



Erste Hilfe



Auffinden einer Person

Grundsätze

- Ruhe bewahren
- Unfallstelle sichern
- Eigene Sicherheit beachten



Person ggf. aus dem Gefahrenbereich retten

Notruf 112

- Wo geschah es?
- Was geschah?
- Wie viele Verletzte?
- Welche Art von Verletzungen?
- Warten auf Rückfragen!



Bewusstsein prüfen
laut ansprechen,
anfassen, rütteln

nicht vorhanden
um Hilfe rufen



Atmung prüfen
Atemwege freimachen,
Kopf nackenwärts beugen,
Kinn anheben,
sehen/hören/fühlen

keine normale Atmung

Notruf

AED¹⁾ holen lassen



30 x Herzdruckmassage
Hände in Brustmitte
Drucktiefe 5–6 cm
Arbeitstempo 100–120/min

2 x Beatmung
im Wechsel
1 s lang Luft
in Mund oder
Nase einblasen

vorhanden

normale Atmung



Situationsgerecht helfen
z.B. Wunde versorgen



Stabile Seitenlage

Notruf

Bewusstsein und Atmung überwachen

Unfälle durch elektrischen Strom

- Auf Selbstschutz achten
- Strom sofort unterbrechen

Niederspannung: (bis 1000 Volt)

- Stecker ziehen, ausschalten
- Sicherung herausnehmen bzw. Sicherungsautomat betätigen

Hochspannung: (über 1000 Volt)

- Abstand halten
- Notruf „Elektronfall“
- Fachpersonal herbeirufen
- Rettung nur durch Fachpersonal!

Maßnahmen am Patienten:

- Ständige Kontrolle von Bewusstsein und Kreislauf (Atmung)
- Ärztliche Behandlung veranlassen

¹⁾ Sofern verfügbar, den Anweisungen des „Automatisierten Externen Defibrillators“ AED (Gerät zur Beseitigung von Herzmuskelstörungen) folgen.



EUROPA-FACHBUCHREIHE
für Metallberufe

Roland Gomeringer
Roland Kilgus
Volker Menges

Stefan Oesterle
Thomas Rapp
Claudius Scholer

Andreas Stenzel
Andreas Stephan
Falko Wieneke

Tabellenbuch Metall

48., neu bearbeitete und erweiterte Auflage

Europa-Nr.: 10609 mit Formelsammlung

Europa-Nr.: 1060X ohne Formelsammlung

Europa-Nr.: 10706 XXL, mit Formelsammlung und CD

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsseldorfer Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Autoren:

Roland Gomeringer	Meistetten
Roland Kilgus	Neckartenzlingen
Volker Menges	Lichtenstein
Stefan Oesterle	Amtzell
Thomas Rapp	Albstadt
Claudius Scholer	Metzingen
Andreas Stenzel	Balingen
Andreas Stephan	Marktoberdorf
Falko Wieneke	Essen

Lektorat:

Roland Gomeringer, Meistetten

Bildbearbeitung:

Zeichenbüro des Verlages Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Maßgebend für die Anwendung der Normen und der anderen Regelwerke sind deren neueste Ausgaben. Verbindlich für die Anwendung sind nur die Original-Normblätter. Sie können durch die Beuth Verlag GmbH, Burggrafenstr. 6, 10787 Berlin, bezogen werden.

Inhalte des Kapitels „Programmaufbau bei CNC-Maschinen nach PAL“ (Seiten 357 bis 376) richten sich nach Veröffentlichungen der PAL-Prüfungsaufgaben- und Lehrmittelentwicklungsstelle der IHK Region Stuttgart. Das vorliegende Tabellenbuch wurde mit aller gebotenen Sorgfalt erarbeitet. Dennoch übernehmen die Autoren und der Verlag für die Richtigkeit der Angaben sowie für eventuelle Satz- oder Druckfehler keine Haftung.

48. Auflage 2019, korrigierter Nachdruck 2020

Druck 6 5 4 (keine Änderung seit der 3. Druckquote)

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Korrektur von Druckfehlern identisch sind.

ISBN 978-3-8085-1728-4 mit Formelsammlung
ISBN 978-3-8085-1679-9 ohne Formelsammlung
ISBN 978-3-8085-1685-0 XXL, mit Formelsammlung und CD

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschtzt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Flle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

 2019 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
www.europa-lehrmittel.de

Satz: Satz+Layout Werkstatt Kluth GmbH, 50374 Erftstadt
Umschlag: Grafische Produktionen Jürgen Neumann, 97222 Rimpfar
Umschlagfoto: Sauter Feinmechanik GmbH, 72555 Metzingen
Druck: mediaprint solutions GmbH, 33100 Paderborn

Vorwort

Zielgruppen des Tabellenbuches

- Metallberufe aus Handwerk und Industrie
- Technische Produktdesigner
- Meister- und Techniker Ausbildung
- Praktiker in Handwerk und Industrie
- Studenten des Maschinenbaues

Inhalt

Der Inhalt des Buches ist in sieben Hauptkapitel gegliedert, die in der rechten Spalte benannt sind. Er ist auf die Bildungspläne der Zielgruppen abgestimmt und der Entwicklung der Technik und der KMK-Lehrpläne angepasst.

