



EUROPA-FACHBUCHREIHE  
für Metallberufe

Ulrich Fischer  
Roland Gomeringer

Max Heinzler  
Roland Kilgus

Friedrich Näher  
Stefan Oesterle

Heinz Paetzold  
Andreas Stephan

# Tabellenbuch Metall

45., neu bearbeitete und erweiterte Auflage

**Europa-Nr.: 10609** mit Formelsammlung

**Europa-Nr.: 1060X** ohne Formelsammlung

**Europa-Nr.: 10706** XXL, mit Formelsammlung und CD

VERLAG EUROPA LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG  
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

**Autoren:**

Ulrich Fischer	Dipl.-Ing. (FH)	Reutlingen
Roland Gomeringer	Dipl.-Gwl.	Meßstetten
Max Heinzler	Dipl.-Ing. (FH)	Wangen im Allgäu
Roland Kilgus	Dipl.-Gwl.	Neckartenzlingen
Friedrich Näher	Dipl.-Ing. (FH)	Balingen
Stefan Oesterle	Dipl.-Ing.	Amtzell
Heinz Paetzold	Dipl.-Ing. (FH)	Mühlacker
Andreas Stephan	Dipl.-Ing. (FH)	Marktoberdorf

**Lektorat:**

Ulrich Fischer, Reutlingen

**Bildbearbeitung:**

Zeichenbüro des Verlages Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Das vorliegende Buch wurde auf der **Grundlage der aktuellen amtlichen Rechtschreibregeln** erstellt.

Maßgebend für die Anwendung der Normen und der anderen Regelwerke sind deren neueste Ausgaben. Sie können durch die Beuth Verlag GmbH, Burggrafenstr. 6, 10787 Berlin, bezogen werden.

Inhalte des Kapitels „Programmaufbau bei CNC-Maschinen nach PAL“ (Seiten 412 bis 424) richten sich nach Veröffentlichungen der PAL-Prüfungsaufgaben- und Lehrmittelenwicklungsstelle der IHK Region Stuttgart.

45. Auflage 2011

Druck 6 5 4 3 2 1

Alle Drucke dieser Auflage sind im Unterricht nebeneinander einsetzbar, da sie bis auf korrigierte Druckfehler und kleine Normänderungen unverändert sind.

ISBN 978-3-8085-1725-3 mit Formelsammlung  
ISBN 978-3-8085-1675-1 ohne Formelsammlung  
ISBN 978-3-8085-1082-7 XXL, mit Formelsammlung und CD

Umschlaggestaltung unter Verwendung eines Fotos der Firma TESA/Brown & Sharpe, CH-Renens

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2011 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten  
<http://www.europa-lehrmittel.de>

Satz: Satz+Layout Werkstatt Kluth GmbH, 50374 Erftstadt  
Druck: M. P. Media-Print Informationstechnologie GmbH, 33100 Paderborn

# Vorwort

## Zielgruppen des Tabellenbuches

- Industrie- und Handwerksmechaniker
- Werkzeugmechaniker
- Fertigungsmechaniker
- Zerspanungsmechaniker
- Technische Zeichner
- Meister- und Techniker Ausbildung
- Praktiker in Handwerk und Industrie
- Studenten des Maschinenbaues

## Inhalt

Der Inhalt des Buches ist in sieben Hauptkapitel gegliedert, die in der rechten Spalte benannt sind. Er ist auf die Bildungspläne der Zielgruppen abgestimmt und der Entwicklung der Technik und der KMK-Lehrpläne angepasst.

Die **Tabellen** enthalten die wichtigsten Regeln, Bauarten, Sorten, Abmessungen und Richtwerte der jeweiligen Sachgebiete.

Bei den **Formeln** wird in der Legende auf die Nennung von Einheiten verzichtet, wenn mehrere Einheiten möglich sind. Die oft parallel zum Buch verwendeten „**Formeln für Metallberufe**“ geben die Einheiten an, um vor allem Berufsanfängern beim Berechnen eine Hilfestellung zu geben.

Mit der CD „**Tabellenbuch Metall digital**“, der elektronischen Form des Tabellenbuches, können bei Berechnungen die Formeln und Einheiten gewählt und umgestellt werden. Die elektronisch ermittelten Rechenergebnisse können ebenfalls in verschiedenen Einheiten angezeigt werden. Ab Sommer 2011 wird auch eine Online-Version zur Verfügung stehen.

Das **Inhaltsverzeichnis** am Anfang des Buches wird durch Teilinhaltsverzeichnisse vor jedem Hauptkapitel ergänzt.

Das **Sachwortverzeichnis** am Schluss des Buches enthält neben den deutschen auch die englischen Bezeichnungen.

Im **Normenverzeichnis** sind alle im Buch zitierten aktuellen Normen und Regelwerke aufgeführt.

## Änderungen in der 45. Auflage

In der vorliegenden Ausgabe wurden die zitierten Normen aktualisiert und wegen der technischen Entwicklung besonders folgende Kapitel neu strukturiert, aktualisiert, erweitert oder neu aufgenommen:

- Grundlagen der technischen Mathematik
- Festigkeitslehre
  - Stahlsorten
- Kunststoffe
  - Werkstoffprüfung
- Produktionsmanagement
  - Spanende Fertigung
- Umformen
  - Spritzgießen (neu)
- Schweißen
  - GRAFCET
- PAL-Programmiersysteme für NC-Drehen und NC-Fräsen

Autoren und Verlag sind auch weiterhin allen Nutzern des Tabellenbuches für Hinweise und Verbesserungsvorschläge an [lektorat@europa-lehrmittel.de](mailto:lektorat@europa-lehrmittel.de) dankbar.

<b>1 Technische Mathematik</b>	9 ... 28	<b>M</b>
--------------------------------	----------	----------

<b>2 Technische Physik</b>	29 ... 50	<b>P</b>
----------------------------	-----------	----------

<b>3 Technische Kommunikation</b>	51 ... 110	<b>K</b>
-----------------------------------	------------	----------

<b>4 Werkstofftechnik</b>	111 ... 200	<b>W</b>
---------------------------	-------------	----------

<b>5 Maschinenelemente</b>	201 ... 268	<b>M</b>
----------------------------	-------------	----------

<b>6 Fertigungstechnik</b>	269 ... 366	<b>F</b>
----------------------------	-------------	----------

<b>7 Automatisierungstechnik</b>	367 ... 424	<b>A</b>
----------------------------------	-------------	----------

# Inhaltsverzeichnis

## 1 Technische Mathematik (M)

9

<b>1.1 Einheiten im Messwesen</b>	<b>1.5 Flächen</b>
SI-Größen und Einheiten . . . . . 10	Eckige Flächen . . . . . 22
Abgeleitete Größen und Einheiten . . . 11	Dreieck, Vielecke, Kreis . . . . . 23
Einheiten außerhalb des SI . . . . . 12	Kreisausschnitt, Kreisabschnitt . . . . . 24
<b>1.2 Formeln</b>	Ellipse . . . . . 24
Formelzeichen, mathem. Zeichen . . . 13	<b>1.6 Volumen und Oberfläche</b>
Formeln, Gleichungen, Diagramme . . . 14	Würfel, Zylinder, Pyramide . . . . . 25
Umstellen von Formeln . . . . . 15	Kegel, Kegelstumpf, Kugel . . . . . 26
Größen und Einheiten . . . . . 16	Zusammengesetzte Körper . . . . . 27
Rechnen mit Größen . . . . . 17	<b>1.7 Masse</b>
Prozent- und Zinsrechnung . . . . . 17	Allgemeine Berechnung . . . . . 27
<b>1.3 Winkel und Dreiecke</b>	Längenbezogene Masse . . . . . 27
Winkelarten, Satz des Pythagoras . . . 18	Flächenbezogene Masse . . . . . 27
Funktionen im Dreieck . . . . . 19	<b>1.8 Schwerpunkte</b>
<b>1.4 Längen</b>	Linienschwerpunkte . . . . . 28
Teilung von Längen . . . . . 20	Flächenschwerpunkte . . . . . 28
Gestreckte Längen . . . . . 21	
Rohlängen . . . . . 21	

## 2 Technische Physik (P)

29

<b>2.1 Bewegungen</b>	<b>2.6 Festigkeitslehre</b>
Konstante Bewegungen . . . . . 30	Belastungsfälle, Beanspruchungs-
Beschleunigte Bewegungen . . . . . 30	arten . . . . . 40
Geschwindigkeiten an Maschinen . . . 31	Werkstoffkennwerte . . . . . 40
<b>2.2 Kräfte</b>	Grenzspannungen . . . . . 40
Zusammensetzen und Zerlegen . . . . 32	Festigkeitsrechnung . . . . . 41
Kräftearten . . . . . 33	Zulässige Spannungen . . . . . 41
Drehmoment . . . . . 34	Elastizitätsmodul . . . . . 41
<b>2.3 Arbeit, Leistung, Wirkungsgrad</b>	Zug-, Druck-, Flächenpressung . . . . 42
Mechanische Arbeit . . . . . 34	Abscherung, Biegung, Torsion . . . . . 43
Einfache Maschinen . . . . . 35	Flächenmomente . . . . . 44
Energie . . . . . 35	Widerstandsmomente . . . . . 44
Leistung und Wirkungsgrad . . . . . 36	<b>2.7 Wärmetechnik</b>
<b>2.4 Reibung</b>	Temperaturen, Längenänderung . . . . 45
Reibungskraft, Reibungszahlen . . . . 37	Schwindung . . . . . 45
Rollreibungszahlen . . . . . 37	Wärmemenge . . . . . 46
<b>2.5 Druck in Flüssigkeiten und Gasen</b>	Heizwerte . . . . . 46
Druck . . . . . 38	<b>2.8 Elektrotechnik</b>
Auftrieb . . . . . 38	Größen und Einheiten . . . . . 47
Hydraulische Kraftübersetzung . . . . 38	Ohmsches Gesetz . . . . . 47
Druckübersetzung . . . . . 39	Leiterwiderstand . . . . . 47
Durchflussgeschwindigkeit . . . . . 39	Stromdichte . . . . . 48
Zustandsänderung bei Gasen . . . . . 39	Schaltung von Widerständen . . . . . 48
	Stromarten . . . . . 49
	Elektrische Arbeit und Leistung . . . . 50
	Transformator . . . . . 50

