



Erste Hilfe



Auffinden einer Person

Grundsätze

- Ruhe bewahren
- Unfallstelle sichern
- Eigene Sicherheit beachten



Notruf 112

- Wo geschah es?
- Was geschah?
- Wie viele Verletzte?
- Welche Art von Verletzungen?
- Warten auf Rückfragen!



nicht vorhanden
um Hilfe rufen



keine normale Atmung

Notruf

AED¹⁾ holen lassen



vorhanden

normale Atmung



Notruf

Bewusstsein und Atmung überwachen

Unfälle durch elektrischen Strom

- Auf Selbstschutz achten
- Strom sofort unterbrechen

Niederspannung: (bis 1000 Volt)

- Stecker ziehen, ausschalten
- Sicherung herausnehmen bzw. Sicherungsautomat betätigen

Hochspannung: (über 1000 Volt)

- Abstand halten
- Notruf „Elektronfall“
- Fachpersonal herbeirufen
- Rettung nur durch Fachpersonal!

Maßnahmen am Patienten:

- Ständige Kontrolle von Bewusstsein und Kreislauf (Atmung)
- Ärztliche Behandlung veranlassen

¹⁾ Sofern verfügbar, den Anweisungen des „Automatisierten Externen Defibrillators“ AED (Gerät zur Beseitigung von Herzmuskelstörungen) folgen.



EUROPA-FACHBUCHREIHE
für Metallberufe

Roland Gomeringer
Max Heinzler
Roland Kilgus

Volker Menges
Friedrich Näher
Stefan Oesterle

Claudius Scholer
Andreas Stephan
Falko Wieneke

Tabellenbuch Metall

46., neu bearbeitete und erweiterte Auflage

Europa-Nr.: 10609 mit Formelsammlung

Europa-Nr.: 1060X ohne Formelsammlung

Europa-Nr.: 10706 XXL, mit Formelsammlung und CD

Europa-Nr.: 14467 XXL ONLINE, mit Formelsammlung und Online-Zugang

VERLAG EUROPA LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsseldorfer Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Autoren:

Roland Gomeringer	Meßstetten
Max Heinzler	Wangen im Allgäu
Roland Kilgus	Neckartenzlingen
Volker Menges	Lichtenstein
Friedrich Näher	Balingen
Stefan Oesterle	Amtzell
Claudius Scholer	Pliezhausen
Andreas Stephan	Marktoberdorf
Falko Wieneke	Essen

Lektorat:

Roland Gomeringer, Meßstetten

Bildbearbeitung:

Zeichenbüro des Verlages Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Mitwirkung:

Matthias Büttner, Hechingen

Maßgebend für die Anwendung der Normen und der anderen Regelwerke sind deren neueste Ausgaben. Sie können durch die Beuth Verlag GmbH, Burggrafenstr. 6, 10787 Berlin, bezogen werden.

Inhalte des Kapitels „Programmaufbau bei CNC-Maschinen nach PAL“ (Seiten 348 bis 362) richten sich nach Veröffentlichungen der PAL-Prüfungsaufgaben- und Lehrmittelentwicklungsstelle der IHK Region Stuttgart.

46. Auflage 2014

Druck 6 5 4 3 2 1

Alle Drucke dieser Auflage sind im Unterricht nebeneinander einsetzbar, da sie bis auf korrigierte Druckfehler und kleine Normänderungen unverändert sind.

ISBN 978-3-8085-1726-0 mit Formelsammlung
ISBN 978-3-8085-1676-8 ohne Formelsammlung
ISBN 978-3-8085-1084-1 XXL, mit Formelsammlung und CD
ISBN 978-3-8085-1447-4 XXL ONLINE, mit Formelsammlung und Online-Zugang

Umschlaggestaltung: Grafische Produktionen Jürgen Neumann, 97222 Rimpar
Umschlagfotos: TESA/Brown & Sharpe, CH-Renens, und Seco Tools GmbH, Erkrath

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2014 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
<http://www.europa-lehrmittel.de>

Satz: Satz+Layout Werkstatt Kluth GmbH, 50374 Erftstadt
Druck: M.P. Media-Print Informationstechnologie GmbH, 33100 Paderborn

Vorwort

Zielgruppen des Tabellenbuches

- Metallberufe aus Handwerk und Industrie
- Technische Produktdesigner
- Meister- und Techniker Ausbildung
- Praktiker in Handwerk und Industrie
- Studenten des Maschinenbaues

Inhalt

Der Inhalt des Buches ist in sieben Hauptkapitel gegliedert, die in der rechten Spalte benannt sind. Er ist auf die Bildungspläne der Zielgruppen abgestimmt und der Entwicklung der Technik und der KMK-Lehrpläne angepasst.

Die **Tabellen** enthalten die wichtigsten Regeln, Bauarten, Sorten, Abmessungen und Richtwerte der jeweiligen Sachgebiete.

Bei den **Formeln** wird in der Legende auf die Nennung von Einheiten verzichtet, wenn mehrere Einheiten möglich sind. Die oft parallel zum Buch verwendeten „**Formeln für Metallberufe**“ geben die Einheiten an, um vor allem Berufsanfängern beim Berechnen eine Hilfestellung zu geben.

Mit der CD „**Tabellenbuch Metall digital**“, der elektronischen Form des Tabellenbuches, können bei Berechnungen die Formeln und Einheiten gewählt und umgestellt werden. Die elektronisch ermittelten Rechenergebnisse können ebenfalls in verschiedenen Einheiten angezeigt werden. Ergänzt wird das Medienangebot durch eine reine Web-Applikation (www.tabellenbuch-metall-online.de).

Das **Inhaltsverzeichnis** am Anfang des Buches wird durch Teilinhaltsverzeichnisse vor jedem Hauptkapitel ergänzt.

Das **Sachwortverzeichnis** am Schluss des Buches enthält neben den deutschen auch die englischen Bezeichnungen.

Im **Normenverzeichnis** sind alle im Buch zitierten aktuellen Normen und Regelwerke aufgeführt.

Änderungen in der 46. Auflage

In der vorliegenden Ausgabe wurden die zitierten Normen aktualisiert und wegen der technischen Entwicklung besonders folgende Kapitel neu strukturiert, aktualisiert, erweitert oder neu aufgenommen:

- Legierungssysteme, Messtechnik, Wälzlagerberechnung (neu)
- Festigkeitslehre (ergänzt und erweitert)
- Spanende Fertigung mit CNC-Technik (neu strukturiert und erweitert)
- Arbeits- und Umweltschutz (neu strukturiert und erweitert)
- Automatisierungstechnik (neu strukturiert und erweitert)

Autoren und Verlag sind auch weiterhin allen Nutzern des Tabellenbuches für Hinweise und Verbesserungsvorschläge an lektorat@europa-lehrmittel.de dankbar.

Dank

Herr Ulrich Fischer hat über viele Jahre durch seine hohe fachliche Kompetenz als Autor und Lektor das Tabellenbuch Metall geprägt. Kollegen und Verlag danken ihm für die gute Zusammenarbeit verbunden mit den besten Wünschen für die Zukunft.

1 Technische Mathematik	9 ... 28	M
--------------------------------	----------	----------

2 Technische Physik	29 ... 54	P
----------------------------	-----------	----------

3 Technische Kommunikation	55 ... 114	K
-----------------------------------	------------	----------

4 Werkstofftechnik	115 ... 202	W
---------------------------	-------------	----------

5 Maschinenelemente	203 ... 272	M
----------------------------	-------------	----------

6 Fertigungstechnik	273 ... 412	F
----------------------------	-------------	----------

7 Automatisierungstechnik	413 ... 452	A
----------------------------------	-------------	----------

Inhaltsverzeichnis

1 Technische Mathematik (M)

9

1.1 Einheiten im Messwesen

SI-Basisgrößen und Einheiten	10
Abgeleitete Größen und Einheiten . . .	10
Einheiten außerhalb des SI	12

1.2 Formeln

Formelzeichen, mathem. Zeichen . . .	13
Formeln, Gleichungen, Diagramme . .	14
Umstellen von Formeln	15
Größen und Einheiten	16
Rechnen mit Größen	17
Prozent- und Zinsrechnung	17

1.3 Winkel und Dreiecke

Winkelarten, Satz des Pythagoras . . .	18
Funktionen im Dreieck	19

1.4 Längen

Teilung von Längen	20
Gestreckte Längen	21
Rohlängen	21

1.5 Flächen

Eckige Flächen	22
Dreieck, Vielecke, Kreis	23
Kreisausschnitt, -abschnitt, -ring . . .	24
Ellipse	24

1.6 Volumen und Oberfläche

Würfel, Zylinder, Pyramide	25
Kegel, Kegelmantel, Kugel	26
Zusammengesetzte Körper	27

1.7 Masse

Allgemeine Berechnung	27
Längenbezogene Masse	27
Flächenbezogene Masse	27

1.8 Schwerpunkte

Linien Schwerpunkte	28
Flächenschwerpunkte	28

2 Technische Physik (P)

29

2.1 Bewegungen

Konstante Bewegungen	30
Beschleunigte Bewegungen	30
Geschwindigkeiten an Maschinen . . .	31

2.2 Kräfte

Zusammensetzen und Zerlegen	32
Kräftearten	33
Drehmoment	34

2.3 Arbeit, Leistung, Wirkungsgrad

Mechanische Arbeit	34
Einfache Maschinen	35
Energie	35
Leistung und Wirkungsgrad	36