Die **Tabellen** enthalten die wichtigsten Regeln, Bauarten, Sorten, Abmessungen und Richtwerte der jeweiligen Sachgebiete.

Bei den **Formeln** wird in der Legende auf die Nennung von Einheiten verzichtet. In den oft parallel zum Buch verwendeten „**Formeln für Metallberufe**“ sind dagegen die Einheiten angegeben, um vor allem Berufsanfängern beim Berechnen eine Hilfestellung zu geben. Dies gilt auch für die „**Formelsammlung Metall plus+**“, die in kompakter Form neben einfachen Grundlagen auch weitergehende Inhalte bietet.

Mit der CD „**Tabellenbuch Metall digital**“ und der Web-Applikation „**Tabellenbuch Metall online**“ liegt das Tabellenbuch in digitaler Form vor. Berechnungsmöglichkeiten sind integriert. Formeln und Einheiten können gewählt und umgestellt werden. Ergänzt wird das Medienangebot durch eine APP „**Formeln & Tabellen Metall**“ für Smartphones und Tablets. Damit können z. B. schnell und einfach Basiseinheiten umgerechnet, Härterwerte oder Toleranzen bestimmt werden. Markierungen im Buch weisen auf den sinnvollen Einsatz der APP hin. Der Zugang zu weiteren Web-Angeboten ist über „**Formeln & Tabellen Metall**“ oder www.europa-lehrmittel.de/tm48 möglich.

Das **Sachwortverzeichnis** am Schluss des Buches enthält neben den deutschen auch die englischen Bezeichnungen.

Im **Normenverzeichnis** sind alle im Buch zitierten aktuellen Normen und Regelwerke aufgeführt.

Änderungen und Erweiterungen in der 48. Auflage

- Normänderungen sind bis Januar 2019 berücksichtigt.
- Geometrische Produktspezifikation (GPS) sowie deren Angaben in Zeichnungen.
- Fachbegriffe zu „Industrie 4.0“. Wegfall Übersichten Produktionsorganisation und Dokumentationssystematik.
- Konturfräsen mit Schneidplatten.
- Tieflochbohren, Gewindeformen und Gewindefräsen.
- Schweißen mit Maßnahmen zur Qualitätssicherung.
- Schraubenberechnung entsprechend VDI 2230.
- Flächenpressung an Passfederverbindungen.

Autoren und Verlag sind allen Nutzern des Tabellenbuches für Hinweise und Verbesserungsvorschläge an lektorat@europa-lehrmittel.de dankbar.

1 Technische Mathematik	M
9 ... 28	

2 Technische Physik	P
29 ... 56	

3 Technische Kommunikation	K
57 ... 122	

4 Werkstofftechnik	W
123 ... 210	

5 Maschinenelemente	M
211 ... 282	

6 Fertigungstechnik	F
283 ... 426	

7 Automatisierungstechnik	A
427 ... 468	



Inhaltsverzeichnis

1 Technische Mathematik (M) 9

1.1 Einheiten im Messwesen		1.5 Flächen	
SI-Basisgrößen und Einheiten	10	Eckige Flächen	22
Abgeleitete Größen und Einheiten	10	Dreieck, Vielecke, Kreis.	23
Einheiten außerhalb des SI	12	Kreisausschnitt, -abschnitt, -ring.	24
1.2 Formeln		Ellipse	24
Formelzeichen, mathem. Zeichen	13	1.6 Volumen und Oberfläche	
Formeln, Gleichungen, Diagramme	14	Würfel, Zylinder, Pyramide	25
Umstellen von Formeln	15	Kegel, Kegelstumpf, Kugel	26
Größen und Einheiten	16	Zusammengesetzte Körper	27
Rechnen mit Größen	17	1.7 Masse	
Prozent- und Zinsrechnung	17	Allgemeine Berechnung	27
1.3 Winkel und Dreiecke		Längenbezogene Masse	27
Winkelarten, Satz des Pythagoras	18	Flächenbezogene Masse	27
Funktionen im Dreieck	19	1.8 Schwerpunkte	
1.4 Längen		Linienschwerpunkte	28
Teilung von Längen	20	Flächenschwerpunkte	28
Gestreckte Längen	21		
Rohlängen	21		