**3 Technische Kommunikation (K)****51**

<b>3.1 Diagramme</b>		<b>3.6 Maschinenelemente</b>	
Kartesisches Koordinatensystem . . . . .	52	Zahnräder . . . . .	79
Diagrammformen . . . . .	53	Wälzlager . . . . .	80
<b>3.2 Geom. Grundkonstruktionen</b>		Dichtungen . . . . .	81
Strecken, Lote, Winkel . . . . .	54	Sicherungsringe, Federn . . . . .	82
Tangenten, Kreisbögen . . . . .	55	<b>3.7 Werkstückelemente</b>	
Inkreise, Ellipsen, Spirale . . . . .	56	Butzen, Werkstückkanten . . . . .	83
Zykloide, Evolvente, Hyperbel . . . . .	57	Gewindeausläufe und -freistiche . . . . .	84
<b>3.3 Zeichnungselemente</b>		Gewinde, Schraubenverbindungen . . . . .	85
Schriftzeichen . . . . .	58	Zentrierbohrungen, Freistiche . . . . .	86
Normzahlen, Radien, Maßstäbe . . . . .	59	<b>3.8 Schweißen und Löten</b>	
Zeichenblätter . . . . .	60	Sinnbilder . . . . .	88
Stücklisten, Positionsnummern . . . . .	61	Bemaßungsbeispiele . . . . .	91
Linienarten . . . . .	62	<b>3.9 Oberflächen</b>	
<b>3.4 Darstellung</b>		Härteangaben in Zeichnungen . . . . .	92
Projektionsmethoden . . . . .	64	Gestaltabweichungen, Rauheit . . . . .	93
Ansichten . . . . .	66	Oberflächenprüfung, -angaben . . . . .	94
Schnittdarstellung . . . . .	68	Erreichbare Rauheit . . . . .	96
Schraffuren . . . . .	70	Verzahnungsqualität . . . . .	97
<b>3.5 Maßeintragung</b>		<b>3.10 Toleranzen und Passungen</b>	
Maßlinien, Maßzahlen . . . . .	71	Grundlagen . . . . .	98
Bemaßungsregeln . . . . .	72	ISO-Passungen . . . . .	100
Zeichnungselemente . . . . .	73	Allgemeintoleranzen . . . . .	106
Toleranzangaben . . . . .	75	Wälzlagerpassungen . . . . .	106
Maßarten . . . . .	76	Passungsempfehlungen . . . . .	107
Zeichnungsvereinfachung . . . . .	78	Geometrische Tolerierung . . . . .	108

**4 Werkstofftechnik (W)****111**

<b>4.1 Stoffe</b>		Gusseisenarten . . . . .	158
Stoffwerte . . . . .	112	<b>4.7 Gießereitechnik</b> . . . . .	161
Periodisches System der Elemente . . . . .	114	<b>4.8 Leichtmetalle</b>	
Chemikalien der Metalltechnik . . . . .	115	Übersicht Al-Legierungen . . . . .	163
<b>4.2 Bezeichnungssystem der Stähle</b>		Aluminium-Knetlegierungen . . . . .	166
Definition und Einteilung . . . . .	116	Aluminium-Gusslegierungen . . . . .	167
Normung von Stahlprodukten . . . . .	117	Aluminium-Profile . . . . .	168
Werkstoffnummern . . . . .	118	Magnesium- u. Titan-Legierungen . . . . .	171
Bezeichnungssystem . . . . .	119	<b>4.9 Schwermetalle</b>	
<b>4.3 Stahlsorten</b>		Bezeichnungssystem . . . . .	172
Erzeugnisse aus Stahl, Übersicht . . . . .	123	Kupfer-Legierungen . . . . .	174
Stähle, Übersicht . . . . .	124	<b>4.10 Sonstige metallische Werkstoffe</b> . . . . .	176
Baustähle . . . . .	126	<b>4.11 Kunststoffe</b>	
Einsatzstähle, Vergütungsstähle . . . . .	129	Übersicht . . . . .	178
Werkzeugstähle . . . . .	132	Duroplaste . . . . .	181
Nichtrostende Stähle . . . . .	133	Thermoplaste . . . . .	182
Federstähle . . . . .	135	Elastomere, Schaumstoffe . . . . .	185
Stähle für Blankstahlerzeugnisse . . . . .	136	Kunststoffverarbeitung . . . . .	186
<b>4.4 Stahl-Fertigerzeugnisse</b>		Polyblends, Schichtpresstoffe . . . . .	187
Bleche, Bänder, Rohre . . . . .	138	Kunststoffprüfung . . . . .	188
Profile . . . . .	142	<b>4.12 Werkstoffprüfung</b>	
Längen- u. flächenbezogene Masse . . . . .	151	Übersicht . . . . .	188
<b>4.5 Wärmebehandlung</b>		Zugversuch . . . . .	190
Eisen-Kohlenstoff-Diagramm . . . . .	152	Wöhler . . . . .	192
Wärmebehandlungsverfahren . . . . .	153	Härteprüfung . . . . .	193
<b>4.6 Gusseisen-Werkstoffe</b>		<b>4.13 Korrosion, Korrosionsschutz</b> . . . . .	196
Bezeichnung, Werkstoffnummern . . . . .	157	Gefährliche Stoffe . . . . .	197

**5 Maschinenelemente (M)****201**

<b>5.1 Gewinde</b>		<b>5.5 Scheiben</b>	
Gewindearten, Übersicht.....	202	Bauarten, Übersicht.....	232
Ausländische Normen.....	203	Flache Scheiben.....	232
Metrisches ISO-Gewinde.....	204	Sonstige Scheiben.....	234
Sonstige Gewinde.....	205	<b>5.6 Stifte und Bolzen</b>	
Gewindetoleranzen.....	207	Bauarten, Übersicht.....	235
<b>5.2 Schrauben</b>		Zylinderstifte, Spannstifte.....	236
Schraubenarten, Übersicht.....	208	Kerbstifte, Bolzen.....	237
Bezeichnung.....	209	<b>5.7 Welle-Nabe-Verbindungen</b>	
Festigkeit.....	210	Keile.....	238
Sechskantschrauben.....	211	Passfedern, Keilwellen.....	239
Zylinderschrauben.....	214	Werkzeugkegel.....	240
Sonstige Schrauben.....	215	Werkzeugaufnahmen.....	241
Berechnung von Schrauben.....	220	<b>5.8 Sonstige Maschinenelemente</b>	
Schraubensicherungen.....	221	Federn.....	242
Schraubenantriebe.....	222	Griffe, Aufnahmen, Nutzensteine... ..	245
<b>5.3 Senkungen</b>		Schnellspannvorrichtung.....	248
Senkungen für Senkschrauben.....	223	<b>5.9 Antriebs Elemente</b>	
Senkungen für Zylinderschrauben..	224	Riemen.....	250
<b>5.4 Muttern</b>		Stirnräder, Maße.....	253
Mutternarten, Übersicht.....	225	Kegel- u. Schneckenräder, Maße... ..	255
Bezeichnung.....	226	Übersetzungen.....	256
Festigkeit.....	227	<b>5.10 Lager</b>	
Sechskantmuttern.....	228	Gleitlager.....	257
Sonstige Muttern.....	230	Wälzlager.....	259
		Schmieröle und Schmierfette.....	267

**6 Fertigungstechnik (F)****269**

<b>6.1 Qualitätsmanagement</b>		Schneidstoffe.....	315
Normen, Begriffe.....	270	Schleifen, Honen.....	317
Qualitätsplanung, Qualitätsprüfung ..	272	<b>6.6 Abtragen</b>	
Statistische Auswertung.....	273	Drahterodieren.....	323
Statistische Prozesslenkung.....	275	Senkerodieren.....	324
Qualitätsfähigkeit von Prozessen... ..	277	<b>6.7 Trennen durch Schneiden</b>	
<b>6.2 Maschinenrichtlinie</b> .....	278	Schneidkraft, Pressen.....	325
<b>6.3 Produktionsorganisation</b>		Schneidwerkzeug.....	326
Erzeugnisgliederung.....	280	Werkzeug und Werkstückmaße... ..	328
Arbeitsplanung.....	282	Streifenausnutzung.....	329
Kalkulation.....	286	<b>6.8 Umformen</b>	
<b>6.4 Instandhaltung</b>		Biegen: Werkzeug, Verfahren.....	330
Wartung, Instandsetzung.....	289	Einstellwerte.....	332
Instandhaltungskonzepte.....	290	Tiefziehen: Werkzeug, Verfahren... ..	334
Dokumentationskonzepte.....	292	Einstellwerte.....	336
<b>6.5 Spanende Fertigung</b>		<b>6.9 Spritzgießen</b>	
Werkzeug- u. Schnittdatenwahl... ..	293	Spritzgießwerkzeug.....	338
Kräfte und Leistungen.....	294	Schwindung, Kühlung, Dosierung... ..	341
Drehzahldiagramm.....	297	<b>6.10 Fügen</b>	
Bohren, Reiben, Senken.....	298	Schmelzschweißen: Verfahren.....	343
Drehen.....	301	Nummern der Schweißverfahren... ..	344
Fräsen.....	305	Nahtvorbereitung.....	345
Wendeschneidplatten.....	308	Schutzgasschweißen.....	346
Kühlschmierung.....	311	Lichtbogenschweißen.....	348

Strahlschneiden .....	350
Kennzeichnung von Gasflaschen ...	352
Löten .....	354
Kleben .....	357

<b>6.11 Arbeits- und Umweltschutz</b>	
Sicherheitszeichen .....	359
Warn-, Gebots-, Hinweiszeichen ...	360
Kennzeichnung von Rohrleitungen .	365
Schall und Lärm .....	366

## 7 Automatisierungstechnik (A)

367

### 7.1 Steuerungstechnik, Grundbegriffe

Begriffe, Kennzeichnung .....	368
Analoge Regler .....	370
Unstetige und digitale Regler .....	371
Binäre Verknüpfungen .....	372
Zahlensysteme .....	373
Informationsverarbeitung .....	374

### 7.2 Elektrotechnische Schaltungen

Schaltzeichen .....	375
Kennzeichnungen in Schaltplänen ..	377
Stromlaufpläne .....	378
Sensoren .....	379
Schutzmaßnahmen .....	380

### 7.3 GRAFCET

Grundstruktur .....	382
Schritte, Transitionen .....	383
Aktionen .....	384
Verzweigungen .....	386

### 7.4 SPS-Steuerungen

Programmiersprachen, Übersicht ..	388
Kontaktplan (KOP) .....	389
Anweisungsliste .....	390
Einfache Funktionen .....	391
Programmierbeispiel .....	392

### 7.5 Hydraulik, Pneumatik

Schaltzeichen .....	393
Proportionalventile .....	395
Schaltpläne .....	396
Pneumatische Steuerung .....	397
Elektropneumatische Steuerung ...	398
Elektrohydraulische Steuerung ...	399
Druckflüssigkeiten .....	400
Luftverbrauch .....	401
Kräfte und Leistungen .....	402
Präzisionsstahlrohre .....	403

### 7.6 Handhabungs-, Robotertechnik

Koordinatensystem, Achsen .....	404
Aufbau von Robotern .....	405
Greifer, Arbeitssicherheit .....	406

### 7.7 CNC-Technik

Koordinatenachsen .....	407
Programmaufbau nach DIN .....	408
Werkzeug- und Bahnkorrekturen ...	409
Arbeitsbewegungen nach DIN .....	410
Programmaufbau nach PAL .....	412
PAL-Funktionen bei Dreh- maschinen .....	413
PAL-Zyklen bei Drehmaschinen ...	414
PAL-Funktionen bei Fräs- maschinen .....	417
PAL-Zyklen bei Fräsmaschinen .....	418

## Normenverzeichnis

425 ... 429

## Sachwortverzeichnis

430 ... 448

## Normen und andere Regelwerke

### Normung und Normbegriffe

Normung ist eine planmäßig durchgeführte Vereinheitlichung von materiellen und nichtmateriellen Gegenständen, wie z. B. Bauteilen, Berechnungsverfahren, Prozessabläufen und Dienstleistungen, zum Nutzen der Allgemeinheit.