2.4 Reibung

Reibungskraft, Reibungszahlen	37
Rollreibungszahlen	37

2.5 Druck in Flüssigkeiten und Gasen

Druck	38
Auftrieb	38
Hydraulische Kraftübersetzung	38
Druckübersetzung	39
Durchflussgeschwindigkeit	39
Zustandsänderung bei Gasen	39

2.6 Festigkeitslehre

Belastungsfälle, Grenzspannungen . .	40
Statische Festigkeit	41
Elastizitätsmodul	41
Zug, Druck, Flächenpressung	42
Abscherung, Torsion, Biegung	43
Biegebelastung auf Bauteile	44
Widerstandsmomente	45
Zusammengesetzte Beanspruchung . .	45
Dynamische Festigkeit	46
Gestaltfestigkeit	47

2.7 Wärmetechnik

Temperaturen, Längenänderung	49
Schwindung	49
Wärmemenge	49
Heizwerte	50

2.8 Elektrotechnik

Größen und Einheiten	51
Ohmsches Gesetz	51
Leiterwiderstand	51
Stromdichte	52
Schaltung von Widerständen	52
Stromarten	53
Elektrische Arbeit und Leistung	54
Transformator	54

3 Technische Kommunikation (K)

55

3.1 Diagramme

Kartesisches Koordinatensystem	56
Polarkoordinatensystem	57
Flächendiagramme	57

3.2 Geom. Grundkonstruktionen

Strecken, Lote, Winkel	58
Tangenten, Kreisbögen	59
Inkreis, Ellipse, Spirale	60
Zykloide, Evolvente, Hyperbel	61

3.3 Zeichnungselemente	
Schriftzeichen	62
Normzahlen, Radien, Maßstäbe	63
Zeichenblätter	64
Stücklisten, Positionsnummern	65
Linienarten	66
3.4 Darstellung	
Projektionsmethoden	68
Ansichten	70
Schnittdarstellung	72
Schraffuren	74
3.5 Maßeintragung	
Maßlinien, Maßzahlen	75
Bemaßungsregeln	76
Zeichnungselemente	77
Toleranzangaben	79
Maßarten	80
Zeichnungsvereinfachung	82
3.6 Maschinenelemente	
Zahnräder	83
Wälzlager	84
Dichtungen	85
Sicherungsringe, Federn	86
3.7 Werkstückelemente	
Butzen, Werkstückkanten	87
Gewindeausläufe und -freistiche	88
Gewinde, Schraubenverbindungen	89
Zentrierbohrungen, Rändel	90
Freistiche	91
3.8 Schweißen und Löten	
Sinnbilder	92
Bemaßungsbeispiele	94
3.9 Oberflächen	
Härteangaben in Zeichnungen	96
Gestaltabweichungen, Rauheit	97
Oberflächenprüfung, -angaben	98
Erreichbare Rauheit	100
Verzahnungsqualität	101
3.10 Toleranzen, Passungen	
Grundlagen	102
ISO-Passungen	104
Allgemeintoleranzen	110
Wälzlagerpassungen	110
Passungsempfehlungen, -auswahl	111
Geometrische Tolerierung	112

4 Werkstofftechnik (W)

115

4.1 Stoffe	
Stoffwerte	116
Periodisches System der Elemente	118
Chemikalien der Metalltechnik	119
4.2 Bezeichnungssystem der Stähle	
Definition und Einteilung	120
Normung von Stahlprodukten	121
Werkstoffnummern	122
Bezeichnungssystem	123
4.3 Stahlsorten	
Erzeugnisse aus Stahl, Übersicht	127
Stähle, Übersicht	128
Baustähle	130
Einsatzstähle	133
Vergütungsstähle	134
Werkzeugstähle	136
Nichtrostende Stähle	137
Federstähle	139
Stähle für Blankstahlerzeugnisse	140
4.4 Stahl-Fertigerzeugnisse	
Bleche, Bänder, Rohre	142
Profile	146
Längen- u. flächenbezogene Masse	155
4.5 Wärmebehandlung	
Kristallgitter, Legierungssysteme	156
Eisen-Kohlenstoff-Diagramm	157
Wärmebehandlung der Stähle	158
4.6 Gusseisen-Werkstoffe	
Bezeichnung, Werkstoffnummern	163
Gusseisenarten	164
4.7 Gießereitechnik	167
4.8 Leichtmetalle	
Übersicht Al-Legierungen	169
Aluminium-Knetlegierungen	171
Aluminium-Gusslegierungen	173
Aluminium-Profile	174
Magnesium- u. Titanlegierungen	177
4.9 Schwermetalle	
Bezeichnungssystem	179
Kupfer-Legierungen	180
4.10 Sonstige Werkstoffe	182
4.11 Kunststoffe	
Übersicht	184
Duroplaste	187
Thermoplaste	188
Elastomere, Schaumstoffe	191
Kunststoffverarbeitung	192
Polyblends, Schichtpresstoffe	193
Kunststoffprüfung	194
4.12 Werkstoffprüfung	
Übersicht	195
Zugversuch	197
Kerbschlag-, Umlaufbiegeversuch	198
Härteprüfung	199
4.13 Korrosion, Korrosionsschutz	202

5 Maschinenelemente (M)**203**

5.1 Gewinde		5.5 Scheiben	
Gewindearten, Übersicht	204	Bauarten, Übersicht	235
Ausländische Normen	205	Flache Scheiben	236
Metrisches ISO-Gewinde	206	Sonstige Scheiben	237
Sonstige Gewinde	207	5.6 Stifte und Bolzen	
Gewindetoleranzen	209	Bauarten, Übersicht	238
5.2 Schrauben		Zylinderstifte, Spannstifte	239
Schraubenarten, Übersicht	210	Kerbstifte, Bolzen	240
Bezeichnung	211	5.7 Welle-Nabe-Verbindungen	
Festigkeit	212	Verbindung, Übersicht	241
Sechskantschrauben	213	Keile	242
Zylinderschrauben	216	Passfedern, Scheibenfedern	243
Sonstige Schrauben	217	Werkzeugkegel	244
Berechnung von Schrauben	222	5.8 Sonstige Maschinenelemente	
Schraubensicherungen, Übersicht	224	Federn	245
Schraubenantriebe	225	Griffe, Aufnahmen, Nutensteine	249
5.3 Senkungen		Schnellspanvorrichtung	251
Senkungen für Senkschrauben	226	5.9 Antriebs Elemente	
Senkungen für Zylinderschrauben	227	Riemen	253
5.4 Muttern		Stirnräder, Maße	256
Mutternarten, Übersicht	228	Kegel- u. Schneckenräder, Maße	258
Bezeichnung	229	Übersetzungen	259
Festigkeit	230	5.10 Lager	
Sechskantmutter	231	Gleitlager	260
Sonstige Muttern	232	Wälzlager	262
		Schmieröle und Schmierfette	271

6 Fertigungstechnik (F)**273**

6.1 Messtechnik		Werkzeug-Aufnahmen	307
Prüfmittel	274	Kühlschmierung	308
Messergebnis	275	Drehen	310
6.2 Qualitätsmanagement		Fräsen	321
Normen, Begriffe	276	Bohren, Senken, Reiben	331
Qualitätsplanung, Qualitätsprüfung	278	Schleifen	337
Statistische Auswertung	279	Honen	342
Qualitätsfähigkeit	281	CNC-Technik, Null- u. Bezugspunkte	343
Statistische Prozesslenkung	282	Werkzeug-/Bahnkorrekturen	344
6.3 Maschinenrichtlinie	285	CNC-Fertigung nach DIN	345
6.4 Produktionsorganisation		CNC-Drehen nach PAL	348
Erzeugnisgliederung	287	CNC-Fräsen nach PAL	354
Arbeitsplanung	289	6.7 Abtragen	
Kalkulation	293	Drahterodieren, Senkerodieren	363
6.5 Instandhaltung		Einflüsse auf das Verfahren	364
Wartung, Instandsetzung	296	6.8 Trennen durch Schneiden	
Instandhaltungskonzepte	297	Schneidkraft, Pressen	365
Dokumentationssystem	299	Schneidwerkzeug	366
6.6 Spanende Fertigung		Werkzeug- und Werkstückmaße	368
Zeitspannungsvolumen	300	Streifenausnutzung	369
Kräfte beim Spanen	301	6.9 Umformen	
Drehzahldiagramm	302	Biegen: Werkzeug, Verfahren	370
Schneidstoffe	304	Einstellwerte	372
Wendeschneidplatten	306	Tiefziehen: Werkzeug, Verfahren	374
		Einstellwerte	376

6.10 Spritzgießen		Kennzeichnung von Gasflaschen ...	392
Spritzgießwerkzeug	378	Löten	394
Schwindung, Kühlung, Dosierung ..	381	Kleben	397
6.11 Fügen		6.12 Arbeits- und Umweltschutz	
Schweißverfahren, Übersicht	383	Gefahren am Arbeitsplatz	399
Nahtvorbereitung	385	Gefährliche Stoffe	400
Schutzgasschweißen	386	Warn-, Gebots-, Hinweiszeichen	408
Lichtbogenschweißen	388	Kennzeichnung von Rohrleitungen ..	411
Strahlschneiden	390	Schall und Lärm	412