2 Technische Physik (P) 29

2.1 Bewegungen		2.6 Festigkeitslehre	
Konstante Bewegungen	30	Belastungsfälle, Grenzspannungen	41
Beschleunigte Bewegungen	30	Statische Festigkeit	42
Geschwindigkeiten an Maschinen	31	Elastizitätsmodul	42
2.2 Kräfte		Zug, Druck, Flächenpressung	43
Zusammensetzen und Zerlegen	32	Abscherung, Torsion, Biegung	44
Kräftearten	34	Biegebelastung auf Bauteile	45
Drehmoment	35	Widerstandsmomente	46
2.3 Arbeit, Leistung, Wirkungsgrad		Knickung, Zus. Beanspruchung	47
Mechanische Arbeit	35	Dynamische Festigkeit	48
Einfache Maschinen	36	Gestaltfestigkeit	49
Energie	36	2.7 Wärmetechnik	
Leistung und Wirkungsgrad	37	Temperaturen, Längenänderung	51
2.4 Reibung		Schwindung	51
Reibungskraft, Reibungszahlen	38	Wärmemenge	51
Rollreibungszahlen	38	Heizwerte	52
2.5 Druck in Flüssigkeiten und Gasen		2.8 Elektrotechnik	
Druck	39	Größen und Einheiten	53
Auftrieb	39	Ohmsches Gesetz	53
Hydraulische Kraftübersetzung	39	Leiterwiderstand	53
Druckübersetzung	40	Stromdichte	54
Durchflussgeschwindigkeit	40	Schaltung von Widerständen	54
Zustandsänderung bei Gasen	40	Stromarten	55
		Elektrische Arbeit und Leistung	56
		Transformator	56

3 Technische Kommunikation (K) 57

3.1 Diagramme		3.2 Geom. Grundkonstruktionen	
Kartesisches Koordinatensystem	58	Strecken, Lote, Winkel	60
Polarkoordinatensystem	59	Tangenten, Kreisbögen	61
Flächendiagramme	59	Inkreis, Ellipse, Spirale	62
		Zykloide, Evolvente, Hyperbel	63

3.3 Zeichnungselemente		3.7 Werkstückelemente	
Schriftzeichen	64	Butzen, Werkstückkanten	89
Normzahlen, Radien, Maßstäbe	65	Gewindeausläufe und -freistiche	90
Zeichenblätter	66	Gewinde, Schraubenverbindungen	91
Stücklisten, Positionsnummern	67	Zentrierbohrungen, Rändel	92
Linienarten	68	Freistiche	93
3.4 Darstellung		3.8 Schweißen und Löten	
Projektionsmethoden	70	Sinnbilder	94
Ansichten	72	Bemaßungsbeispiele	96
Schnittdarstellung	74	3.9 Oberflächen	
Schraffuren	76	Härteangaben in Zeichnungen	98
3.5 Maßeintragung		Gestaltabweichungen, Rauheit	99
Maßlinien, Maßzahlen	77	Oberflächenprüfung, -angaben	100
Bemaßungsregeln	78	Erreichbare Rauheit	102
Zeichnungselemente	79	Verzahnungsqualität	103
Toleranzangaben	81	3.10 Toleranzen, Passungen	
Maßarten	82	Grundlagen	104
Zeichnungsvereinfachung	84	ISO-Passungen	106
3.6 Maschinenelemente		Allgemeintoleranzen	112
Zahnräder	85	Wälzlagerpassungen	112
Wälzlager	86	Passungsempfehlungen, -auswahl	113
Dichtungen	87	Geometrische Produktspezifikation	114
Sicherungsringe, Federn	88	Geometrische Tolerierung	117

4 Werkstofftechnik (W)

123

4.1 Stoffe		4.7 Gießereitechnik	175
Stoffwerte	124	4.8 Leichtmetalle	
Periodisches System der Elemente	126	Übersicht Al-Legierungen	177
Chemikalien der Metalltechnik	127	Aluminium-Knetlegierungen	179
4.2 Bezeichnungssystem der Stähle		Aluminium-Gusslegierungen	181
Definition und Einteilung	128	Aluminium-Profile	182
Normung von Stahlprodukten	129	Magnesium- u. Titanlegierungen	185
Werkstoffnummern	130	4.9 Schwermetalle	
Bezeichnungssystem	131	Bezeichnungssystem	187
4.3 Stahlsorten		Kupfer-Legierungen	188
Erzeugnisse aus Stahl, Übersicht	135	4.10 Sonstige Werkstoffe	190
Stähle, Übersicht	136	4.11 Kunststoffe	
Baustähle	138	Übersicht	192
Einsatzstähle	141	Duroplaste	195
Vergütungsstähle	142	Thermoplaste	196
Werkzeugstähle	144	Elastomere, Schaumstoffe	199
Nichtrostende Stähle	145	Kunststoffverarbeitung	200
Federstähle	147	Polyblends, Schichtpresstoffe	201
Stähle für Blankstahlerzeugnisse	148	Kunststoffprüfung	202
4.4 Stahl-Fertigerzeugnisse		4.12 Werkstoffprüfung	
Bleche, Bänder, Rohre	150	Übersicht	203
Profile	154	Zugversuch	205
Längen- u. flächenbezogene Masse	163	Kerbschlag-, Umlaufbiegeversuch	206
4.5 Wärmebehandlung		Härteprüfung	207
Kristallgitter, Legierungssysteme	164	4.13 Korrosion, Korrosionsschutz	210
Eisen-Kohlenstoff-Diagramm	165		
Wärmebehandlung der Stähle	166		
4.6 Gusseisen-Werkstoffe			
Bezeichnung, Werkstoffnummern	171		
Gusseisenarten	172		