Normbegriff	Beispiel	Erklärung
Norm	DIN 7157	Eine Norm ist das veröffentlichte Ergebnis der Normungsarbeit. Beispiel: Die Auswahl bestimmter Passungen in DIN 7157.
Teil	DIN 30910-2	Normen können aus mehreren in Zusammenhang stehenden Teilen bestehen. Die Teilnummern werden mit Bindestrich an die Norm-Nummer angehängt. DIN 30910-2 beschreibt z. B. Sinterwerkstoffe für Filter, während die Teile 3 und 4 Sinterwerkstoffe für Lager und Formteile beschreiben.
Beiblatt	DIN 743 Bbl 1	Ein Beiblatt enthält Informationen zu einer Norm, jedoch keine zusätzlichen Festlegungen. Das Beiblatt DIN 743 Bbl 1 enthält z. B. Anwendungsbeispiele zu den in DIN 743 beschriebenen Tragfähigkeitsberechnungen von Wellen und Achsen.
Entwurf	E DIN 743 (2008-10)	Normentwürfe werden zur Einsicht und Stellungnahme veröffentlicht. Die geplante Neufassung DIN 743 für Tragfähigkeitsberechnungen von Wellen und Achsen liegt der Öffentlichkeit z. B. seit Oktober 2008 als Entwurf E DIN 743 vor.
Vornorm	DIN V 66304 (1991-04)	Eine Vornorm ist das Ergebnis einer Normungsarbeit, das wegen Vorbehalten nicht als Norm herausgegeben wird. DIN V 66304 behandelt z. B. ein Format zum Austausch von Normteildateien für das rechnergestützte Konstruieren.
Ausgabedatum	DIN 76-1 (2004-06)	Zeitpunkt des Erscheinens, welcher im DIN-Anzeiger veröffentlicht wird und mit dem die Norm Gültigkeit bekommt. Die DIN 76-1, welche Freistiche für metrische ISO-Gewinde festlegt, ist z. B. seit Juni 2004 gültig.

### Normenarten und Regelwerke (Auswahl)

Art	Kurzzeichen	Erklärung	Zweck und Inhalte
Internationale Normen (ISO-Normen)	ISO	International Organisation for Standardization, Genf (O und S werden in der Abkürzung vertauscht)	Den internationalen Austausch von Gütern und Dienstleistungen sowie die Zusammenarbeit auf wissenschaftlichem, technischem und ökonomischem Gebiet erleichtern.
Europäische Normen (EN-Normen)	EN	Europäische Normungsorganisation CEN (Comunité Européen de Normalisation), Brüssel	Technische Harmonisierung und damit verbundener Abbau von Handelshemmnissen zur Förderung des Binnenmarktes und des Zusammenwachsens von Europa.
Deutsche Normen (DIN-Normen)	DIN	Deutsches Institut für Normung e.V., Berlin	Die nationale Normungsarbeit dient der Rationalisierung, der Qualitätssicherung, der Sicherheit, dem Umweltschutz und der Verständigung in Wirtschaft, Technik, Wissenschaft, Verwaltung und Öffentlichkeit.
	DIN EN	Deutsche Umsetzung einer europäischen Norm	
	DIN ISO	Deutsche Norm, deren Inhalt unverändert von einer ISO-Norm übernommen wurde.	
	DIN EN ISO	Norm, die von ISO und CEN veröffentlicht wurde, und deren deutsche Fassung als DIN-Norm Gültigkeit hat.	
	DIN VDE	Druckschrift des VDE, die den Status einer deutschen Norm hat.	
VDI-Richtlinien	VDI	Verein Deutscher Ingenieure e.V., Düsseldorf	Diese Richtlinien geben den aktuellen Stand der Technik zu bestimmten Themenbereichen wieder und enthalten z. B. konkrete Handlungsanleitungen zur Durchführung von Berechnungen oder zur Gestaltung von Prozessen im Maschinenbau bzw. in der Elektrotechnik.
VDE-Druckschriften	VDE	Verband Deutscher Elektrotechniker e.V., Frankfurt am Main	
DGQ-Schriften	DGQ	Deutsche Gesellschaft für Qualität e.V., Frankfurt am Main	Empfehlungen für den Bereich der Qualitätstechnik.
REFA-Blätter	REFA	Verband für Arbeitsstudien REFA e.V., Darmstadt	Empfehlungen für den Bereich der Fertigung und Arbeitsplanung.



# 1 Technische Mathematik

M

Größe	Formelzeichen	Einheit	
		Name	Zeichen
Länge	$l$	Meter	m

**1.1 Einheiten im Messwesen**  
 SI-Basisgrößen und Basiseinheiten ..... 10  
 Abgeleitete Größen und Einheiten ..... 11  
 Einheiten außerhalb des SI ..... 12

**Oberfläche**

$$A_O = \pi \cdot d \cdot h + 2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

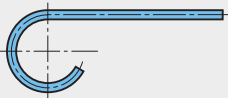
**Mantelfläche**

$$A_M = \pi \cdot d \cdot h$$

**1.2 Formeln**  
 Formelzeichen, mathematische Zeichen ..... 13  
 Formeln und Gleichungen ..... 14  
 Umstellen von Formeln ..... 15  
 Größen und Einheiten ..... 16  
 Rechnen mit Größen ..... 17  
 Prozent- und Zinsrechnung ..... 17

<b>Sinus</b>	=	$\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$
<b>Kosinus</b>	=	$\frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$
<b>Tangens</b>	=	$\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$

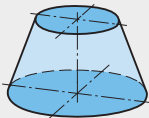
**1.3 Winkel und Dreiecke**  
 Winkelarten, Winkelsumme ..... 18  
 Strahlensatz, Satz des Pythagoras ..... 18  
 Funktionen im rechtwinkligen Dreieck ..... 19  
 Funktionen im schiefwinkligen Dreieck ..... 19



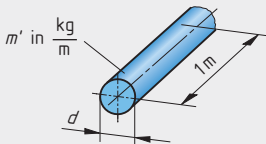
**1.4 Längen**  
 Teilung von Längen ..... 20  
 Gestreckte Längen ..... 21  
 Rohlängen ..... 21



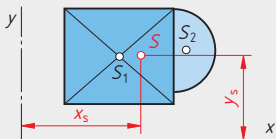
**1.5 Flächen**  
 Eckige Flächen ..... 22  
 Dreieck, Vielecke, Kreis ..... 23  
 Kreisausschnitt, Kreisabschnitt ..... 24  
 Ellipse ..... 24



**1.6 Volumen und Oberfläche**  
 Würfel, Zylinder, Pyramide ..... 25  
 Pyramidenstumpf, Kegel, Kegelstumpf, Kugel ... 26  
 Zusammengesetzte Körper ..... 27



**1.7 Masse**  
 Allgemeine Berechnung ..... 27  
 Längenbezogene Masse ..... 27  
 Flächenbezogene Masse ..... 27



**1.8 Schwerpunkte**  
 Linienschwerpunkte ..... 28  
 Flächenschwerpunkte ..... 28

## Einheiten im Messwesen

### SI<sup>1)</sup>-Basisgrößen und Basiseinheiten

vgl. DIN 1301-1 (2010-10), -2 (1978-02), -3 (1979-10)

Basisgröße	Länge	Masse	Zeit	Elektrische Stromstärke	Thermodynamische Temperatur	Stoffmenge	Lichtstärke
Basis-einheit	Meter	Kilo-gramm	Se-kunde	Ampere	Kelvin	Mol	Candela
Einheiten-zeichen	m	kg	s	A	K	mol	cd

<sup>1)</sup> Die Einheiten im Messwesen sind im Internationalen Einheitensystem (SI = *Système International d'Unités*) festgelegt. Es baut auf den sieben Basiseinheiten (SI-Einheiten) auf, von denen weitere Einheiten abgeleitet sind.