7 Automatisierungstechnik (A) 413

7.1 Pneumatik, Hydraulik		7.4 SPS-Steuerungen	
Schaltzeichen	414	SPS-Programmiersprachen	435
Schaltpläne	416	Binäre Verknüpfungen	439
Pneumatische Steuerung	417	Ablaufsteuerungen	440
Proportionalventile	418	7.5 Regelungstechnik	
Pneumatikzylinder	419	Grundbegriffe, Kennbuchstaben ...	442
Hydraulikzylinder, -pumpen	420	Bildzeichen	443
Rohre	422	Regler	444
7.2 Grafset		7.6 Handhabungs-, Robotertechnik	
Grundstruktur	423	Koordinatensysteme, Achsen	446
Schritte, Transitionen	424	Aufbau von Robotern	447
Aktionen	425	Greifer, Arbeitssicherheit	448
Verzweigung	427	7.7 Motoren und Antriebe	
7.3 Elektropneumatik, Elektrohydraulik		Schutzmaßnahmen, Schutzarten ...	449
Schaltzeichen	429	Elektromotoren, Anschlüsse,	
Stromlaufpläne	431	Berechnung	451
Sensoren	432		
Elektrohydraulische Steuerung	433		

Normenverzeichnis 453 ... 456

Sachwortverzeichnis 457 ... 478

Normen und andere Regelwerke

Normung und Normbegriffe

Normung ist eine planmäßig durchgeführte Vereinheitlichung von materiellen und nichtmateriellen Gegenständen, wie z. B. Bauteilen, Berechnungsverfahren, Prozessabläufen und Dienstleistungen, zum Nutzen der Allgemeinheit.

Normbegriff	Beispiel	Erklärung
Norm	DIN 7157	Eine Norm ist das veröffentlichte Ergebnis der Normungsarbeit. Beispiel: Die Auswahl bestimmter Passungen in DIN 7157.
Teil	DIN 30910-2	Normen können aus mehreren in Zusammenhang stehenden Teilen bestehen. Die Teilnummern werden mit Bindestrich an die Norm-Nummer angehängt. DIN 30910-2 beschreibt z. B. Sinterwerkstoffe für Filter, während die Teile 3 und 4 Sinterwerkstoffe für Lager und Formteile beschreiben.
Beiblatt	DIN 743 Bbl 1	Ein Beiblatt enthält Informationen zu einer Norm, jedoch keine zusätzlichen Festlegungen. Das Beiblatt DIN 743 Bbl 1 enthält z. B. Anwendungsbeispiele zu den in DIN 743 beschriebenen Tragfähigkeitsberechnungen von Wellen und Achsen.
Entwurf	E DIN EN 10027-2 (2013-09)	Normentwürfe werden zur Einsicht und Stellungnahme veröffentlicht. Die geplante Neufassung DIN EN 10027-2 mit Werkstoffnummern für Stähle lag der Öffentlichkeit z. B. von September 2013 bis Februar 2014 für Einsprüche als Entwurf vor.
Vornorm	DIN V 66304 (1991-12)	Eine Vornorm ist das Ergebnis einer Normungsarbeit, das wegen Vorbehalten nicht als Norm herausgegeben wird. DIN V 66304 behandelt z. B. ein Format zum Austausch von Normteildateien für das rechnergestützte Konstruieren.
Ausgabedatum	DIN 76-1 (2004-06)	Zeitpunkt des Erscheinens, welcher im DIN-Anzeiger veröffentlicht wird und mit dem die Norm Gültigkeit bekommt. Die DIN 76-1, welche Freistiche für metrische ISO-Gewinde festlegt, ist z. B. seit Juni 2004 gültig.

Normenarten und Regelwerke (Auswahl)

Art	Kurzzeichen	Erklärung	Zweck und Inhalte
Internationale Normen (ISO-Normen)	ISO	International Organisation for Standardization, Genf (O und S werden in der Abkürzung vertauscht)	Den internationalen Austausch von Gütern und Dienstleistungen sowie die Zusammenarbeit auf wissenschaftlichem, technischem und ökonomischem Gebiet erleichtern.
Europäische Normen (EN-Normen)	EN	Europäische Normungsorganisation CEN (Comunité Européen de Normalisation), Brüssel	Technische Harmonisierung und damit verbundener Abbau von Handelshemmnissen zur Förderung des Binnenmarktes und des Zusammenwachsens von Europa.
Deutsche Normen (DIN-Normen)	DIN	Deutsches Institut für Normung e.V., Berlin	Die nationale Normungsarbeit dient der Rationalisierung, der Qualitätssicherung, der Sicherheit, dem Umweltschutz und der Verständigung in Wirtschaft, Technik, Wissenschaft, Verwaltung und Öffentlichkeit.
	DIN EN	Deutsche Umsetzung einer europäischen Norm	
	DIN ISO	Deutsche Norm, deren Inhalt unverändert von einer ISO-Norm übernommen wurde.	
	DIN EN ISO	Norm, die von ISO und CEN veröffentlicht wurde, und deren deutsche Fassung als DIN-Norm Gültigkeit hat.	
	DIN VDE	Druckschrift des VDE, die den Status einer deutschen Norm hat.	
VDI-Richtlinien	VDI	Verein Deutscher Ingenieure e.V., Düsseldorf	Diese Richtlinien geben den aktuellen Stand der Technik zu bestimmten Themenbereichen wieder und enthalten z. B. konkrete Handlungsanleitungen zur Durchführung von Berechnungen oder zur Gestaltung von Prozessen im Maschinenbau bzw. in der Elektrotechnik.
VDE-Druckschriften	VDE	Verband Deutscher Elektrotechniker e.V., Frankfurt am Main	
DGQ-Schriften	DGQ	Deutsche Gesellschaft für Qualität e.V., Frankfurt am Main	Empfehlungen für den Bereich der Qualitätstechnik.
REFA-Blätter	REFA	Verband für Arbeitsstudien REFA e.V., Darmstadt	Empfehlungen für den Bereich der Fertigung und Arbeitsplanung.



1 Technische Mathematik

Größe	Formelzeichen	Einheit	
		Name	Zeichen
Länge	l	Meter	m

1.1 Einheiten im Messwesen

SI-Basisgrößen und Einheiten 10
 Abgeleitete Größen und Einheiten 10
 Einheiten außerhalb des SI 12

Oberfläche

$$A_O = \pi \cdot d \cdot h + 2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

Mantelfläche

$$A_M = \pi \cdot d \cdot h$$

1.2 Formeln

Formelzeichen, mathematische Zeichen 13
 Formeln, Gleichungen, Diagramme 14
 Umstellen von Formeln 15
 Größen und Einheiten 16
 Rechnen mit Größen 17
 Prozent- und Zinsrechnung 17

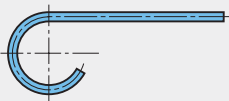
Sinus = $\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$

Kosinus = $\frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$

Tangens = $\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$

1.3 Winkel und Dreiecke

Winkelarten, Satz des Pythagoras 18
 Strahlensatz 18
 Funktionen im Dreieck 19
 Funktionen im rechtwinkligen Dreieck 19
 Funktionen im schiefwinkligen Dreieck 19



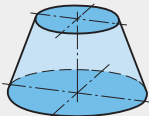
1.4 Längen

Teilung von Längen 20
 Bogenlänge 20
 Gestreckte Längen 21
 Federdrahtlänge 21
 Rohlänge 21



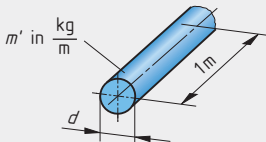
1.5 Flächen

Eckige Flächen 22
 Dreieck, Vielecke, Kreis 23
 Kreisausschnitt, Kreisabschnitt, Kreisring 24
 Ellipse 24



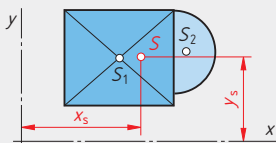
1.6 Volumen und Oberfläche

Würfel, Zylinder, Pyramide 25
 Kegel, Kegelstumpf, Kugel 26
 Zusammengesetzte Körper 27



1.7 Masse

Allgemeine Berechnung 27
 Längenbezogene Masse 27
 Flächenbezogene Masse 27



1.8 Schwerpunkte

Linienschwerpunkte 28
 Flächenschwerpunkte 28

Einheiten im Messwesen

SI¹⁾-Basisgrößen und Basiseinheiten

vgl. DIN 1301-1 (2010-10), -2 (1978-02), -3 (1979-10)

Basisgröße	Länge	Masse	Zeit	Elektrische Stromstärke	Thermodynamische Temperatur	Stoffmenge	Lichtstärke
Basis-einheit	Meter	Kilogramm	Sekunde	Ampere	Kelvin	Mol	Candela
Einheitenzeichen	m	kg	s	A	K	mol	cd

¹⁾ Die Einheiten im Messwesen sind im Internationalen Einheitensystem (SI = Systèmes International d'Unités) festgelegt. Es baut auf den sieben Basiseinheiten (SI-Einheiten) auf, von denen weitere Einheiten abgeleitet sind.