5 Maschinenelemente (M)**211**

- 5.1 Gewinde**
 - Gewindearten, Übersicht 212
 - Ausländische Gewinde-Normen 213
 - Metrisches ISO-Gewinde 214
 - Sonstige Gewinde 215
 - Gewindetoleranzen 217
- 5.2 Schrauben**
 - Schraubenarten, Übersicht 218
 - Bezeichnung 219
 - Festigkeit 220
 - Sechskantschrauben 221
 - Zylinderschrauben 224
 - Sonstige Schrauben 225
 - Berechnung von Schrauben 230
 - Schraubensicherungen, Übersicht 234
 - Schraubenantriebe 235
- 5.3 Senkungen**
 - Senkungen für Senkschrauben 236
 - Senkungen für Zylinderschrauben 237
- 5.4 Muttern**
 - Mutterarten, Übersicht 238
 - Bezeichnung 239
 - Festigkeit 240
 - Sechskantmutter 241
 - Sonstige Muttern 243
- 5.5 Scheiben**
 - Bauarten, Übersicht 245
 - Flache Scheiben 246
 - Sonstige Scheiben 247
- 5.6 Stifte und Bolzen**
 - Bauarten, Übersicht 248
 - Zylinderstifte, Spannstifte 249
 - Kerbstifte, Bolzen 250
- 5.7 Welle-Nabe-Verbindungen**
 - Verbindung, Übersicht 251
 - Keile 252
 - Passfedern, Scheibenfedern 253
 - Werkzeugkegel 254
- 5.8 Sonstige Maschinenelemente**
 - Federn 255
 - Gewindestifte, Druckstücke, Kugelköpfe 258
 - Griffe, Aufnahmen 259
 - Schnellspann-Bohrvorrichtung 261
- 5.9 Antriebs Elemente**
 - Riemen 263
 - Stirnräder, Maße 266
 - Kegel- u. Schneckenräder, Maße 268
 - Übersetzungen 269
- 5.10 Lager**
 - Gleitlager 270
 - Wälzlager 272
 - Schmieröle und Schmierfette 281

6 Fertigungstechnik (F)**283**

- 6.1 Messtechnik**
 - Prüfmittel 284
 - Messergebnis 285
- 6.2 Qualitätsmanagement**
 - Normen, Begriffe 286
 - Qualitätsplanung, Qualitätsprüfung 288
 - Statistische Auswertung 289
 - Qualitätsfähigkeit 291
 - Statistische Prozesslenkung 292
- 6.3 Maschinenrichtlinie** 295
- 6.4 Industrie 4.0**
 - Y-Modell, Begriffe 297
- 6.5 Produktionsorganisation**
 - Erzeugnisgliederung 299
 - Arbeitsplanung 300
 - Kalkulation 304
- 6.6 Instandhaltung**
 - Wartung, Instandsetzung 307
 - Instandhaltungskonzepte 308
- 6.7 Spanende Fertigung**
 - Zeitspannungsvolumen 310
 - Kräfte beim Spanen 311
 - Drehzahldiagramm 312
 - Schneidstoffe 314
 - Wendeschneidplatten 316
 - Werkzeug-Aufnahmen 317
 - Kühlschmierung 318
 - Drehen 320
 - Fräsen 332
 - Bohren, Senken, Reiben 343
 - Schleifen 351
 - Honen 356
 - CNC-Technik, Null- u. Bezugspunkte 357
 - Werkzeug-/Bahnkorrekturen 358
 - CNC-Fertigung nach DIN 359
 - CNC-Drehen nach PAL 362
 - CNC-Fräsen nach PAL 368
- 6.8 Abtragen**
 - Drahterodieren, Senkerodieren 377
 - Einflüsse auf das Verfahren 378

6.9 Trennen durch Schneiden	
Schneidkraft, Pressen	379
Schneidwerkzeug	380
Werkzeug- und Werkstückmaße	382
Streifenausnutzung	383
6.10 Umformen	
Biegen: Werkzeug, Verfahren	384
Biegeradien, Zuschnitt	386
Tiefziehen: Werkzeug, Verfahren	388
Zuschnittdurchmesser, Ziehspalt	390
6.11 Spritzgießen	
Spritzgießwerkzeug	392
Schwindung, Kühlung, Dosierung	395
6.12 Fügen	
Schmelzschweißen	397
Schutzgasschweißen	399
Lichtbogenschweißen	401
Schweißanweisung	403
Brennschneiden	404
Kennzeichnung von Gasflaschen	406
Löten	408
Kleben	411
6.13 Arbeits- und Umweltschutz	
Gefahren am Arbeitsplatz	413
Gefahrstoffverordnung	414
Warn-, Gebots-, Hinweiszeichen	423
Kennzeichnung von Rohrleitungen	425
Schall und Lärm	426