### Basisgrößen, abgeleitete Größen und ihre Einheiten

Größe	Formel-zeichen	Einheit Name	Zeichen	Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
<b>Länge, Fläche, Volumen, Winkel</b>					
Länge	<i>l</i>	Meter	m	1 m = 10 dm = 100 cm = 1000 mm 1 mm = 1000 µm 1 km = 1000 m	1 inch = 1 Zoll = 25,4 mm  In der Luft- und Seefahrt gilt: 1 internationale Seemeile = 1852 m
Fläche	<i>A, S</i>	Quadratmeter  Ar Hektar	m <sup>2</sup>  a ha	1 m <sup>2</sup> = 10 000 cm <sup>2</sup> = 1 000 000 mm <sup>2</sup> 1 a = 100 m <sup>2</sup> 1 ha = 100 a = 10 000 m <sup>2</sup> 100 ha = 1 km <sup>2</sup>	Zeichen <i>S</i> nur für Querschnittsflächen  Ar und Hektar nur für Flächen von Grundstücken
Volumen	<i>V</i>	Kubikmeter  Liter	m <sup>3</sup>  l, L	1 m <sup>3</sup> = 1000 dm <sup>3</sup> = 1 000 000 cm <sup>3</sup> 1 l = 1 L = 1 dm <sup>3</sup> = 10 dl = 0,001 m <sup>3</sup> 1 ml = 1 cm <sup>3</sup>	Meist für Flüssigkeiten und Gase
ebener Winkel (Winkel)	<i>α, β, γ ...</i>	Radiant  Grad  Minute Sekunde	rad  °  '	1 rad = 1 m/m = 57,2957...° = 180°/π  1° = $\frac{\pi}{180}$ rad = 60'  1' = 1°/60 = 60"  1" = 1'/60 = 1°/3600	1 rad ist der Winkel, der aus einem um den Scheitelpunkt geschlagenen Kreis mit 1 m Radius einen Bogen von 1 m Länge schneidet.  Bei technischen Berechnungen statt $\alpha = 33^\circ 17' 27,6''$ besser $\alpha = 33,291^\circ$ verwenden.
Raumwinkel	<i>Ω</i>	Steradian	sr	1 sr = 1 m <sup>2</sup> /m <sup>2</sup>	Ein Objekt, dessen Ausdehnung in einer Richtung 1 rad misst und senkrecht dazu ebenfalls 1 rad, bedeckt einen Raumwinkel von 1 sr.
<b>Mechanik</b>					
Masse	<i>m</i>	Kilogramm Gramm  Megagramm Tonne	kg g  Mg t	1 kg = 1000 g 1 g = 1000 mg  1 t = 1000 kg = 1 Mg 0,2 g = 1 Kt	Gewicht im Sinne eines Wägeregebnisses oder eines Wägestückes ist eine Größe von der Art der Masse (Einheit kg).  Masse für Edelsteine in Karat (Kt).
längen-bezogene Masse	<i>m'</i>	Kilogramm pro Meter	kg/m	1 kg/m = 1 g/mm	Zur Berechnung der Masse von Stäben, Profilen, Rohren.
flächen-bezogene Masse	<i>m''</i>	Kilogramm pro Meter hoch zwei	kg/m <sup>2</sup>	1 kg/m <sup>2</sup> = 0,1 g/cm <sup>2</sup>	Zur Berechnung der Masse von Blechen.
Dichte	<i>ρ</i>	Kilogramm pro Meter hoch drei	kg/m <sup>3</sup>	1000 kg/m <sup>3</sup> = 1 t/m <sup>3</sup> = 1 kg/dm <sup>3</sup> = 1 g/cm <sup>3</sup> = 1 g/ml = 1 mg/mm <sup>3</sup>	Die Dichte ist eine vom Ort unabhängige Größe.

## Einheiten im Messwesen

### Größen und Einheiten (Fortsetzung)

Größe	Formelzeichen	Einheit		Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
		Name	Zeichen		
<b>Mechanik</b>					
Trägheitsmoment, Massenmoment 2. Grades	$J$	Kilogramm mal Meter hoch zwei	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	Für homogene Körper gilt: $J = \rho \cdot r^2 \cdot V$	Das (Massen-)Trägheitsmoment hängt neben der Gesamtmasse des Körpers auch von dessen Form und der Lage der Drehachse ab.
Kraft Gewichtskraft	$F$ $F_G, G$	Newton	N	$1 \text{ N} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = 1 \frac{\text{J}}{\text{m}}$ $1 \text{ MN} = 10^3 \text{ kN} = 1\,000\,000 \text{ N}$	Die Kraft 1 N bewirkt bei der Masse 1 kg in 1 s eine Geschwindigkeitsänderung von 1 m/s.
Drehmoment Biegemoment Torsionsmoment	$M$ $M_b$ $T$	Newton mal Meter	$\text{N} \cdot \text{m}$	$1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$	$1 \text{ N} \cdot \text{m}$ ist das Moment, das eine Kraft von 1 N bei einem Hebelarm von 1 m bewirkt.
Impuls	$p$	Kilogramm mal Meter pro Sekunde	$\text{kg} \cdot \text{m/s}$	$1 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = 1 \text{ N} \cdot \text{s}$	Der Impuls ist das Produkt aus Masse mal Geschwindigkeit. Er hat die Richtung der Geschwindigkeit.
Druck mechanische Spannung	$p$ $\sigma, \tau$	Pascal Newton pro Millimeter hoch zwei	Pa $\text{N/mm}^2$	$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2 = 0,01 \text{ mbar}$ $1 \text{ bar} = 100\,000 \text{ N/m}^2 = 10 \text{ N/cm}^2 = 10^5 \text{ Pa}$ $1 \text{ mbar} = 1 \text{ hPa}$ $1 \text{ N/mm}^2 = 10 \text{ bar} = 1 \text{ MN/m}^2 = 1 \text{ MPa}$ $1 \text{ daN/cm}^2 = 0,1 \text{ N/mm}^2$	Unter Druck versteht man die Kraft je Flächeneinheit. Für Überdruck wird das Formelzeichen $p_e$ verwendet (DIN 1314). $1 \text{ bar} = 14,5 \text{ psi}$ (pounds per square inch = Pfund pro Quadratinch)
Flächenmoment 2. Grades	$I$	Meter hoch vier Zentimeter hoch vier	$\text{m}^4$ $\text{cm}^4$	$1 \text{ m}^4 = 100\,000\,000 \text{ cm}^4$	früher: Flächenträgheitsmoment
Energie, Arbeit, Wärmemenge	$E, W$	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$	Joule für jede Energieart, $\text{kW} \cdot \text{h}$ bevorzugt für elektrische Energie.
Leistung, Wärmestrom	$P$ $\Phi$	Watt	W	$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m/s} = 1 \text{ V} \cdot \text{A} = 1 \text{ m}^2 \cdot \text{kg/s}^3$	Leistung beschreibt die Arbeit, die in einer bestimmten Zeit verrichtet wurde.
<b>Zeit</b>					
Zeit, Zeitspanne, Dauer	$t$	<b>Sekunde</b> Minute Stunde Tag Jahr	s min h d a	$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$ $1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3600 \text{ s}$ $1 \text{ d} = 24 \text{ h} = 86\,400 \text{ s}$	3 h bedeutet eine Zeitspanne (3 Std.), 3 <sup>h</sup> bedeutet einen Zeitpunkt (3 Uhr). Werden Zeitpunkte in gemischter Form, z.B. 3 <sup>h</sup> 24 <sup>m</sup> 10 <sup>s</sup> geschrieben, so kann das Zeichen min auf m verkürzt werden.
Frequenz	$f, \nu$	Hertz	Hz	$1 \text{ Hz} = 1/\text{s}$	$1 \text{ Hz} \approx 1$ Schwingung in 1 Sekunde.
Drehzahl, Umdrehungsfrequenz	$n$	1 pro Sekunde 1 pro Minute	1/s 1/min	$1/\text{s} = 60/\text{min} = 60 \text{ min}^{-1}$ $1/\text{min} = 1 \text{ min}^{-1} = \frac{1}{60} \text{ s}^{-1}$	Die Anzahl der Umdrehungen pro Zeiteinheit ergibt die Drehzahl, auch Drehfrequenz genannt.
Geschwindigkeit	$v$	Meter pro Sekunde Meter pro Minute Kilometer pro Stunde	m/s m/min km/h	$1 \text{ m/s} = 60 \text{ m/min} = 3,6 \text{ km/h}$ $1 \text{ m/min} = \frac{1 \text{ m}}{60 \text{ s}}$ $1 \text{ km/h} = \frac{1 \text{ m}}{3,6 \text{ s}}$	Geschwindigkeit bei der Seefahrt in Knoten (kn): $1 \text{ kn} = 1,852 \text{ km/h}$ mile per hour = 1 mile/h = 1 mph $1 \text{ mph} = 1,60934 \text{ km/h}$
Winkelgeschwindigkeit	$\omega$	1 pro Sekunde Radiant pro Sekunde	1/s rad/s	$\omega = 2\pi \cdot n$	Bei einer Drehzahl von $n = 2/\text{s}$ beträgt die Winkelgeschwindigkeit $\omega = 4\pi/\text{s}$ .
Beschleunigung	$a, g$	Meter pro Sekunde hoch zwei	$\text{m/s}^2$	$1 \text{ m/s}^2 = \frac{1 \text{ m/s}}{1 \text{ s}}$	Formelzeichen $g$ nur für Fallbeschleunigung. $g = 9,81 \text{ m/s}^2 \approx 10 \text{ m/s}^2$