Basigrößen, abgeleitete Größen und ihre Einheiten

Größe	Formelzeichen	Einheit Name	Zeichen	Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
Länge, Fläche, Volumen, Winkel					
Länge	l	Meter	m	1 m = 10 dm = 100 cm = 1000 mm 1 mm = 1000 μ m 1 km = 1000 m	1 inch = 1 Zoll = 25,4 mm In der Luft- und Seefahrt gilt: 1 internationale Seemeile = 1852 m
Fläche	A, S	Quadratmeter Ar Hektar	m ² a ha	1 m ² = 10 000 cm ² = 1 000 000 mm ² 1 a = 100 m ² 1 ha = 100 a = 10 000 m ² 100 ha = 1 km ²	Zeichen S nur für Querschnittsflächen Ar und Hektar nur für Flächen von Grundstücken
Volumen	V	Kubikmeter Liter	m ³ l, L	1 m ³ = 1000 dm ³ = 1 000 000 cm ³ 1 l = 1 L = 1 dm ³ = 10 dl = 0,001 m ³ 1 ml = 1 cm ³	Meist für Flüssigkeiten und Gase
ebener Winkel (Winkel)	$\alpha, \beta, \gamma \dots$	Radian Grad Minute Sekunde	rad ° ' "	1 rad = 1 m/m = 57,2957...° = 180°/ π 1° = $\frac{\pi}{180}$ rad = 60' 1' = 1°/60 = 60" 1" = 1°/60 = 1°/3600	1 rad ist der Winkel, der aus einem um den Scheitelpunkt geschlagenen Kreis mit 1 m Radius einen Bogen von 1 m Länge schneidet. Bei technischen Berechnungen statt $\alpha = 33^\circ 17' 27,6''$ besser $\alpha = 33,291^\circ$ verwenden.
Raumwinkel	Ω	Steradian	sr	1 sr = 1 m ² /m ²	Ein Objekt, dessen Ausdehnung in einer Richtung 1 rad misst und senkrecht dazu ebenfalls 1 rad, bedeckt einen Raumwinkel von 1 sr.
Mechanik					
Masse	m	Kilogramm Gramm Megagramm Tonne	kg g Mg t	1 kg = 1000 g 1 g = 1000 mg 1 t = 1000 kg = 1 Mg 0,2 g = 1 Kt	Gewicht im Sinne eines Wäageergebnisses oder eines Wägestückes ist eine Größe von der Art der Masse (Einheit kg). Masse für Edelsteine in Karat (Kt).
längenbezogene Masse	m'	Kilogramm pro Meter	kg/m	1 kg/m = 1 g/mm	Zur Berechnung der Masse von Stäben, Profilen, Rohren.
flächenbezogene Masse	m''	Kilogramm pro Meter hoch zwei	kg/m ²	1 kg/m ² = 0,1 g/cm ²	Zur Berechnung der Masse von Blechen.
Dichte	ρ	Kilogramm pro Meter hoch drei	kg/m ³	1000 kg/m ³ = 1 t/m ³ = 1 kg/dm ³ = 1 g/cm ³ = 1 g/ml = 1 mg/mm ³	Die Dichte ist eine vom Ort unabhängige Größe.

Einheiten im Messwesen

Größen und Einheiten (Fortsetzung)

Größe	Formelzeichen	Einheit Name	Zeichen	Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
Mechanik					
Trägheitsmoment, Massenmoment 2. Grades	J	Kilogramm mal Meter hoch zwei	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	Für homogene Körper gilt: $J = \rho \cdot r^2 \cdot V$	Das (Massen-)Trägheitsmoment hängt neben der Gesamtmasse des Körpers auch von dessen Form und der Lage der Drehachse ab.
Kraft Gewichtskraft	F F_G, G	Newton	N	$1 \text{ N} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = 1 \frac{\text{J}}{\text{m}}$ $1 \text{ MN} = 10^3 \text{ kN} = 1\,000\,000 \text{ N}$	Die Kraft 1 N bewirkt bei der Masse 1 kg in 1 s eine Geschwindigkeitsänderung von 1 m/s.
Drehmoment Biegemoment Torsionsmoment	M M_b, T	Newton mal Meter	$\text{N} \cdot \text{m}$	$1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$	$1 \text{ N} \cdot \text{m}$ ist das Moment, das eine Kraft von 1 N bei einem Hebelarm von 1 m bewirkt.
Impuls	p	Kilogramm mal Meter pro Sekunde	$\text{kg} \cdot \text{m/s}$	$1 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = 1 \text{ N} \cdot \text{s}$	Der Impuls ist das Produkt aus Masse mal Geschwindigkeit. Er hat die Richtung der Geschwindigkeit.
Druck mechanische Spannung	p σ, τ	Pascal Newton pro Millimeter hoch zwei	Pa N/mm^2	$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2 = 0,01 \text{ mbar}$ $1 \text{ bar} = 100\,000 \text{ N/m}^2 = 10 \text{ N/cm}^2 = 10^5 \text{ Pa}$ $1 \text{ mbar} = 1 \text{ hPa}$ $1 \text{ N/mm}^2 = 10 \text{ bar} = 1 \text{ MN/m}^2 = 1 \text{ MPa}$ $1 \text{ daN/cm}^2 = 0,1 \text{ N/mm}^2$	Unter Druck versteht man die Kraft je Flächeneinheit. Für Überdruck wird das Formelzeichen p_a verwendet (DIN 1314). $1 \text{ bar} = 14,5 \text{ psi}$ (pounds per square inch = Pfund pro Quadratinch)
Flächenmoment 2. Grades	I	Meter hoch vier Zentimeter hoch vier	m^4 cm^4	$1 \text{ m}^4 = 100\,000\,000 \text{ cm}^4$	früher: Flächenträgheitsmoment
Energie, Arbeit, Wärmemenge	E, W	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$	Joule für jede Energieart, $\text{kW} \cdot \text{h}$ bevorzugt für elektrische Energie.
Leistung, Wärmestrom	P Φ	Watt	W	$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m/s} = 1 \text{ V} \cdot \text{A} = 1 \text{ m}^2 \cdot \text{kg/s}^3$	Leistung beschreibt die Arbeit, die in einer bestimmten Zeit verrichtet wurde.
Zeit					
Zeit, Zeitspanne, Dauer	t	Sekunde Minute Stunde Tag Jahr	s min h d a	$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$ $1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3600 \text{ s}$ $1 \text{ d} = 24 \text{ h} = 86\,400 \text{ s}$	3 h bedeutet eine Zeitspanne (3 Std.), 3^h bedeutet einen Zeitpunkt (3 Uhr). Werden Zeitpunkte in gemischter Form, z.B. $3^h24^m10^s$ geschrieben, so kann das Zeichen min auf m verkürzt werden.
Frequenz	f, ν	Hertz	Hz	$1 \text{ Hz} = 1/\text{s}$	$1 \text{ Hz} \approx 1$ Schwingung in 1 Sekunde.
Drehzahl, Umdrehungsfrequenz	n	1 pro Sekunde 1 pro Minute	1/s 1/min	$1/\text{s} = 60/\text{min} = 60 \text{ min}^{-1}$ $1/\text{min} = 1 \text{ min}^{-1} = \frac{1}{60 \text{ s}}$	Die Anzahl der Umdrehungen pro Zeiteinheit ergibt die Drehzahl, auch Drehfrequenz genannt.
Geschwindigkeit	v	Meter pro Sekunde Meter pro Minute Kilometer pro Stunde	m/s m/min km/h	$1 \text{ m/s} = 60 \text{ m/min} = 3,6 \text{ km/h}$ $1 \text{ m/min} = \frac{1 \text{ m}}{60 \text{ s}}$ $1 \text{ km/h} = \frac{1 \text{ m}}{3,6 \text{ s}}$	Geschwindigkeit bei der Seefahrt in Knoten (kn): $1 \text{ kn} = 1,852 \text{ km/h}$ mile per hour = 1 mile/h = 1 mph $1 \text{ mph} = 1,60934 \text{ km/h}$
Winkelgeschwindigkeit	ω	1 pro Sekunde Radiant pro Sekunde	1/s rad/s	$\omega = 2 \pi \cdot n$	Bei einer Drehzahl von $n = 2/\text{s}$ beträgt die Winkelgeschwindigkeit $\omega = 4 \pi/\text{s}$.
Beschleunigung	a, g	Meter pro Sekunde hoch zwei	m/s^2	$1 \text{ m/s}^2 = \frac{1 \text{ m/s}}{1 \text{ s}}$	Formelzeichen g nur für Fallbeschleunigung. $g = 9,81 \text{ m/s}^2 \approx 10 \text{ m/s}^2$

Einheiten im Messwesen

Größen und Einheiten (Fortsetzung)