7 Automatisierungstechnik (A) 427

7.1 Pneumatik, Hydraulik	
Schaltzeichen, Wegeventile	428
Proportionalventile	430
Schaltpläne, Kennzeichnungssysteme	431
Pneumatische Steuerung	435
Pneumatikzylinder	436
Hydraulik-, Pneumatikzylinder, -pumpen	437
Rohre	439
7.2 Grafcet	
Grundstruktur	440
Schritte, Transitionen	441
Aktionen	442
Verzweigung	444
7.3 Elektropneumatik, Elektrohydraulik	
Schaltzeichen	446
Stromlaufpläne, Kennzeichnung	447
Sensoren	449
Elektropneumatische Steuerung	450
7.4 SPS-Steuerungen	
SPS-Programmiersprachen	451
Binäre Verknüpfungen	455
Ablaufsteuerungen	456
7.5 Regelungstechnik	
Grundbegriffe, Kennbuchstaben	458
Bildzeichen	459
Regler	460
7.6 Handhabungs-, Robotertechnik	
Koordinatensysteme, Achsen	462
Aufbau von Robotern	463
Greifer, Arbeitssicherheit	464
7.7 Motoren und Antriebe	
Schutzmaßnahmen, Schutzarten	465
Elektromotoren, Anschlüsse, Berechnung	468

Normenverzeichnis 469

Sachwortverzeichnis 474

Normen und andere Regelwerke

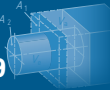
Normung und Normbegriffe

Normung ist eine planmäßig durchgeführte Vereinheitlichung von materiellen und nichtmateriellen Gegenständen, wie z. B. Bauteilen, Berechnungsverfahren, Prozessabläufen und Dienstleistungen, zum Nutzen der Allgemeinheit.

Normbegriff	Beispiel	Erklärung
Norm	DIN 509	Eine Norm ist das veröffentlichte Ergebnis der Normungsarbeit. Beispiel: DIN 509 mit Formen und Maßen von Freistichen bei Drehteilen und Bohrungen.
Teil	DIN 30910-2	Normen können aus mehreren in Zusammenhang stehenden Teilen bestehen. Die Teilnummern werden mit Bindestrich an die Norm-Nummer angehängt. DIN 30910-2 beschreibt z. B. Sinterwerkstoffe für Filter, während die Teile 3 und 4 Sinterwerkstoffe für Lager und Formteile beschreiben.
Beiblatt	DIN 743 Bbl 1	Ein Beiblatt enthält Informationen zu einer Norm, jedoch keine zusätzlichen Festlegungen. Das Beiblatt DIN 743 Bbl 1 enthält z. B. Anwendungsbeispiele zu den in DIN 743 beschriebenen Tragfähigkeitsberechnungen von Wellen und Achsen.
Entwurf	E DIN EN 10027-2 (2013-09)	Normentwürfe werden zur Einsicht und Stellungnahme veröffentlicht. Die Neufassung DIN EN 10027-2 (2015-07) mit Werkstoffnummern für Stähle lag der Öffentlichkeit z. B. von September 2013 bis Februar 2014 für Einsprüche als Entwurf vor.
Vornorm	DIN V 45696-1 (2006-02)	Eine Vornorm ist das Ergebnis einer Normungsarbeit, das wegen Vorbehalten nicht als Norm herausgegeben wird. DIN V 45696-1 enthält z. B. technische Maßnahmen bei der Gestaltung von Maschinen, die Ganzkörper-Schwingungen auf den Menschen übertragen.
Ausgabedatum	DIN 76-1 (2016-08)	Zeitpunkt des Erscheinens, welcher im DIN-Anzeiger veröffentlicht wird und mit dem die Norm Gültigkeit bekommt. Die DIN 76-1, welche Ausläufe und Freistiche für metrische ISO-Gewinde festlegt, ist z. B. seit August 2016 gültig.