## Einheiten im Messwesen

### Größen und Einheiten (Fortsetzung)

Größe	Formelzeichen	Einheit		Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
		Name	Zeichen		
<b>Elektrizität und Magnetismus</b>					
<b>Elektrische Stromstärke</b>	$I$	<b>Ampere</b>	A		Die Bewegung elektrischer Ladung nennt man Strom. Die Spannung ist gleich der Potentialdifferenz zweier Punkte im elektrischen Feld. Den Kehrwert des elektrischen Widerstands nennt man elektrischen Leitwert.
Elektr. Spannung	$U$	Volt	V	$1 \text{ V} = 1 \text{ W}/1 \text{ A} = 1 \text{ J}/\text{C}$	
Elektr. Widerstand	$R$	Ohm	$\Omega$	$1 \Omega = 1 \text{ V}/1 \text{ A}$	
Elektr. Leitwert	$G$	Siemens	S	$1 \text{ S} = 1 \text{ A}/1 \text{ V} = 1/\Omega$	
Spezifischer Widerstand	$\rho$	Ohm mal Meter	$\Omega \cdot \text{m}$	$10^{-6} \Omega \cdot \text{m} = 1 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$	$\rho = \frac{1}{\kappa} \text{ in } \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$ $\kappa = \frac{1}{\rho} \text{ in } \frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$
Leitfähigkeit	$\gamma, \kappa$	Siemens pro Meter	S/m		
Frequenz	$f$	Hertz	Hz	$1 \text{ Hz} = 1/\text{s}$ $1000 \text{ Hz} = 1 \text{ kHz}$	Frequenz öffentlicher Stromnetze: EU 50 Hz, USA 60 Hz
Elektr. Arbeit	$W$	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$ $1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ MJ}$ $1 \text{ W} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ kJ}$	In der Atom- und Kernphysik wird die Einheit eV (Elektronenvolt) verwendet.
Phasenverschiebungswinkel	$\varphi$	–	–	für Wechselstrom gilt: $\cos \varphi = \frac{P}{U \cdot I}$	Winkel zwischen Strom und Spannung bei induktiver oder kapazitiver Belastung.
Elektr. Feldstärke	$E$	Volt pro Meter	V/m	$1 \text{ C} = 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ s}; 1 \text{ A} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ kC}$ $1 \text{ F} = 1 \text{ C}/\text{V}$ $1 \text{ H} = 1 \text{ V} \cdot \text{s}/\text{A}$	$E = \frac{F}{Q}, C = \frac{Q}{U}, Q = I \cdot t$
Elektr. Ladung	$Q$	Coulomb	C		
Elektr. Kapazität	$C$	Farad	F		
Induktivität	$L$	Henry	H		
Leistung	$P$	Watt	W	$1 \text{ W} = 1 \text{ J}/\text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{s} = 1 \text{ V} \cdot \text{A}$	In der elektrischen Energietechnik: Scheinleistung $S$ in $\text{V} \cdot \text{A}$
<b>Thermodynamik und Wärmeübertragung</b>					
Größe	Formelzeichen	Einheit		Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
		Name	Zeichen		
<b>Thermodynamische Temperatur</b>	$T, \Theta$	<b>Kelvin</b>	K	$0 \text{ K} = -273,15 \text{ }^\circ\text{C}$	Kelvin (K) und Grad Celsius ( $^\circ\text{C}$ ) werden für Temperaturen und Temperaturdifferenzen verwendet. $t = T - T_0; T_0 = 273,15 \text{ K}$ Grad Fahrenheit ( $^\circ\text{F}$ ): $1,8 \text{ }^\circ\text{F} = 1 \text{ }^\circ\text{C}$
Celsius-Temperatur	$t, \vartheta$	Grad Celsius	$^\circ\text{C}$	$0 \text{ }^\circ\text{C} = 273,15 \text{ K}$ $0 \text{ }^\circ\text{C} = 32 \text{ }^\circ\text{F}$ $0 \text{ }^\circ\text{F} = -17,77 \text{ }^\circ\text{C}$	
Wärmemenge	$Q$	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$ $1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 3600000 \text{ J} = 3,6 \text{ MJ}$	
Spezifischer Heizwert	$H_u$	Joule pro Kilogramm	J/kg	$1 \text{ MJ}/\text{kg} = 1000000 \text{ J}/\text{kg}$	Freiwerdende Wärmeenergie je kg Brennstoff abzüglich der Verdampfungswärme des in den Abgasen enthaltenen Wasserdampfes.
		Joule pro Meter hoch drei	J/m <sup>3</sup>	$1 \text{ MJ}/\text{m}^3 = 1000000 \text{ J}/\text{m}^3$	
<b>Einheiten außerhalb des Internationalen Einheitensystems SI</b>					
Länge	Fläche	Volumen	Masse	Energie, Leistung	
1 inch (in) = 25,4 mm	1 sq.in = 6,452 cm <sup>2</sup>	1 cu.in = 16,39 cm <sup>3</sup>	1 oz = 28,35 g	1 PSh = 0,735 kWh	
1 foot (ft) = 0,3048 m	1 sq.ft = 9,29 dm <sup>2</sup>	1 cu.ft = 28,32 dm <sup>3</sup>	1 lb = 453,6 g	1 PS = 735 W	
1 yard (yd) = 0,9144 m	1 sq.yd = 0,8361 m <sup>2</sup>	1 cu.yd = 764,6 dm <sup>3</sup>	1 t = 1000 kg	1 kcal = 4186,8 Ws	
1 See-meile = 1,852 km	1 acre = 4046,856 m <sup>2</sup>	1 gallon (US) = 3,785 l	1 short ton = 907,2 kg	1 kcal = 1,166 Wh	
1 US-Land-meile = 1,6093 km	<b>Druck, Spannung</b>		1 gallon (UK) = 4,546 l	1 kpm/s = 9,807 W	
	1 bar = 14,5 pound/in <sup>2</sup>	1 barrel = 158,8 l	1 Karat = 0,2 g	1 Btu = 1055 Ws	
	1 N/mm <sup>2</sup> = 145,038 pound/in <sup>2</sup>		1 pound/in <sup>3</sup> = 27,68 g/cm <sup>3</sup>	1 hp = 745,7 W	

## Formelzeichen, mathematische Zeichen

Formelzeichen <span style="float: right;">vgl. DIN 1304-1 (1994-03)</span>					
Formelzeichen	Bedeutung	Formelzeichen	Bedeutung	Formelzeichen	Bedeutung
<b>Länge, Fläche, Volumen, Winkel</b>					
$l$	Länge	$r, R$	Radius	$\alpha, \beta, \gamma$	ebener Winkel
$b$	Breite	$d, D$	Durchmesser	$\Omega$	Raumwinkel
$h$	Höhe	$A, S$	Fläche, Querschnittsfläche	$\lambda$	Wellenlänge
$s$	Weglänge	$V$	Volumen		
<b>Mechanik</b>					
$m$	Masse	$F$	Kraft	$G$	Schubmodul
$m'$	längenbezogene Masse	$F_G, G$	Gewichtskraft	$\mu, f$	Reibungszahl
$m''$	flächenbezogene Masse	$M$	Drehmoment	$W$	Widerstandsmoment
$\rho$	Dichte	$T$	Torsionsmoment	$I$	Flächenmoment 2. Grades
$J$	Trägheitsmoment	$M_b$	Biegemoment	$W, E$	Arbeit, Energie
$p$	Druck	$\sigma$	Normalspannung	$W_p, E_p$	potenzielle Energie
$p_{abs}$	absoluter Druck	$\tau$	Schubspannung	$W_k, E_k$	kinetische Energie
$p_{amb}$	Atmosphärendruck	$\varepsilon$	Dehnung	$P$	Leistung
$p_o$	Überdruck	$E$	Elastizitätsmodul	$\eta$	Wirkungsgrad
<b>Zeit</b>					
$t$	Zeit, Dauer	$f, \nu$	Frequenz	$a$	Beschleunigung
$T$	Periodendauer	$v, u$	Geschwindigkeit	$g$	örtliche Fallbeschleunigung
$n$	Umdrehungsfrequenz, Drehzahl	$\omega$	Winkelgeschwindigkeit	$\alpha$	Winkelbeschleunigung
				$Q, V, q_v$	Volumenstrom
<b>Elektrizität</b>					
$Q$	Ladung, Elektrizitätsmenge	$L$	Induktivität	$X$	Blindwiderstand
$U$	Spannung	$R$	Widerstand	$Z$	Scheinwiderstand
$C$	Kapazität	$\rho$	spezifischer Widerstand	$\varphi$	Phasenverschiebungswinkel
$I$	Stromstärke	$\gamma, \kappa$	elektrische Leitfähigkeit	$N$	Windungszahl
<b>Wärme</b>					
$T, \theta$	thermodynamische Temperatur	$Q$	Wärme, Wärmemenge	$\Phi, \dot{Q}$	Wärmestrom
$\Delta T, \Delta t, \Delta \theta$	Temperaturdifferenz	$\lambda$	Wärmeleitfähigkeit	$a$	Temperaturleitfähigkeit
$t, \vartheta$	Celsius-Temperatur	$\alpha$	Wärmeübergangskoeffizient	$c$	spezifische Wärmekapazität
$\alpha, \alpha'$	Längenausdehnungskoeffizient	$k$	Wärmedurchgangskoeffizient	$H_u$	spezifischer Heizwert
<b>Licht, elektromagnetische Strahlung</b>					
$E_v$	Beleuchtungsstärke	$f$	Brennweite	$I_e$	Strahlstärke
		$n$	Brechzahl	$Q_e, W$	Strahlungsenergie
<b>Akustik</b>					
$p$	Schalldruck	$L_p$	Schalldruckpegel	$N$	Lautheit
$c$	Schallgeschwindigkeit	$I$	Schallintensität	$L_N$	Lautstärkepegel
<b>Mathematische Zeichen</b> <span style="float: right;">vgl. DIN 1302 (1999-12)</span>					
Math. Zeichen	Sprechweise	Math. Zeichen	Sprechweise	Math. Zeichen	Sprechweise
$\approx$	ungefähr gleich, rund, etwa	$\sim$	proportional	$\log$	Logarithmus (allgemein)
$\dots$	entspricht und so weiter	$a^x$	a hoch x, x-te Potenz von a	$\lg$	dekadischer Logarithmus
$\infty$	unendlich	$\sqrt{\quad}$	Quadratwurzel aus	$\ln$	natürlicher Logarithmus
		$\sqrt[n]{\quad}$	n-te Wurzel aus	$e$	Eulersche Zahl (e = 2,718281...)
$=$	gleich	$ x $	Betrag von x	$\sin$	Sinus
$\neq$	ungleich	$\perp$	senkrecht zu	$\cos$	Kosinus
$\stackrel{def}{=}$	ist definitionsgemäß gleich	$\parallel$	ist parallel zu	$\tan$	Tangens
$<$	kleiner als	$\uparrow \uparrow$	gleichsinnig parallel	$\cot$	Kotangens
$\leq$	kleiner oder gleich	$\uparrow \downarrow$	gegensinnig parallel	$(, [, \{$	runde, eckige, geschweifte
$>$	größer als	$\sphericalangle$	Winkel		Klammer auf und zu
$\geq$	größer oder gleich	$\triangle$	Dreieck	$\pi$	pi (Kreiszahl = 3,14159 ...)
$+$	plus	$\cong$	kongruent zu		
$-$	minus	$\Delta x$	Delta x	$\overline{AB}$	Strecke AB
$\cdot$	mal, multipliziert mit		(Differenz zweier Werte)	$\widehat{AB}$	Bogen AB
$-, /, :$	durch, geteilt durch, zu, pro	$\%$	Prozent, vom Hundert	$a', a''$	a Strich, a zwei Strich
$\Sigma$	Summe	$\text{‰}$	Promille, vom Tausend	$a_1, a_2$	a eins, a zwei

M

# Formeln, Gleichungen, Diagramme

## Formeln

Die Berechnung physikalischer Größen erfolgt meist über Formeln. Sie bestehen aus:

- Formelzeichen, z. B.  $v_c$  für die Schnittgeschwindigkeit,  $d$  für den Durchmesser,  $n$  für die Drehzahl
- Operatoren (Rechenvorschriften), z. B.  $\cdot$  für Multiplikation,  $+$  für Addition,  $-$  für Subtraktion,  $-$  (Bruchstrich) für Division
- Konstanten, z. B.  $\pi$  (pi) = 3,14159 ...
- Zahlen, z. B. 10, 15 ...

Die Formelzeichen (Seite 13) sind Platzhalter für Größen. Bei der Lösung von Aufgaben werden die bekannten Größen mit ihren Einheiten in die Formel eingesetzt. Vor oder während der Berechnung werden die Einheiten so umgeformt, dass

- der Rechengang möglich wird oder
- das Ergebnis die geforderte Einheit erhält.