Größe	Formelzeichen	Einheit Name	Zeichen	Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
Elektrizität und Magnetismus					
Elektrische Stromstärke	I	Ampere	A		Die Bewegung elektrischer Ladung nennt man Strom. Die Spannung ist gleich der Potentialdifferenz zweier Punkte im elektrischen Feld. Den Kehrwert des elektrischen Widerstands nennt man elektrischen Leitwert.
Elektr. Spannung	U	Volt	V	$1 \text{ V} = 1 \text{ W}/1 \text{ A} = 1 \text{ J}/\text{C}$	
Elektr. Widerstand	R	Ohm	Ω	$1 \Omega = 1 \text{ V}/1 \text{ A}$	
Elektr. Leitwert	G	Siemens	S	$1 \text{ S} = 1 \text{ A}/1 \text{ V} = 1/\Omega$	
Spezifischer Widerstand	ρ	Ohm mal Meter	$\Omega \cdot \text{m}$	$10^{-6} \Omega \cdot \text{m} = 1 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$	
Leitfähigkeit	γ, κ	Siemens pro Meter	S/m		$\rho = \frac{1}{\kappa} \text{ in } \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$ $\kappa = \frac{1}{\rho} \text{ in } \frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$
Frequenz	f	Hertz	Hz	$1 \text{ Hz} = 1/\text{s}$ $1000 \text{ Hz} = 1 \text{ kHz}$	Frequenz öffentlicher Stromnetze: EU 50 Hz, USA 60 Hz
Elektr. Arbeit	W	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$ $1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ MJ}$ $1 \text{ W} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ kJ}$	In der Atom- und Kernphysik wird die Einheit eV (Elektronenvolt) verwendet.
Phasenverschiebungswinkel	φ	-	-	für Wechselstrom gilt: $\cos \varphi = \frac{P}{U \cdot I}$	Winkel zwischen Strom und Spannung bei induktiver oder kapazitiver Belastung.
Elektr. Feldstärke	E	Volt pro Meter	V/m		$E = \frac{F}{Q}, C = \frac{Q}{U}, Q = I \cdot t$
Elektr. Ladung	Q	Coulomb	C	$1 \text{ C} = 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ s}; 1 \text{ A} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ kC}$	
Elektr. Kapazität	C	Farad	F	$1 \text{ F} = 1 \text{ C}/\text{V}$	
Induktivität	L	Henry	H	$1 \text{ H} = 1 \text{ V} \cdot \text{s}/\text{A}$	
Leistung Wirkleistung	P	Watt	W	$1 \text{ W} = 1 \text{ J}/\text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{s} = 1 \text{ V} \cdot \text{A}$	In der elektrischen Energietechnik: Scheinleistung S in $\text{V} \cdot \text{A}$

Thermodynamik und Wärmeübertragung

Größe	Formelzeichen	Einheit Name	Zeichen	Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
Thermodynamische Temperatur Celsius-Temperatur	T, θ	Kelvin	K	$0 \text{ K} = -273,15 \text{ }^\circ\text{C}$	Kelvin (K) und Grad Celsius ($^\circ\text{C}$) werden für Temperaturen und Temperaturdifferenzen verwendet. $t = T - T_0; T_0 = 273,15 \text{ K}$ Umrechnung in $^\circ\text{F}$: Seite 49
	t, ϑ	Grad Celsius	$^\circ\text{C}$	$0 \text{ }^\circ\text{C} = 273,15 \text{ K}$ $0 \text{ }^\circ\text{C} = 32 \text{ }^\circ\text{F}$ $0 \text{ }^\circ\text{F} = -17,77 \text{ }^\circ\text{C}$	
Wärmemenge	Q	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$ $1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 3600000 \text{ J} = 3,6 \text{ MJ}$	$1 \text{ kcal} = 4,1868 \text{ kJ}$
Spezifischer Heizwert	H_u	Joule pro Kilogramm Joule pro Meter hoch drei	J/kg J/m ³	$1 \text{ MJ}/\text{kg} = 1000000 \text{ J}/\text{kg}$ $1 \text{ MJ}/\text{m}^3 = 1000000 \text{ J}/\text{m}^3$	Freiwerdende Wärmeenergie je kg (bzw. je m ³) Brennstoff abzüglich der Verdampfungswärme des in den Abgasen enthaltenen Wasserdampfes.

Einheiten außerhalb des Internationalen Einheitensystems SI

Länge	Fläche	Volumen	Masse	Energie, Leistung
1 inch (in) = 25,4 mm	1 sq.in = 6,452 cm ²	1 cu.in = 16,39 cm ³	1 oz = 28,35 g	1 PSh = 0,735 kWh
1 foot (ft) = 0,3048 m	1 sq.ft = 9,29 dm ²	1 cu.ft = 28,32 dm ³	1 lb = 453,6 g	1 PS = 0,7355 kW
1 yard (yd) = 0,9144 m	1 sq.yd = 0,8361 m ²	1 cu.yd = 764,6 dm ³	1 t = 1000 kg	1 kcal = 4186,8 Ws
1 See-meile = 1,852 km	1 acre = 4046,856 m ²	1 gallon (US) = 3,785 l	1 short ton = 907,2 kg	1 kcal = 1,166 Wh
1 US-Land-meile = 1,6093 km	Druck, Spannung		1 Karat = 0,2 g	1 kpm/s = 9,807 W
	1 bar = 14,5 pound/in ²	1 gallon (UK) = 4,546 l	1 Karat = 0,2 g	1 Btu = 1055 Ws
	1 N/mm ² = 145,038 pound/in ²	1 barrel = 158,8 l	1 pound/in ³ = 27,68 g/cm ³	1 hp = 745,7 W

Formelzeichen, mathematische Zeichen

Formelzeichen						vgl. DIN 1304-1 (1994-03)
Formelzeichen	Bedeutung	Formelzeichen	Bedeutung	Formelzeichen	Bedeutung	
Länge, Fläche, Volumen, Winkel						
l	Länge	r, R	Radius	α, β, γ	ebener Winkel	
b	Breite	d, D	Durchmesser	Ω	Raumwinkel	
h	Höhe	A, S	Fläche, Querschnittsfläche	λ	Wellenlänge	
s	Weglänge	V	Volumen			
Mechanik						
m	Masse	F	Kraft	G	Schubmodul	
m'	längenbezogene Masse	F_G, G	Gewichtskraft	μ, f	Reibungszahl	
m''	flächenbezogene Masse	M	Drehmoment	W	Widerstandsmoment	
ρ	Dichte	M_T, T	Torsionsmoment	I	Flächenmoment 2. Grades	
J	Trägheitsmoment	M_b	Biegemoment	W, E	Arbeit, Energie	
p	Druck	σ	Normalspannung	W_p, E_p	potenzielle Energie	
p_{abs}	absoluter Druck	τ	Schubspannung	W_k, E_k	kinetische Energie	
p_{amb}	Atmosphärendruck	ε	Dehnung	P	Leistung	
p_e	Überdruck	E	Elastizitätsmodul	η	Wirkungsgrad	
Zeit						
t	Zeit, Dauer	f, ν	Frequenz	a	Beschleunigung	
T	Periodendauer	v, u	Geschwindigkeit	g	örtliche Fallbeschleunigung	
n	Umdrehungsfrequenz, Drehzahl	ω	Winkelgeschwindigkeit	α	Winkelbeschleunigung	
				Q, \dot{V}, q_v	Volumenstrom	
Elektrizität						
Q	Ladung, Elektrizitätsmenge	L	Induktivität	X	Blindwiderstand	
U	Spannung	R	Widerstand	Z	Scheinwiderstand	
C	Kapazität	ρ	spezifischer Widerstand	φ	Phasenverschiebungswinkel	
I	Stromstärke	γ, κ	elektrische Leitfähigkeit	N	Windungszahl	
Wärme						
T, Θ	thermodynamische Temperatur	Q	Wärme, Wärmemenge	Φ, \dot{Q}	Wärmestrom	
$\Delta T, \Delta t, \Delta \vartheta$	Temperaturdifferenz	λ	Wärmeleitfähigkeit	a	Temperaturleitfähigkeit	
t, ϑ	Celsius-Temperatur	α	Wärmeübergangskoeffizient	c	spezifische Wärmekapazität	
α_l, α	Längenausdehnungskoeffizient	k	Wärmedurchgangskoeffizient	H_u	spezifischer Heizwert	
Licht, elektromagnetische Strahlung						
E_v	Beleuchtungsstärke	f	Brennweite	I_e, \dot{Q}_e, W	Strahlstärke Strahlungsenergie	
n	Brechzahl					
Akustik						
p	Schalldruck	L_p	Schalldruckpegel	N	Lautheit	
c	Schallgeschwindigkeit	I	Schallintensität	L_N	Lautstärkepegel	
Mathematische Zeichen						
vgl. DIN 1302 (1999-12)						
Math. Zeichen	Sprechweise	Math. Zeichen	Sprechweise	Math. Zeichen	Sprechweise	
\approx	ungefähr gleich, rund, etwa	\sim	proportional	\log	Logarithmus (allgemein)	
$\hat{=}$	entspricht	a^x	a hoch x, x-te Potenz von a	\lg	dekadischer Logarithmus	
\dots	und so weiter	$\sqrt{\quad}$	Quadratwurzel aus	\ln	natürlicher Logarithmus	
∞	unendlich	$\sqrt[n]{\quad}$	n-te Wurzel aus	e	Eulersche Zahl (e = 2,718281...)	
$=$	gleich	$ x $	Betrag von x	\sin	Sinus	
\neq	ungleich	\perp	senkrecht zu	\cos	Kosinus	
$\stackrel{\text{def}}{=}$	ist definitionsgemäß gleich	\parallel	ist parallel zu	\tan	Tangens	
$<$	kleiner als	$\uparrow\uparrow$	gleichsinnig parallel	\cot	Kotangens	
\leq	kleiner oder gleich	$\uparrow\downarrow$	gegensinnig parallel	$(), \{], \{ }$	runde, eckige, geschweifte Klammer auf und zu	
$>$	größer als	\sphericalangle	Winkel	π	pi (Kreiszahl = 3,14159 ...)	
\geq	größer oder gleich	\triangle	Dreieck			
$+$	plus	\equiv	kongruent zu			
$-$	minus	Δx	Delta x (Differenz zweier Werte)	\overline{AB}	Strecke AB	
\cdot	mal, multipliziert mit	$\%$	Prozent, vom Hundert	\widehat{AB}	Bogen AB	
$-, /, :$	durch, geteilt durch, zu, pro	$\%$	Promille, vom Tausend	a', a''	a Strich, a zwei Strich	
Σ	Summe	‰		a_1, a_2	a eins, a zwei	

Formeln, Gleichungen, Diagramme

Formeln

Die Berechnung physikalischer Größen erfolgt meist über Formeln. Sie bestehen aus:

- Formelzeichen, z. B. v_c für die Schnittgeschwindigkeit, d für den Durchmesser, n für die Drehzahl
- Operatoren (Rechenvorschriften), z. B. \cdot für Multiplikation, $+$ für Addition, $-$ für Subtraktion, $-$ (Bruchstrich) für Division
- Konstanten, z. B. π (pi) = 3,14159 ...
- Zahlen, z. B. 10, 15 ...