Normenarten und Regelwerke (Auswahl)

Art	Kurzzeichen	Erklärung	Zweck und Inhalte
Internationale Normen (ISO-Normen)	ISO	International Organisation for Standardization, Genf (O und S werden in der Abkürzung vertauscht)	Den internationalen Austausch von Gütern und Dienstleistungen sowie die Zusammenarbeit auf wissenschaftlichem, technischem und ökonomischem Gebiet erleichtern.
Europäische Normen (EN-Normen)	EN	Europäische Normungsorganisation CEN (Comité Européen de Normalisation), Brüssel	Technische Harmonisierung und damit verbundener Abbau von Handelshemmnissen zur Förderung des Binnenmarktes und des Zusammenwachsens von Europa.
Deutsche Normen (DIN-Normen)	DIN	Deutsches Institut für Normung e.V., Berlin	Die nationale Normungsarbeit dient der Rationalisierung, der Qualitätssicherung, der Sicherheit, dem Umweltschutz und der Verständigung in Wirtschaft, Technik, Wissenschaft, Verwaltung und Öffentlichkeit.
	DIN EN	Deutsche Umsetzung einer europäischen Norm	
	DIN ISO	Deutsche Norm, deren Inhalt unverändert von einer ISO-Norm übernommen wurde.	
	DIN EN ISO	Norm, die von ISO und CEN veröffentlicht wurde, und deren deutsche Fassung als DIN-Norm Gültigkeit hat.	
	DIN VDE	Druckschrift des VDE, die den Status einer deutschen Norm hat.	
VDI-Richtlinien	VDI	Verein Deutscher Ingenieure e.V., Düsseldorf	Diese Richtlinien geben den aktuellen Stand der Technik zu bestimmten Themenbereichen wieder und enthalten z. B. konkrete Handlungsanleitungen zur Durchführung von Berechnungen oder zur Gestaltung von Prozessen im Maschinenbau bzw. in der Elektrotechnik.
VDE-Druckschriften	VDE	Verband der Elektrotechnik Elektronik Informationstechnik e.V., Frankfurt am Main	
DGQ-Schriften	DGQ	Deutsche Gesellschaft für Qualität e.V., Frankfurt am Main	Empfehlungen für den Bereich der Qualitätstechnik.
REFA-Blätter	REFA	Verband für Arbeitsstudien REFA e.V., Darmstadt	Empfehlungen für den Bereich der Fertigung und Arbeitsplanung.

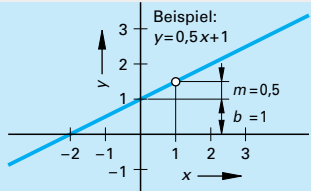


1 Technische Mathematik

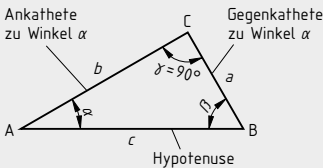
M



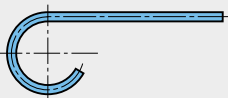
1.1 Einheiten im Messwesen	
SI-Basisgrößen und Einheiten	10
Abgeleitete Größen und Einheiten	10
Einheiten außerhalb des SI	12



1.2 Formeln	
Formelzeichen, mathematische Zeichen	13
Formeln, Gleichungen, Diagramme	14
Umstellen von Formeln	15
Größen und Einheiten	16
Rechnen mit Größen	17
Prozent- und Zinsrechnung	17



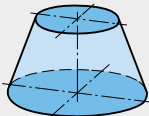
1.3 Winkel und Dreiecke	
Winkelarten, Satz des Pythagoras	18
Strahlensatz	18
Funktionen im Dreieck	19
Funktionen im rechtwinkligen Dreieck	19
Funktionen im schiefwinkligen Dreieck	19



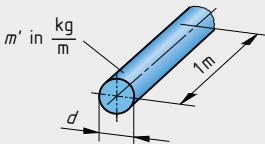
1.4 Längen	
Teilung von Längen	20
Bogenlänge	20
Gestreckte Längen	21
Federdrahtlänge	21
Rohlänge	21



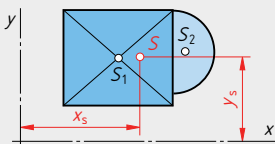
1.5 Flächen	
Eckige Flächen	22
Dreieck, Vielecke, Kreis	23
Kreisausschnitt, Kreisabschnitt, Kreisring	24
Ellipse	24



1.6 Volumen und Oberfläche	
Würfel, Zylinder, Pyramide	25
Kegel, Kegelstumpf, Kugel	26
Zusammengesetzte Körper	27



1.7 Masse	
Allgemeine Berechnung	27
Längenbezogene Masse	27
Flächenbezogene Masse	27



1.8 Schwerpunkte	
Linienschwerpunkte	28
Flächenschwerpunkte	28

Einheiten im Messwesen

SI¹⁾-Basisgrößen und Basiseinheiten

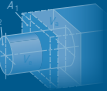
vgl. DIN 1301-1 (2010-10), -2 (1978-02), -3 (2018-02)

Basisgröße	Länge	Masse	Zeit	Elektrische Stromstärke	Thermodynamische Temperatur	Stoffmenge	Lichtstärke
Basis-einheit	Meter	Kilogramm	Sekunde	Ampere	Kelvin	Mol	Candela
Einheitenzeichen	m	kg	s	A	K	mol	cd

¹⁾ Die Einheiten im Messwesen sind im Internationalen Einheitensystem (SI = Systéme International d'Unités) festgelegt. Es baut auf den sieben Basiseinheiten (SI-Einheiten) auf, von denen weitere Einheiten abgeleitet sind.