Die meisten Größen und ihre Einheiten sind genormt (Seite 10).

Das **Ergebnis** ist immer ein **Zahlenwert** mit einer **Einheit**, z. B. 4,5 m, 15 s

### Beispiel:

Wie groß ist die Schnittgeschwindigkeit  $v_c$  in m/min für  $d = 200$  mm und  $n = 630$ /min?

$$v_c = \pi \cdot d \cdot n = \pi \cdot 200 \text{ mm} \cdot 630 \frac{1}{\text{min}} = \pi \cdot 200 \text{ mm} \cdot \frac{1 \text{ m}}{1000 \text{ mm}} \cdot 630 \frac{1}{\text{min}} = \mathbf{395,84 \frac{\text{m}}{\text{min}}}$$

### Formel für die Schnittgeschwindigkeit

$$v_c = \pi \cdot d \cdot n$$

## Zahlenwertgleichungen

Zahlenwertgleichungen sind Formeln, in welche die üblichen Umrechnungen von Einheiten bereits eingearbeitet sind. Bei ihrer Anwendung ist zu beachten:

Die Zahlenwerte der einzelnen Größen dürfen nur in der vorgeschriebenen Einheit verwendet werden.

- Die Einheiten werden bei der Berechnung nicht mitgeführt.
- Die Einheit der gesuchten Größe ist vorgegeben.

### Beispiel:

Wie groß ist das Drehmoment  $M$  eines Elektromotors mit der Antriebsleistung  $P = 15$  kW und der Drehzahl  $n = 750$ /min?

$$M = \frac{9550 \cdot P}{n} = \frac{9550 \cdot 15}{750} \text{ N} \cdot \text{m} = \mathbf{191 \text{ N} \cdot \text{m}}$$

### Zahlenwertgleichung für das Drehmoment

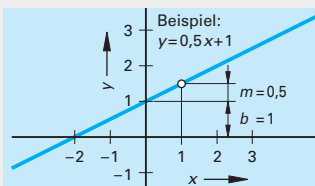
$$M = \frac{9550 \cdot P}{n}$$

vorgeschriebene Einheiten

Bezeichnung	Einheit
$M$ Drehmoment	$\text{N} \cdot \text{m}$
$P$ Leistung	$\text{kW}$
$n$ Drehzahl	$1/\text{min}$

## Gleichungen und Diagramme

Bei Funktionsgleichungen ist  $y$  die Funktion von  $x$ , mit  $x$  als unabhängige und  $y$  als abhängige Variable. Die Zahlenpaare  $(x, y)$  einer Wertetabelle bilden ein Diagramm im  $x$ - $y$ -Koordinatensystem.



### 1. Beispiel:

$$y = 0,5x + 1$$

$x$	-2	0	2	3
$y$	0	1	2	2,5

### 2. Beispiel:

#### Kostenfunktion und Erlösfunktion

$$K_G = 60 \text{ €/Stck} \cdot M + 200000 \text{ €}$$

$$E = 110 \text{ €/Stck} \cdot M$$

$M$	0	4000	6000
$K_G$	200000	440000	560000
$E$	0	440000	660000

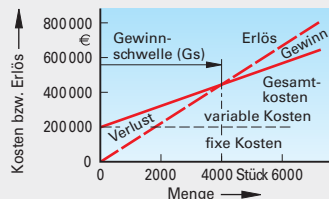
$K_G$  Gesamtkosten  $\rightarrow$  abhängige Variable

$M$  Menge  $\rightarrow$  unabhängige Variable

$K_f$  Fixe Kosten  $\rightarrow$   $y$ -Koordinatenabschnitt

$K_v$  Variable Kosten  $\rightarrow$  Steigung der Funktion

$E$  Erlös  $\rightarrow$  abhängige Variable



### Zuordnungsfunktion

$$y = f(x)$$

### Lineare Funktion

$$y = m \cdot x + b$$

### Beispiele:

#### Kostenfunktion

$$K_G = K_v \cdot M + K_f$$

#### Erlösfunktion

$$E = E/\text{Stück} \cdot M$$

## Umstellen von Formeln

### Umstellen von Formeln

Formeln und Zahlenwertgleichungen werden umgestellt, damit die gesuchte Größe allein auf der linken Seite der Gleichung steht. Dabei darf sich der Wert der linken und der rechten Formelseite nicht ändern. Für alle Schritte einer Formelumstellung gilt.

Veränderungen auf der linken Formelseite

= Veränderungen auf der rechten Formelseite

Formel

$$P = \frac{F \cdot s}{t}$$

linke Formel- = rechte Formel-  
seite = seite

Zur Rekonstruktion der einzelnen Schritte ist es sinnvoll, jeden Schritt rechts neben der Formel zu kennzeichnen:

|  $\cdot t$  → beide Formelseiten werden mit  $t$  multipliziert.

|  $: F$  → beide Formelseiten werden durch  $F$  dividiert.

### Umstellung von Summen

**Beispiel:** Formel  $L = l_1 + l_2$ , Umstellung nach  $l_2$

1 $L = l_1 + l_2$   $-l_1$ $l_1$ subtrahieren	3 $L - l_1 = l_2$ Seiten vertauschen
2 $L - l_1 = l_1 + l_2 - l_1$ subtrahieren durchführen	4 $l_2 = L - l_1$ umgestellte Formel

### Umstellung von Produkten

**Beispiel:** Formel  $A = l \cdot b$ , Umstellung nach  $l$

1 $A = l \cdot b$   $: b$ dividieren durch $b$	3 $\frac{A}{b} = l$ Seiten vertauschen
2 $\frac{A}{b} = \frac{l \cdot b}{b}$ kürzen mit $b$	4 $l = \frac{A}{b}$ umgestellte Formel

### Umstellung von Brüchen

**Beispiel:** Formel  $n = \frac{l}{l_1 + s}$ , Umstellung nach  $s$

1 $n = \frac{l}{l_1 + s}$   $\cdot (l_1 + s)$ mit $(l_1 + s)$ multiplizieren	4 $n \cdot l_1 - n \cdot l_1 + n \cdot s = l - n \cdot l_1$   $: n$ subtrahieren dividieren durch $n$
2 $n \cdot (l_1 + s) = \frac{l \cdot (l_1 + s)}{(l_1 + s)}$ rechte Formelseite kürzen Klammer auflösen	5 $\frac{s \cdot n}{n} = \frac{l - n \cdot l_1}{n}$ kürzen mit $n$
3 $n \cdot l_1 + n \cdot s = l$   $- n \cdot l_1$ $- n \cdot l_1$ subtrahieren	6 $s = \frac{l - n \cdot l_1}{n}$ umgestellte Formel

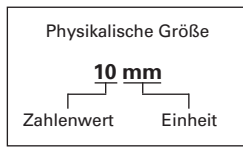
### Umstellung von Wurzeln

**Beispiel:** Formel  $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ , Umstellung nach  $a$

1 $c = \sqrt{a^2 + b^2}$   $( )^2$ Formel quadrieren	4 $a^2 = c^2 - b^2$   $\sqrt{\quad}$ radizieren
2 $c^2 = a^2 + b^2$   $- b^2$ $b^2$ subtrahieren	5 $\sqrt{a^2} = \sqrt{c^2 - b^2}$ Ausdruck vereinfachen
3 $c^2 - b^2 = a^2 + b^2 - b^2$ subtrahieren, Seite tauschen	6 $a = \sqrt{c^2 - b^2}$ umgestellte Formel

# Größen und Einheiten

## Zahlenwerte und Einheiten



Physikalische Größen, z. B. 125 mm, bestehen aus einem

- **Zahlenwert**, der durch Messung oder Berechnung ermittelt wird, und aus einer
- **Einheit**, z. B. m, kg

Die Einheiten sind nach DIN 1301-1 genormt (Seite 10).

Sehr große oder sehr kleine Zahlenwerte lassen sich über Vorsatzzeichen als dezimale Vielfache oder Teile vereinfacht darstellen, z. B. 0,004 mm = 4 µm.

## Dezimale Vielfache oder Teile von Einheiten

vgl. DIN 1301-1 (2004-10)

Vorsatz-Zeichen	Name	Zehnerpotenz	Mathematische Bezeichnung	Beispiele
T	Tera	10 <sup>12</sup>	Billion	12 000 000 000 000 N = 12 · 10 <sup>12</sup> N = 12 TN (Tera-Newton)
G	Giga	10 <sup>9</sup>	Milliarde	45 000 000 000 W = 45 · 10 <sup>9</sup> W = 45 GW (Giga-Watt)
M	Mega	10 <sup>6</sup>	Million	8 500 000 V = 8,5 · 10 <sup>6</sup> V = 8,5 MV (Mega-Volt)
k	Kilo	10 <sup>3</sup>	Tausend	12 600 W = 12,6 · 10 <sup>3</sup> W = 12,6 kW (Kilo-Watt)
h	Hekto	10 <sup>2</sup>	Hundert	500 l = 5 · 10 <sup>2</sup> l = 5 hl (Hekto-Liter)
da	Deka	10 <sup>1</sup>	Zehn	32 m = 3,2 · 10 <sup>1</sup> m = 3,2 dam (Deka-Meter)
–	–	10 <sup>0</sup>	Eins	1,5 m = 1,5 · 10 <sup>0</sup> m
d	Dezi	10 <sup>-1</sup>	Zehntel	0,5 l = 5 · 10 <sup>-1</sup> l = 5 dl (Dezi-Liter)
c	Zenti	10 <sup>-2</sup>	Hundertstel	0,25 m = 25 · 10 <sup>-2</sup> m = 25 cm (Zenti-Meter)
m	Milli	10 <sup>-3</sup>	Tausendstel	0,375 A = 375 · 10 <sup>-3</sup> A = 375 mA (Milli-Ampere)
µ	Mikro	10 <sup>-6</sup>	Millionstel	0,000 052 m = 52 · 10 <sup>-6</sup> m = 52 µm (Mikro-Meter)
n	Nano	10 <sup>-9</sup>	Milliardstel	0,000 000 075 m = 75 · 10 <sup>-9</sup> m = 75 nm (Nano-Meter)
p	Piko	10 <sup>-12</sup>	Billionstel	0,000 000 000 006 F = 6 · 10 <sup>-12</sup> F = 6 pF (Pico-Farad)

## Umrechnung von Einheiten

Berechnungen mit physikalischen Größen sind nur dann möglich, wenn sich ihre Einheiten jeweils auf eine Basis beziehen. Bei der Lösung von Aufgaben müssen Einheiten häufig auf Basiseinheiten umgerechnet werden, z. B. mm in m, s in h, mm<sup>2</sup> in m<sup>2</sup>. Dies geschieht durch Umrechnungsfaktoren, die den Wert 1 (kohärente Einheiten) darstellen.

