren Mathematiker freilich – die vor der Revolution Karriere gemacht hatten – waren verdächtig. Einer von ihnen, Dmitri Fjodorowitsch Jegorow, der Star der russischen Mathematik um die Jahrhundertwende, wurde verhaftet und starb 1931 in der inneren Emigration.⁶ Seine Verbrechen: Er war, woraus er kein Geheimnis machte, religiös, und er widersetzte sich Bestrebungen, die Mathematik zu ideologisieren, indem er zum Beispiel (erfolglos) versuchte, die Grußbotschaft eines Mathematikerkongresses an einen Parteitag versickern zu lassen. Jegorows Anhänger wurden aus der Führung der Moskauer mathematischen Institutionen verdrängt, doch gemessen am damals Üblichen handelte es sich dabei eher um eine Warnung als um eine Säuberung: Kein Forschungsgebiet wurde verboten, und der Kreml schrieb auch keine allgemeine Linie vor. Dennoch waren Mathematiker damals gut beraten, sich gegen derbere Schläge zu wappnen.

Tatsächlich wurde in den 1930er Jahren dann auch ein mathematischer Schauprozess vorbereitet. Jegorows Juniorpartner in der Leitung der mathematischen Institutionen in Moskau war sein wichtigster Schüler Nikolai Lusin. Auch er war ein charismatischer Lehrer mit zahlreichen Studenten, die ihren Kreis Lusitanija nannten, als sei er ein Zauberland oder eine geheime, von gemeinsamen Vor-