Basigrößen, abgeleitete Größen und ihre Einheiten

Größe	Formelzeichen	Einheit Name	Zeichen	Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
Länge, Fläche, Volumen, Winkel					
Länge	l	Meter	m	1 m = 10 dm = 100 cm = 1000 mm 1 mm = 1000 μ m 1 km = 1000 m	1 inch = 1 Zoll = 25,4 mm In der Luft- und Seefahrt gilt: 1 internationale Seemeile = 1852 m
Fläche	A, S	Quadratmeter Ar Hektar	m ² a ha	1 m ² = 10 000 cm ² = 1 000 000 mm ² 1 a = 100 m ² 1 ha = 100 a = 10 000 m ² 100 ha = 1 km ²	Zeichen S nur für Querschnittsflächen Ar und Hektar nur für Flächen von Grundstücken
Volumen	V	Kubikmeter Liter	m ³ l, L	1 m ³ = 1000 dm ³ = 1 000 000 cm ³ 1 l = 1 L = 1 dm ³ = 10 dl = 0,001 m ³ 1 ml = 1 cm ³	Meist für Flüssigkeiten und Gase
ebener Winkel (Winkel)	$\alpha, \beta, \gamma \dots$	Radian Grad Minute Sekunde	rad ° ' "	1 rad = 1 m/m = 57,2957...° = 180°/ π 1° = $\frac{\pi}{180}$ rad = 60' 1' = 1°/60 = 60" 1" = 1'/60 = 1°/3600	1 rad ist der Winkel, der aus einem um den Scheitelpunkt geschlagenen Kreis mit 1 m Radius einen Bogen von 1 m Länge schneidet. Bei technischen Berechnungen statt $\alpha = 33^\circ 17' 27,6''$ besser $\alpha = 33,291^\circ$ verwenden.
Raumwinkel	Ω	Steradian	sr	1 sr = 1 m ² /m ²	Der Raumwinkel von 1 sr umschließt auf der Oberfläche einer Kugel mit $r = 1$ m die Fläche eines Kugelabschnitts mit $A_0 = 1$ m ² .
Mechanik					
Masse	m	Kilogramm Gramm Megagramm Tonne	kg g Mg t	1 kg = 1000 g 1 g = 1000 mg 1 t = 1000 kg = 1 Mg 0,2 g = 1 Kt	In der Alltagssprache bezeichnet man die Masse eines Körpers auch als Gewicht. Massenangabe für Edelsteine in Karat (Kt).
längenbezogene Masse	m'	Kilogramm pro Meter	kg/m	1 kg/m = 1 g/mm	Zur Berechnung der Masse von Stäben, Profilen, Rohren.
flächenbezogene Masse	m''	Kilogramm pro Meter hoch zwei	kg/m ²	1 kg/m ² = 0,1 g/cm ²	Zur Berechnung der Masse von Blechen.
Dichte	ρ	Kilogramm pro Meter hoch drei	kg/m ³	1000 kg/m ³ = 1 t/m ³ = 1 kg/dm ³ = 1 g/cm ³ = 1 g/ml = 1 mg/mm ³	Dichte = Masse eines Stoffes pro Volumeneinheit Für homogene Körper ist die Dichte eine vom Ort unabhängige Größe.



Einheiten im Messwesen

M

Größen und Einheiten (Fortsetzung)