## Umrechnungsfaktoren für Einheiten (Auszug)

Größe	Umrechnungsfaktoren, z. B.	Größe	Umrechnungsfaktoren, z. B.
Längen	$1 = \frac{10 \text{ mm}}{1 \text{ cm}} = \frac{1000 \text{ mm}}{1 \text{ m}} = \frac{1 \text{ m}}{1000 \text{ mm}} = \frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}}$	Zeit	$1 = \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} = \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}$
Flächen	$1 = \frac{100 \text{ mm}^2}{1 \text{ cm}^2} = \frac{100 \text{ cm}^2}{1 \text{ dm}^2} =$	Winkel	$1 = \frac{60'}{1^\circ} = \frac{60''}{1'} = \frac{3600''}{1^\circ} = \frac{1^\circ}{60 \text{ s}}$
Volumen	$1 = \frac{1000 \text{ mm}^3}{1 \text{ cm}^3} = \frac{1000 \text{ cm}^3}{1 \text{ dm}^3} =$	Zoll	$1 \text{ inch} = 25,4 \text{ mm}; 1 \text{ mm} = \frac{1}{25,4} \text{ inch}$

### 1. Beispiel:

Das Volumen  $V = 3416 \text{ mm}^3$  ist in  $\text{cm}^3$  umzurechnen.

Das Volumen  $V$  wird mit dem Umrechnungsfaktor multipliziert, der im Zähler die Einheit  $\text{cm}^3$  und im Nenner die Einheit  $\text{mm}^3$  aufweist.

$$V = 3416 \text{ mm}^3 = \frac{1 \text{ cm}^3 \cdot 3416 \text{ mm}^3}{1000 \text{ mm}^3} = \frac{3416 \text{ cm}^3}{1000} = 3,416 \text{ cm}^3$$

### 2. Beispiel:

Die Winkelangabe  $\alpha = 42^\circ 16'$  ist in Grad (°) auszudrücken.

Der Teilwinkel  $16'$  muss in Grad (°) umgewandelt werden. Er wird mit dem Umrechnungsfaktor multipliziert, der im Zähler die Einheit Grad (°) und im Nenner die Einheit Minute (') hat.

$$\alpha = 42^\circ + 16' \cdot \frac{1^\circ}{60'} = 42^\circ + \frac{16 \cdot 1^\circ}{60} = 42^\circ + 0,267^\circ = 42,267^\circ$$



# Rechnen mit Größen, Prozentrechnung, Zinsrechnung

## Rechnen mit Größen

Physikalische Größen werden mathematisch behandelt wie Produkte.

### • Addition und Subtraktion

Bei gleichen Einheiten werden die Zahlenwerte addiert und die Einheit im Ergebnis übernommen.

**Beispiel:**

$$L = l_1 + l_2 - l_3 \text{ mit } l_1 = 124 \text{ mm}, l_2 = 18 \text{ mm}, l_3 = 44 \text{ mm}; L = ?$$

$$L = 124 \text{ mm} + 18 \text{ mm} - 44 \text{ mm} = (124 + 18 - 44) \text{ mm} = \mathbf{98 \text{ mm}}$$

### • Multiplikation und Division

Die Zahlenwerte und die Einheiten entsprechen den Faktoren von Produkten.

**Beispiel:**

$$F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2 \text{ mit } F_1 = 180 \text{ N}, l_1 = 75 \text{ mm}, l_2 = 105 \text{ mm}; F_2 = ?$$

$$F_2 = \frac{F_1 \cdot l_1}{l_2} = \frac{180 \text{ N} \cdot 75 \text{ mm}}{105 \text{ mm}} = 128,57 \frac{\text{N} \cdot \text{mm}}{\text{mm}} = \mathbf{128,57 \text{ N}}$$

### • Multiplizieren und Dividieren von Potenzen

Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert bzw. dividiert, indem die Exponenten addiert bzw. subtrahiert werden.

**Beispiel:**

$$W = \frac{A \cdot a^2}{e} \text{ mit } A = 15 \text{ cm}^2, a = 7,5 \text{ cm}, e = 2,4 \text{ cm}; W = ?$$

$$W = \frac{15 \text{ cm}^2 \cdot (7,5 \text{ cm})^2}{2,4 \text{ cm}} = \frac{15 \cdot 56,25 \text{ cm}^{2+2}}{2,4 \text{ cm}^1} = 351,56 \text{ cm}^{4-1} = \mathbf{351,56 \text{ cm}^3}$$

### Regeln beim Potenzieren

$a$  Basis  
 $m, n \dots$  Exponenten

### Multiplikation von Potenzen

$$a^2 \cdot a^3 = a^{2+3}$$

### Division von Potenzen

$$\frac{a^2}{a^3} = a^{2-3}$$

### Sonderformen

$$a^{-2} = \frac{1}{a^2}$$

$$a^1 = a$$

$$a^0 = 1$$

## Prozentrechnung

Der **Prozentsatz** gibt den Teil des Grundwertes in Hundertstel an. Der **Grundwert** ist der Wert, von dem die Prozente zu rechnen sind. Der **Prozentwert** ist der Betrag, den die Prozente des Grundwertes ergeben.

$P_s$  Prozentsatz, Prozent     $P_w$  Prozentwert     $G_w$  Grundwert

**Beispiel:**

Werkstückrohrtgewicht 250 kg (Grundwert); Abbrand 2 % (Prozentsatz)  
Abbrand in kg = ? (Prozentwert)

$$P_w = \frac{G_w \cdot P_s}{100\%} = \frac{250 \text{ kg} \cdot 2\%}{100\%} = \mathbf{5 \text{ kg}}$$

### Prozentwert

$$P_w = \frac{G_w \cdot P_s}{100\%}$$

## Zinsrechnung

$K_0$  Anfangskapital     $Z$  Zinsen     $t$  Laufzeit in Tagen,  
 $K_t$  Endkapital     $p$  Zinssatz pro Jahr    Verzinsungszeit

### Zins

$$Z = \frac{K_0 \cdot p \cdot t}{100\% \cdot 360}$$

**1. Beispiel:**

$$K_0 = 2800,00 \text{ €}; p = 6\% \frac{\%}{a}; t = \frac{1}{2} a; Z = ?$$

$$Z = \frac{2800,00 \text{ €} \cdot 6\% \frac{\%}{a} \cdot 0,5 a}{100\%} = \mathbf{84,00 \text{ €}}$$

**2. Beispiel:**

$$K_0 = 4800,00 \text{ €}; p = 5,1\% \frac{\%}{a}; t = 50 \text{ d}; Z = ?$$

$$Z = \frac{4800,00 \text{ €} \cdot 5,1\% \frac{\%}{a} \cdot 50 \text{ d}}{100\% \cdot 360 \frac{\text{d}}{a}} = \mathbf{34,00 \text{ €}}$$

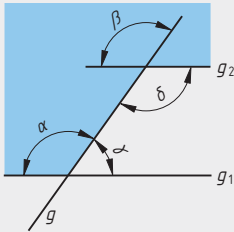
1 Zinsjahr (1 a) = 360 Tage (360 d)

360 d = 12 Monate

1 Zinsmonat = 30 Tage

# Winkelarten, Strahlensatz, Winkel im Dreieck, Satz des Pythagoras

## Winkelarten



- g Gerade
- g<sub>1</sub>, g<sub>2</sub> parallele Geraden
- α, β Stufenwinkel
- β, δ Scheitelwinkel
- α, δ Wechselwinkel
- α, γ Nebenwinkel

Werden zwei Parallelen durch eine Gerade geschnitten, so bestehen unter den dabei gebildeten Winkeln geometrische Beziehungen.

### Stufenwinkel

$$\alpha = \beta$$

### Scheitelwinkel

$$\beta = \delta$$

### Wechselwinkel

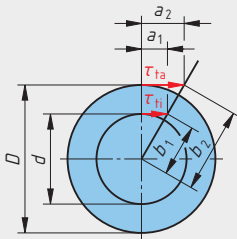
$$\alpha = \delta$$

### Nebenwinkel

$$\alpha + \gamma = 180^\circ$$

## Strahlensatz

- τ<sub>ta</sub> Torsionsspannung außen
- τ<sub>ti</sub> Torsionsspannung innen



Werden zwei Geraden durch zwei Parallelen geschnitten, so bilden die zugehörigen Strahlenabschnitte gleiche Verhältnisse.

### Beispiel:

$$D = 40 \text{ mm}, d = 30 \text{ mm},$$

$$\tau_{ta} = 135 \text{ N/mm}^2; \tau_{ti} = ?$$

$$\frac{\tau_{ti}}{\tau_{ta}} = \frac{d}{D} \Rightarrow \tau_{ti} = \frac{\tau_{ta} \cdot d}{D}$$

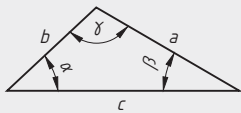
$$= \frac{135 \text{ N/mm}^2 \cdot 30 \text{ mm}}{40 \text{ mm}} = 101,25 \text{ N/mm}^2$$

### Strahlensatz

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{d}{D}$$

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} \quad \frac{b_1}{d} = \frac{b_2}{D}$$

## Winkelsumme im Dreieck



- a, b, c Dreiecksseiten
- α, β, γ Winkel im Dreieck

### Beispiel:

$$\alpha = 21^\circ, \beta = 95^\circ, \gamma = ?$$

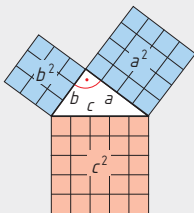
$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta = 180^\circ - 21^\circ - 95^\circ = 64^\circ$$

### Winkelsumme im Dreieck

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

In jedem Dreieck ist die Winkelsumme 180°.

## Lehrsatz des Pythagoras



Im **rechtwinkligen Dreieck** ist das Hypotenusenquadrat flächengleich der Summe der beiden Kathetenquadrate.