Formel für die Schnittgeschwindigkeit

$$v_c = \pi \cdot d \cdot n$$

Die Formelzeichen (Seite 13) sind Platzhalter für Größen. Bei der Lösung von Aufgaben werden die bekannten Größen mit ihren Einheiten in die Formel eingesetzt. Vor oder während der Berechnung werden die Einheiten so umgeformt, dass

- der Rechengang möglich wird oder
- das Ergebnis die geforderte Einheit erhält.

Die meisten Größen und ihre Einheiten sind genormt (Seite 10).

Das **Ergebnis** ist immer ein **Zahlenwert** mit einer **Einheit**, z. B. 4,5 m, 15 s

Beispiel:

Wie groß ist die Schnittgeschwindigkeit v_c in m/min für $d = 200$ mm und $n = 630$ /min?

$$v_c = \pi \cdot d \cdot n = \pi \cdot 200 \text{ mm} \cdot 630 \frac{1}{\text{min}} = \pi \cdot 200 \text{ mm} \cdot \frac{1 \text{ m}}{1000 \text{ mm}} \cdot 630 \frac{1}{\text{min}} = 395,84 \frac{\text{m}}{\text{min}}$$

Zahlenwertgleichungen

Zahlenwertgleichungen sind Formeln, in welche die üblichen Umrechnungen von Einheiten bereits eingearbeitet sind. Bei ihrer Anwendung ist zu beachten:

Die Zahlenwerte der einzelnen Größen dürfen nur in der vorgeschriebenen Einheit verwendet werden.

- Die Einheiten werden bei der Berechnung nicht mitgeführt.
- Die Einheit der gesuchten Größe ist vorgegeben.

Zahlenwertgleichung für das Drehmoment

$$M = \frac{9550 \cdot P}{n}$$

Beispiel:

Wie groß ist das Drehmoment M eines Elektromotors mit der Antriebsleistung $P = 15$ kW und der Drehzahl $n = 750$ /min?

$$M = \frac{9550 \cdot P}{n} = \frac{9550 \cdot 15}{750} \text{ N} \cdot \text{m} = 191 \text{ N} \cdot \text{m}$$

vorgeschriebene Einheiten

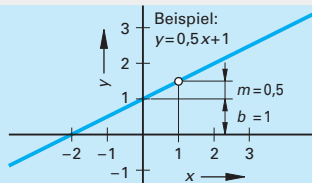
Bezeichnung	Einheit
M Drehmoment	$\text{N} \cdot \text{m}$
P Leistung	kW
n Drehzahl	1/min

Gleichungen und Diagramme

Bei Funktionsgleichungen ist y die Funktion von x , mit x als unabhängige und y als abhängige Variable. Die Zahlenpaare (x, y) einer Wertetabelle bilden ein Diagramm im x - y -Koordinatensystem.

Zuordnungsfunktion

$$y = f(x)$$



1. Beispiel:

$$y = 0,5x + 1$$

x	-2	0	2	3
y	0	1	2	2,5

Lineare Funktion

$$y = m \cdot x + b$$

2. Beispiel:

Kostenfunktion und Erlösfunktion

$$K_G = 60 \text{ €/Stck} \cdot M + 200000 \text{ €}$$

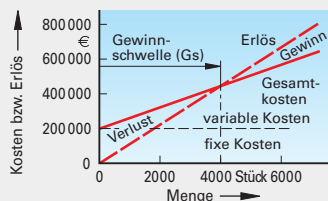
$$E = 110 \text{ €/Stck} \cdot M$$

M	0	4000	6000
K_G	200000	440000	560000
E	0	440000	660000

Beispiele:

Kostenfunktion

$$K_G = K_V \cdot M + K_f$$



- K_G Gesamtkosten \rightarrow abhängige Variable
- M Menge \rightarrow unabhängige Variable
- K_f Fixe Kosten \rightarrow y -Koordinatenabschnitt
- K_V Variable Kosten \rightarrow Steigung der Funktion
- E Erlös \rightarrow abhängige Variable

Erlösfunktion

$$E = E/\text{Stück} \cdot M$$

Umstellen von Formeln

Umstellen von Formeln

Formeln und Zahlenwertgleichungen werden umgestellt, damit die gesuchte Größe allein auf der linken Seite der Gleichung steht. Dabei darf sich der Wert der linken und der rechten Formelseite nicht ändern. Für alle Schritte einer Formelumstellung gilt:

Veränderungen auf der linken Formelseite	=	Veränderungen auf der rechten Formelseite
--	---	---

Formel	
$P = \frac{F \cdot s}{t}$	
linke Formelseite	= rechte Formelseite

Zur Rekonstruktion der einzelnen Schritte ist es sinnvoll, jeden Schritt rechts neben der Formel zu kennzeichnen:

$\cdot t$ → beide Formelseiten werden mit t multipliziert.

$: F$ → beide Formelseiten werden durch F dividiert.

Umstellung von Summen

Beispiel: Formel $L = l_1 + l_2$, Umstellung nach l_2

$\textcircled{1} L = l_1 + l_2 \quad -l_1 \quad l_1 \text{ subtrahieren}$	$\textcircled{3} L - l_1 = l_2 \quad \text{Seiten vertauschen}$
$\textcircled{2} L - l_1 = l_1 + l_2 - l_1 \quad \text{subtrahieren durchführen}$	$\textcircled{4} l_2 = L - l_1 \quad \text{umgestellte Formel}$

Umstellung von Produkten

Beispiel: Formel $A = l \cdot b$, Umstellung nach l

$\textcircled{1} A = l \cdot b \quad : b \quad \text{dividieren durch } b$	$\textcircled{3} \frac{A}{b} = l \quad \text{Seiten vertauschen}$
$\textcircled{2} \frac{A}{b} = \frac{l \cdot b}{b} \quad \text{kürzen mit } b$	$\textcircled{4} l = \frac{A}{b} \quad \text{umgestellte Formel}$

Umstellung von Brüchen

Beispiel: Formel $n = \frac{l}{l_1 + s}$, Umstellung nach s

$\textcircled{1} n = \frac{l}{l_1 + s} \quad \cdot (l_1 + s) \quad \text{mit } (l_1 + s) \text{ multiplizieren}$	$\textcircled{4} n \cdot l_1 - n \cdot l_1 + n \cdot s = l - n \cdot l_1 \quad : n \quad \text{subtrahieren dividieren durch } n$
$\textcircled{2} n \cdot (l_1 + s) = \frac{l \cdot (l_1 + s)}{(l_1 + s)} \quad \text{rechte Formelseite kürzen Klammer auflösen}$	$\textcircled{5} \frac{s \cdot n}{n} = \frac{l - n \cdot l_1}{n} \quad \text{kürzen mit } n$
$\textcircled{3} n \cdot l_1 + n \cdot s = l \quad - n \cdot l_1 \quad - n \cdot l_1 \text{ subtrahieren}$	$\textcircled{6} s = \frac{l - n \cdot l_1}{n} \quad \text{umgestellte Formel}$

Umstellung von Wurzeln

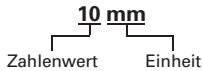
Beispiel: Formel $c = \sqrt{a^2 + b^2}$, Umstellung nach a

$\textcircled{1} c = \sqrt{a^2 + b^2} \quad ()^2 \quad \text{Formel quadrieren}$	$\textcircled{4} a^2 = c^2 - b^2 \quad \sqrt{\quad} \quad \text{radizieren}$
$\textcircled{2} c^2 = a^2 + b^2 \quad - b^2 \quad b^2 \text{ subtrahieren}$	$\textcircled{5} \sqrt{a^2} = \sqrt{c^2 - b^2} \quad \text{Ausdruck vereinfachen}$
$\textcircled{3} c^2 - b^2 = a^2 + b^2 - b^2 \quad \text{subtrahieren, Seite tauschen}$	$\textcircled{6} a = \sqrt{c^2 - b^2} \quad \text{umgestellte Formel}$

Größen und Einheiten

Zahlenwerte und Einheiten

Physikalische Größe



Physikalische Größen, z. B. 125 mm, bestehen aus einem

- **Zahlenwert**, der durch Messung oder Berechnung ermittelt wird, und aus einer
- **Einheit**, z. B. m, kg

Die Einheiten sind nach DIN 1301-1 genormt (Seite 10).