- a Kathete
- b Kathete
- c Hypotenuse

### 1. Beispiel:

$$c = 35 \text{ mm}; a = 21 \text{ mm}; b = ?$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{(35 \text{ mm})^2 - (21 \text{ mm})^2} = 28 \text{ mm}$$

### 2. Beispiel:

CNC-Programm mit R = 50 mm und I = 25 mm.

$$K = ?$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$R^2 = I^2 + K^2$$

$$K = \sqrt{R^2 - I^2} = \sqrt{50^2 \text{ mm}^2 - 25^2 \text{ mm}^2}$$

$$K = 43,3 \text{ mm}$$

### Quadrat über der Hypotenuse

$$c^2 = a^2 + b^2$$

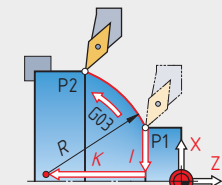
### Länge der Hypotenuse

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

### Länge der Katheten

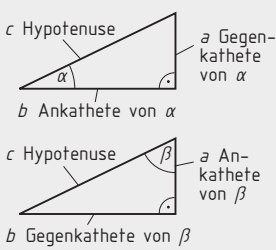
$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$



# Funktionen im Dreieck

## Funktionen im rechtwinkligen Dreieck (Winkelfunktionen)



$c$  Hypotenuse (längste Seite)  
 $a, b$  Katheten  
 Bezogen auf den Winkel  $\alpha$  ist  
 -  $b$  die Ankathete und  
 -  $a$  die Gegenkathete  
 $\alpha, \beta, \gamma$  Winkel im Dreieck, mit  $\gamma = 90^\circ$   
 $\sin$  Schreibweise für Sinus  
 $\cos$  Schreibweise für Kosinus  
 $\tan$  Schreibweise für Tangens  
 $\sin \alpha$  Sinus des Winkels  $\alpha$

### Winkelfunktionen

Sinus	=	$\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$
Cosinus	=	$\frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$
Tangens	=	$\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$

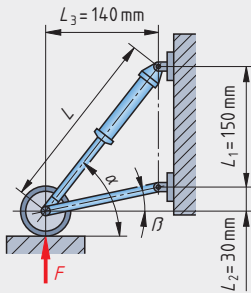
Bezogen auf den Winkel  $\alpha$  ist:

$\sin \alpha = \frac{a}{c}$	$\cos \alpha = \frac{b}{c}$	$\tan \alpha = \frac{a}{b}$
-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------

Bezogen auf den Winkel  $\beta$  ist:

$\sin \beta = \frac{b}{c}$	$\cos \beta = \frac{a}{c}$	$\tan \beta = \frac{b}{a}$
----------------------------	----------------------------	----------------------------

Die Berechnung eines Winkels in Grad ( $^\circ$ ) oder als Bogenmaß (rad) erfolgt mit der Arcus-Funktion, z. B.  $\arcsin$ .



### 1. Beispiel

$L_1 = 150 \text{ mm}, L_2 = 30 \text{ mm}, L_3 = 140 \text{ mm};$   
 Winkel  $\alpha = ?$

$$\tan \alpha = \frac{L_1 + L_2}{L_3} = \frac{180 \text{ mm}}{140 \text{ mm}} = 1,286$$

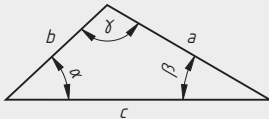
Winkel  $\alpha = 52^\circ$

### 2. Beispiel

$L_1 = 150 \text{ mm}, L_2 = 30 \text{ mm}, \alpha = 52^\circ;$   
 Länge des Stoßdämpfers  $L = ?$

$$L = \frac{L_1 + L_2}{\sin \alpha} = \frac{180 \text{ mm}}{\sin 52^\circ} = 228,42 \text{ mm}$$

## Funktionen im schiefwinkligen Dreieck (Sinussatz, Kosinussatz)



Im Sinussatz entsprechen die Seitenverhältnisse dem Sinus der entsprechenden Gegenwinkel im Dreieck. Aus einer Seite und zwei Winkeln lassen sich die anderen Werte berechnen.

- Kathete  $a$  → Gegenwinkel  $\sin \alpha$
- Kathete  $b$  → Gegenwinkel  $\sin \beta$
- Hypotenuse  $c$  → Gegenwinkel  $\sin \gamma$

### Beispiel

$F = 800 \text{ N}, \alpha = 40^\circ, \beta = 38^\circ; F_z = ?, F_d = ?$

Die Berechnung erfolgt jeweils aus dem Kräfteplan.

$$\frac{F}{\sin \alpha} = \frac{F_z}{\sin \beta} \Rightarrow F_z = \frac{F \cdot \sin \beta}{\sin \alpha}$$

$$F_z = \frac{800 \text{ N} \cdot \sin 38^\circ}{\sin 40^\circ} = 766,24 \text{ N}$$

$$\frac{F}{\sin \alpha} = \frac{F_d}{\sin \gamma} \Rightarrow F_d = \frac{F \cdot \sin \gamma}{\sin \alpha}$$

$$F_d = \frac{800 \text{ N} \cdot \sin 102^\circ}{\sin 40^\circ} = 1217,38 \text{ N}$$

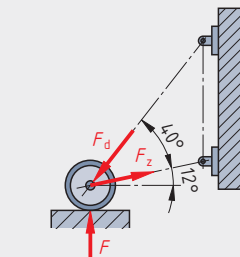
Die Berechnung eines Winkels in Grad ( $^\circ$ ) oder als Bogenmaß (rad) erfolgt mit der Arcus-Funktion, z. B.  $\arcsin$ .

Sinussatz
$a : b : c = \sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma$
$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$

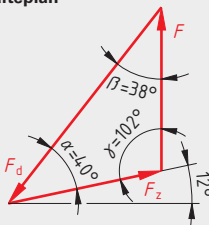
Vielfältige Umstellungen sind möglich:

$a = \frac{b \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c \cdot \sin \alpha}{\sin \gamma}$
$b = \frac{a \cdot \sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{c \cdot \sin \beta}{\sin \gamma}$
$c = \frac{a \cdot \sin \gamma}{\sin \alpha} = \frac{b \cdot \sin \gamma}{\sin \beta}$

Kosinussatz
$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$
$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$
$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$



Kräfteplan



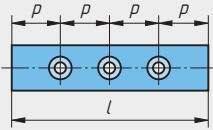
Umstellung, z. B.

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}$$

## Teilung von Längen, Bogenlänge, zusammengesetzte Länge

### Teilung von Längen

#### Randabstand = Teilung



$l$  Gesamtlänge       $n$  Anzahl der Bohrungen  
 $p$  Teilung

#### Beispiel:

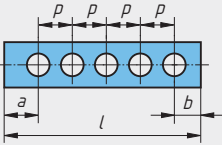
$l = 2 \text{ m}$ ;  $n = 24$  Bohrungen;  $p = ?$

$$p = \frac{l}{n+1} = \frac{2000 \text{ mm}}{24+1} = 80 \text{ mm}$$

#### Teilung

$$p = \frac{l}{n+1}$$

#### Randabstand $\neq$ Teilung



$l$  Gesamtlänge       $n$  Anzahl der Bohrungen  
 $p$  Teilung       $a, b$  Randabstände

#### Beispiel:

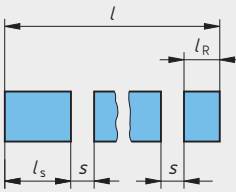
$l = 1950 \text{ mm}$ ;  $a = 100 \text{ mm}$ ;  $b = 50 \text{ mm}$ ;  
 $n = 25$  Bohrungen;  $p = ?$

$$p = \frac{l - (a + b)}{n - 1} = \frac{1950 \text{ mm} - 150 \text{ mm}}{25 - 1} = 75 \text{ mm}$$

#### Teilung

$$p = \frac{l - (a + b)}{n - 1}$$

#### Trennung von Teilstücken



$l$  Stablänge       $s$  Sägeschnittbreite  
 $z$  Anzahl der Teile       $l_R$  Restlänge  
 $l_s$  Teillänge

#### Beispiel:

$l = 6 \text{ m}$ ;  $l_s = 230 \text{ mm}$ ;  $s = 1,2 \text{ mm}$ ;  $z = ?$ ;  $l_R = ?$

$$z = \frac{l}{l_s + s} = \frac{6000 \text{ mm}}{230 \text{ mm} + 1,2 \text{ mm}} = 25,95 = 25 \text{ Teile}$$

$$l_R = l - z \cdot (l_s + s) = 6000 \text{ mm} - 25 \cdot (230 \text{ mm} + 1,2 \text{ mm}) = 220 \text{ mm}$$

#### Anzahl der Teile

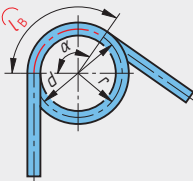
$$z = \frac{l}{l_s + s}$$

#### Restlänge

$$l_R = l - z \cdot (l_s + s)$$

### Bogenlänge

#### Beispiel: Schenkelfeder



$l_B$  Bogenlänge       $\alpha$  Mittelpunktswinkel  
 $r$  Radius       $d$  Durchmesser

#### Beispiel:

$r = 36 \text{ mm}$ ;  $\alpha = 120^\circ$ ;  $l_B = ?$

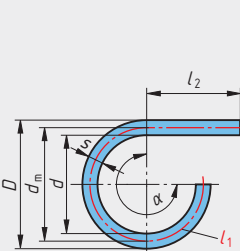
$$l_B = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ} = \frac{\pi \cdot 36 \text{ mm} \cdot 120^\circ}{180^\circ} = 75,36 \text{ mm}$$

#### Bogenlänge

$$l_B = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ}$$

$$l_B = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ}$$

### Zusammengesetzte Länge



$D$  Außendurchmesser       $d$  Innendurchmesser  
 $d_m$  mittlerer Durchmesser       $s$  Dicke  
 $l_1, l_2$  Teillängen       $L$  zusammengesetzte Länge  
 $\alpha$  Mittelpunktswinkel

#### Beispiel (Zusammengesetzte Länge, Bild links):

$D = 360 \text{ mm}$ ;  $s = 5 \text{ mm}$ ;  $\alpha = 270^\circ$ ;  $l_2 = 70 \text{ mm}$ ;  
 $d_m = ?$ ;  $L = ?$

$$d_m = D - s = 360 \text{ mm} - 5 \text{ mm} = 355 \text{ mm}$$

$$L = l_1 + l_2 = \frac{\pi \cdot d_m \cdot \alpha}{360^\circ} + l_2 = \frac{\pi \cdot 355 \text{ mm} \cdot 270^\circ}{360^\circ} + 70 \text{ mm} = 906,45 \text{ mm}$$

#### Zusammengesetzte Länge

$$L = l_1 + l_2 + \dots$$