Sehr große oder sehr kleine Zahlenwerte lassen sich über Vorsatzzeichen als dezimale Vielfache oder Teile vereinfacht darstellen, z. B. 0,004 mm = 4 µm.

Dezimale Vielfache oder Teile von Einheiten

vgl. DIN 1301-2 (1978-02)

Zeichen	Vorsatz-Name	Zehnerpotenz	Mathematische Bezeichnung	Beispiele
T	Tera	10 ¹²	Billion	12000000000000 N = 12 · 10 ¹² N = 12 TN (Tera-Newton)
G	Giga	10 ⁹	Milliarde	45000000000 W = 45 · 10 ⁹ W = 45 GW (Giga-Watt)
M	Mega	10 ⁶	Million	8500000 V = 8,5 · 10 ⁶ V = 8,5 MV (Mega-Volt)
k	Kilo	10 ³	Tausend	12600 W = 12,6 · 10 ³ W = 12,6 kW (Kilo-Watt)
h	Hekto	10 ²	Hundert	500 l = 5 · 10 ² l = 5 hl (Hekto-Liter)
da	Deka	10 ¹	Zehn	32 m = 3,2 · 10 ¹ m = 3,2 dam (Deka-Meter)
-	-	10 ⁰	Eins	1,5 m = 1,5 · 10 ⁰ m
d	Dezi	10 ⁻¹	Zehntel	0,5 l = 5 · 10 ⁻¹ l = 5 dl (Dezi-Liter)
c	Zenti	10 ⁻²	Hundertstel	0,25 m = 25 · 10 ⁻² m = 25 cm (Zenti-Meter)
m	Milli	10 ⁻³	Tausendstel	0,375 A = 375 · 10 ⁻³ A = 375 mA (Milli-Ampere)
µ	Mikro	10 ⁻⁶	Millionstel	0,000052 m = 52 · 10 ⁻⁶ m = 52 µm (Mikro-Meter)
n	Nano	10 ⁻⁹	Milliardstel	0,000000075 m = 75 · 10 ⁻⁹ m = 75 nm (Nano-Meter)
p	Piko	10 ⁻¹²	Billionstel	0,000000000006 F = 6 · 10 ⁻¹² F = 6 pF (Pico-Farad)

Umrechnung von Einheiten

Berechnungen mit physikalischen Größen sind nur dann möglich, wenn sich ihre Einheiten jeweils auf eine Basis beziehen. Bei der Lösung von Aufgaben müssen Einheiten häufig auf Basiseinheiten umgerechnet werden, z. B. mm in m, h in s, mm² in m². Dies geschieht durch Umrechnungsfaktoren, die den Wert 1 (kohärente Einheiten) darstellen.

Umrechnungsfaktoren für Einheiten (Auszug)

Größe	Umrechnungsfaktoren, z. B.	Größe	Umrechnungsfaktoren, z. B.
Längen	$1 = \frac{10 \text{ mm}}{1 \text{ cm}} = \frac{1000 \text{ mm}}{1 \text{ m}} = \frac{1 \text{ m}}{1000 \text{ mm}} = \frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}}$	Zeit	$1 = \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} = \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}$
Flächen	$1 = \frac{100 \text{ mm}^2}{1 \text{ cm}^2} = \frac{100 \text{ cm}^2}{1 \text{ dm}^2} = \frac{1 \text{ cm}^2}{100 \text{ mm}^2} = \frac{1 \text{ dm}^2}{100 \text{ cm}^2}$	Winkel	$1 = \frac{60'}{1^\circ} = \frac{60''}{1'} = \frac{3600''}{1^\circ} = \frac{1^\circ}{60 \text{ s}}$
Volumen	$1 = \frac{1000 \text{ mm}^3}{1 \text{ cm}^3} = \frac{1000 \text{ cm}^3}{1 \text{ dm}^3} = \frac{1 \text{ cm}^3}{1000 \text{ mm}^3} = \frac{1 \text{ dm}^3}{1000 \text{ cm}^3}$	Zoll	1 inch = 25,4 mm; 1 mm = $\frac{1}{25,4}$ inch

1. Beispiel:

Das Volumen $V = 3416 \text{ mm}^3$ ist in cm^3 umzurechnen.

Das Volumen V wird mit dem Umrechnungsfaktor multipliziert, der im Zähler die Einheit cm^3 und im Nenner die Einheit mm^3 aufweist.

$$V = 3416 \text{ mm}^3 = \frac{1 \text{ cm}^3 \cdot 3416 \text{ mm}^3}{1000 \text{ mm}^3} = \frac{3416 \text{ cm}^3}{1000} = 3,416 \text{ cm}^3$$

2. Beispiel:

Die Winkelangabe $\alpha = 42^\circ 16'$ ist in Grad (°) auszudrücken.

Der Teilwinkel $16'$ muss in Grad (°) umgewandelt werden. Er wird mit dem Umrechnungsfaktor multipliziert, der im Zähler die Einheit Grad (°) und im Nenner die Einheit Minute (') hat.

$$\alpha = 42^\circ + 16' \cdot \frac{1^\circ}{60} = 42^\circ + \frac{16 \cdot 1^\circ}{60} = 42^\circ + 0,267^\circ = 42,267^\circ$$

Rechnen mit Größen, Prozentrechnung, Zinsrechnung

Rechnen mit Größen

Physikalische Größen werden mathematisch behandelt wie Produkte.

• Addition und Subtraktion

Bei gleichen Einheiten werden die Zahlenwerte addiert und die Einheit im Ergebnis übernommen.

Beispiel:

$$L = l_1 + l_2 - l_3 \text{ mit } l_1 = 124 \text{ mm}, l_2 = 18 \text{ mm}, l_3 = 44 \text{ mm}; L = ?$$

$$L = 124 \text{ mm} + 18 \text{ mm} - 44 \text{ mm} = (124 + 18 - 44) \text{ mm} = \mathbf{98 \text{ mm}}$$

• Multiplikation und Division

Die Zahlenwerte und die Einheiten entsprechen den Faktoren von Produkten.

Beispiel:

$$F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2 \text{ mit } F_1 = 180 \text{ N}, l_1 = 75 \text{ mm}, l_2 = 105 \text{ mm}; F_2 = ?$$

$$F_2 = \frac{F_1 \cdot l_1}{l_2} = \frac{180 \text{ N} \cdot 75 \text{ mm}}{105 \text{ mm}} = 128,57 \frac{\text{N} \cdot \text{mm}}{\text{mm}} = \mathbf{128,57 \text{ N}}$$

• Multiplizieren und Dividieren von Potenzen

Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert bzw. dividiert, indem die Exponenten addiert bzw. subtrahiert werden.

Beispiel:

$$W = \frac{A \cdot a^e}{e} \text{ mit } A = 15 \text{ cm}^2, a = 7,5 \text{ cm}, e = 2,4 \text{ cm}; W = ?$$

$$W = \frac{15 \text{ cm}^2 \cdot (7,5 \text{ cm})^2}{2,4 \text{ cm}} = \frac{15 \cdot 56,25 \text{ cm}^{2+2}}{2,4 \text{ cm}^1} = 351,56 \text{ cm}^{4-1} = \mathbf{351,56 \text{ cm}^3}$$

Regeln beim Potenzieren

a Basis
 $m, n \dots$ Exponenten

Multiplikation von Potenzen

$$a^2 \cdot a^3 = a^{2+3}$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Division von Potenzen

$$\frac{a^2}{a^3} = a^{2-3}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Sonderformen

$$a^{-2} = \frac{1}{a^2}$$

$$a^m = \frac{1}{a^{-m}}$$

$$a^1 = a$$

$$a^0 = 1$$

Prozentrechnung

Der **Prozentsatz** gibt den Teil des Grundwertes in Hundertstel an.

Der **Grundwert** ist der Wert, von dem die Prozente zu rechnen sind.

Der **Prozentwert** ist der Betrag, den die Prozente des Grundwertes ergeben.

P_s Prozentsatz, Prozent P_w Prozentwert G_w Grundwert

Beispiel:

Werkstückrohteilgewicht 250 kg (Grundwert); Abbrand 2% (Prozentsatz)
Abbrand in kg = ? (Prozentwert)

$$P_w = \frac{G_w \cdot P_s}{100\%} = \frac{250 \text{ kg} \cdot 2\%}{100\%} = \mathbf{5 \text{ kg}}$$

Prozentwert

$$P_w = \frac{G_w \cdot P_s}{100\%}$$

Zinsrechnung

K_0 Anfangskapital Z Zinsen t Laufzeit in Tagen,
 K_1 Endkapital p Zinssatz pro Jahr Verzinsungszeit

1. Beispiel:

$$K_0 = 2800,00 \text{ €}; p = 6 \frac{\%}{a}; t = \frac{1}{2} a; Z = ?$$

$$Z = \frac{2800,00 \text{ €} \cdot 6 \frac{\%}{a} \cdot 0,5 a}{100\%} = \mathbf{84,00 \text{ €}}$$

2. Beispiel:

$$K_0 = 4800,00 \text{ €}; p = 5,1 \frac{\%}{a}; t = 50 \text{ d}; Z = ?$$

$$Z = \frac{4800,00 \text{ €} \cdot 5,1 \frac{\%}{a} \cdot 50 \text{ d}}{100\% \cdot 360 \frac{\text{d}}{a}} = \mathbf{34,00 \text{ €}}$$

Zins

$$Z = \frac{K_0 \cdot p \cdot t}{100\% \cdot 360}$$

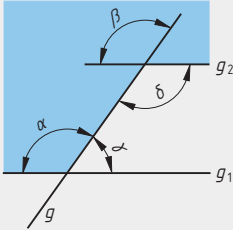
1 Zinsjahr (1 a) = 360 Tage (360 d)

360 d = 12 Monate

1 Zinsmonat = 30 Tage

Winkelarten, Strahlensatz, Winkel im Dreieck, Satz des Pythagoras

Winkelarten



- g* Gerade
- g*₁, *g*₂ parallele Geraden
- α*, *β* Stufenwinkel
- β*, *δ* Scheitelwinkel
- α*, *δ* Wechselwinkel
- α*, *γ* Nebenwinkel

Werden zwei Parallelen durch eine Gerade geschnitten, so bestehen unter den dabei gebildeten Winkeln geometrische Beziehungen.

Stufenwinkel

$$\alpha = \beta$$

Scheitelwinkel

$$\beta = \delta$$

Wechselwinkel

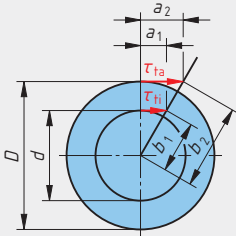
$$\alpha = \delta$$

Nebenwinkel

$$\alpha + \gamma = 180^\circ$$

Strahlensatz

- τ_{ta} Torsionsspannung außen
- τ_{ti} Torsionsspannung innen



Werden zwei Geraden durch zwei Parallelen geschnitten, so bilden die zugehörigen Strahlenabschnitte gleiche Verhältnisse.

Beispiel:

$D = 40 \text{ mm}$, $d = 30 \text{ mm}$,
 $\tau_{ta} = 135 \text{ N/mm}^2$; $\tau_{ti} = ?$

$$\frac{\tau_{ti}}{\tau_{ta}} = \frac{d}{D} \Rightarrow \tau_{ti} = \frac{\tau_{ta} \cdot d}{D}$$

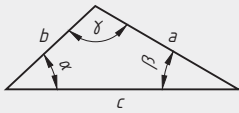
$$= \frac{135 \text{ N/mm}^2 \cdot 30 \text{ mm}}{40 \text{ mm}} = 101,25 \text{ N/mm}^2$$

Strahlensatz

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{d}{D}$$

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} \quad \frac{b_1}{d} = \frac{b_2}{D}$$

Winkelsumme im Dreieck



- a*, *b*, *c* Dreiecksseiten
- α*, *β*, *γ* Winkel im Dreieck

Beispiel:

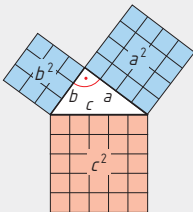
$\alpha = 21^\circ$, $\beta = 95^\circ$, $\gamma = ?$
 $\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta = 180^\circ - 21^\circ - 95^\circ = 64^\circ$

Winkelsumme im Dreieck

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

In jedem Dreieck ist die Winkelsumme 180° .

Lehrsatz des Pythagoras



Im **rechtwinkligen Dreieck** ist das Hypotenusenquadrat flächengleich der Summe der beiden Kathetenquadrate.

- a* Kathete
- b* Kathete
- c* Hypotenuse

1. Beispiel:

$c = 35 \text{ mm}$; $a = 21 \text{ mm}$; $b = ?$
 $b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{(35 \text{ mm})^2 - (21 \text{ mm})^2} = 28 \text{ mm}$

2. Beispiel:

CNC-Programm mit $R = 50 \text{ mm}$ und $I = 25 \text{ mm}$.
 $K = ?$
 $c^2 = a^2 + b^2$
 $R^2 = I^2 + K^2$
 $K = \sqrt{R^2 - I^2} = \sqrt{50^2 \text{ mm}^2 - 25^2 \text{ mm}^2}$
 $K = 43,3 \text{ mm}$

Quadrat über der Hypotenuse

$$c^2 = a^2 + b^2$$

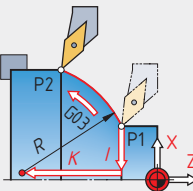
Länge der Hypotenuse

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Länge der Katheten

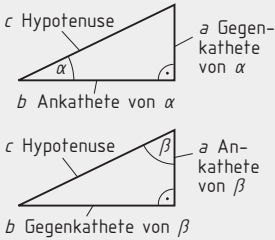
$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$



Funktionen im Dreieck

Funktionen im rechtwinkligen Dreieck (Winkelfunktionen)



c Hypotenuse (längste Seite)
 a, b Katheten
 Bezogen auf den Winkel α ist
 - b die Ankathete und
 - a die Gegenkathete
 α, β, γ Winkel im Dreieck, mit $\gamma = 90^\circ$
 \sin Schreibweise für Sinus
 \cos Schreibweise für Kosinus
 \tan Schreibweise für Tangens
 $\sin \alpha$ Sinus des Winkels α

Winkelfunktionen

Sinus	=	$\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$
Kosinus	=	$\frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$
Tangens	=	$\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$

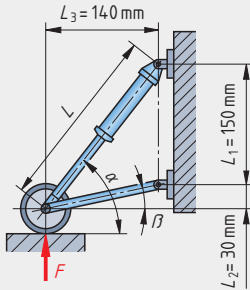
Bezogen auf den Winkel α ist:

$\sin \alpha = \frac{a}{c}$	$\cos \alpha = \frac{b}{c}$	$\tan \alpha = \frac{a}{b}$
-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------

Bezogen auf den Winkel β ist:

$\sin \beta = \frac{b}{c}$	$\cos \beta = \frac{a}{c}$	$\tan \beta = \frac{b}{a}$
----------------------------	----------------------------	----------------------------

Die Berechnung eines Winkels in Grad ($^\circ$) oder als Bogenmaß (rad) erfolgt mit der Arcus-Funktion, z. B. arcsin.



1. Beispiel

$L_1 = 150 \text{ mm}, L_2 = 30 \text{ mm}, L_3 = 140 \text{ mm};$
 Winkel $\alpha = ?$

$$\tan \alpha = \frac{L_1 \cdot L_2}{L_3} = \frac{180 \text{ mm}}{140 \text{ mm}} = 1,286$$

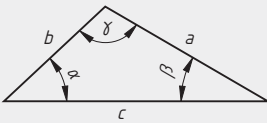
Winkel $\alpha = 52^\circ$

2. Beispiel

$L_1 = 150 \text{ mm}, L_2 = 30 \text{ mm}, \alpha = 52^\circ;$
 Länge des Stoßdämpfers $L = ?$

$$L = \frac{L_1 \cdot L_2}{\sin \alpha} = \frac{180 \text{ mm}}{\sin 52^\circ} = 228,42$$

Funktionen im schiefwinkligen Dreieck (Sinussatz, Kosinussatz)



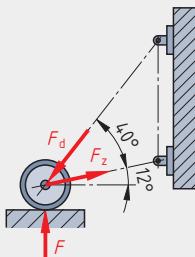
Im Sinussatz entsprechen die Seitenverhältnisse dem Sinus der entsprechenden Gegenwinkel im Dreieck. Aus einer Seite und zwei Winkeln lassen sich die anderen Werte berechnen.

Kathete $a \rightarrow$ Gegenwinkel $\sin \alpha$
 Kathete $b \rightarrow$ Gegenwinkel $\sin \beta$
 Hypotenuse $c \rightarrow$ Gegenwinkel $\sin \gamma$

Sinussatz

$$a : b : c = \sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$



Beispiel

$F = 800 \text{ N}, \alpha = 40^\circ, \beta = 38^\circ; F_z = ?, F_d = ?$

Die Berechnung erfolgt jeweils aus dem Kräfteplan.

$$\frac{F}{\sin \alpha} = \frac{F_z}{\sin \beta} \Rightarrow F_z = \frac{F \cdot \sin \beta}{\sin \alpha}$$

$$F_z = \frac{800 \text{ N} \cdot \sin 38^\circ}{\sin 40^\circ} = 766,24 \text{ N}$$

$$\frac{F}{\sin \alpha} = \frac{F_d}{\sin \varphi} \Rightarrow F_d = \frac{F \cdot \sin \varphi}{\sin \alpha}$$

$$F_d = \frac{800 \text{ N} \cdot \sin 102^\circ}{\sin 40^\circ} = 1217,38 \text{ N}$$

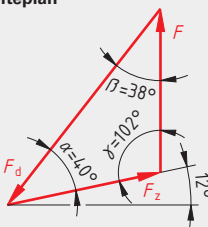
Vielfältige Umstellungen sind möglich:

$$a = \frac{b \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c \cdot \sin \alpha}{\sin \gamma}$$

$$b = \frac{a \cdot \sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{c \cdot \sin \beta}{\sin \gamma}$$

$$c = \frac{a \cdot \sin \gamma}{\sin \alpha} = \frac{b \cdot \sin \gamma}{\sin \beta}$$

Kräfteplan



Die Berechnung eines Winkels in Grad ($^\circ$) oder als Bogenmaß (rad) erfolgt mit der Arcus-Funktion, z. B. arcsin.

Kosinussatz

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$$

Umstellung, z. B.

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}$$