Größe	Formelzeichen	Einheit Name	Zeichen	Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
Mechanik					
Trägheitsmoment, Massenmoment 2. Grades	J	Kilogramm mal Meter hoch zwei	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	Für homogenen Vollzylinder mit Masse m und Radius r gilt: $J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2$	Das Trägheitsmoment gibt den Widerstand eines starren, homogenen Körpers gegen die Änderung seiner Rotationsbewegung um eine Drehachse an.
Kraft Gewichtskraft	F F_G, G	Newton	N	$1 \text{ N} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = 1 \frac{\text{J}}{\text{m}}$ $1 \text{ MN} = 10^3 \text{ kN} = 1\,000\,000 \text{ N}$	Die Kraft 1 N bewirkt bei der Masse 1 kg in 1 s eine Geschwindigkeitsänderung von 1 m/s.
Drehmoment Biegemoment Torsionsmoment	M M_b, T	Newton mal Meter	$\text{N} \cdot \text{m}$	$1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$	$1 \text{ N} \cdot \text{m}$ ist das Moment, das eine Kraft von 1 N bei einem Hebelarm von 1 m bewirkt.
Impuls	p	Kilogramm mal Meter pro Sekunde	$\text{kg} \cdot \text{m/s}$	$1 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = 1 \text{ N} \cdot \text{s}$	Der Impuls ist das Produkt aus Masse mal Geschwindigkeit. Er hat die Richtung der Geschwindigkeit.
Druck mechanische Spannung	p σ, τ	Pascal Newton pro Millimeter hoch zwei	Pa N/mm^2	$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2 = 0,01 \text{ mbar}$ $1 \text{ bar} = 100\,000 \text{ N/m}^2 = 10 \text{ N/cm}^2 = 10^5 \text{ Pa}$ $1 \text{ mbar} = 1 \text{ hPa}$ $1 \text{ N/mm}^2 = 10 \text{ bar} = 1 \text{ MN/m}^2 = 1 \text{ MPa}$ $1 \text{ daN/cm}^2 = 0,1 \text{ N/mm}^2$	Unter Druck versteht man die Kraft je Flächeneinheit. Für Überdruck wird das Formelzeichen p_a verwendet (DIN 1314). $1 \text{ bar} = 14,5 \text{ psi}$ (pounds per square inch = Pfund pro Quadratinch)
Flächenmoment 2. Grades	I	Meter hoch vier Zentimeter hoch zwei	m^4 cm^4	$1 \text{ m}^4 = 100\,000\,000 \text{ cm}^4$	früher: Flächenträgheitsmoment
Energie, Arbeit, Wärmemenge	E, W	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$	Joule für jede Energieart, $\text{kW} \cdot \text{h}$ bevorzugt für elektrische Energie.
Leistung, Wärmestrom	P Φ	Watt	W	$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m/s} = 1 \text{ V} \cdot \text{A} = 1 \text{ m}^2 \cdot \text{kg/s}^3$	Leistung beschreibt die Arbeit, die in einer bestimmten Zeit verrichtet wurde.
Zeit					
Zeit, Zeitspanne, Dauer	t	Sekunde Minute Stunde Tag Jahr	s min h d a	$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$ $1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3600 \text{ s}$ $1 \text{ d} = 24 \text{ h} = 86\,400 \text{ s}$	3 h bedeutet eine Zeitspanne (3 Std.), 3^h bedeutet einen Zeitpunkt (3 Uhr). Werden Zeitpunkte in gemischter Form, z.B. $3^h24^m10^s$ geschrieben, so kann das Zeichen min auf m verkürzt werden.
Frequenz	f, ν	Hertz	Hz	$1 \text{ Hz} = 1/\text{s}$	$1 \text{ Hz} \approx 1$ Schwingung in 1 Sekunde.
Drehzahl, Umdrehungsfrequenz	n	1 pro Sekunde 1 pro Minute	1/s 1/min	$1/\text{s} = 60/\text{min} = 60 \text{ min}^{-1}$ $1/\text{min} = 1 \text{ min}^{-1} = \frac{1}{60 \text{ s}}$	Die Anzahl der Umdrehungen pro Zeiteinheit ergibt die Drehzahl, auch Drehfrequenz genannt.
Geschwindigkeit	v	Meter pro Sekunde Meter pro Minute Kilometer pro Stunde	m/s m/min km/h	$1 \text{ m/s} = 60 \text{ m/min} = 3,6 \text{ km/h}$ $1 \text{ m/min} = \frac{1 \text{ m}}{60 \text{ s}}$ $1 \text{ km/h} = \frac{1 \text{ m}}{3,6 \text{ s}}$	Geschwindigkeit bei der Seefahrt in Knoten (kn): $1 \text{ kn} = 1,852 \text{ km/h}$ mile per hour = 1 mile/h = 1 mph $1 \text{ mph} = 1,60934 \text{ km/h}$
Winkelgeschwindigkeit	ω	1 pro Sekunde Radiant pro Sekunde	1/s rad/s	$\omega = 2\pi \cdot n$	Bei einer Drehzahl von $n = 2/\text{s}$ beträgt die Winkelgeschwindigkeit $\omega = 4\pi/\text{s}$.
Beschleunigung	a, g	Meter pro Sekunde hoch zwei	m/s^2	$1 \text{ m/s}^2 = \frac{1 \text{ m/s}}{1 \text{ s}}$	Formelzeichen g nur für Fallbeschleunigung. $g = 9,81 \text{ m/s}^2 \approx 10 \text{ m/s}^2$



Einheiten im Messwesen

Größen und Einheiten (Fortsetzung)

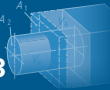
Größe	Formelzeichen	Einheit		Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
		Name	Zeichen		
Elektrizität und Magnetismus					
Elektrische Stromstärke	I	Ampere	A		Bewegte elektrische Ladung nennt man Strom. Die Spannung ist gleich der Potenzialdifferenz zweier Punkte im elektrischen Feld. Den Kehrwert des elektrischen Widerstands nennt man elektrischen Leitwert.
Elektr. Spannung	U	Volt	V	$1 \text{ V} = 1 \text{ W}/1 \text{ A} = 1 \text{ J}/\text{C}$	
Elektr. Widerstand	R	Ohm	Ω	$1 \Omega = 1 \text{ V}/1 \text{ A}$	
Elektr. Leitwert	G	Siemens	S	$1 \text{ S} = 1 \text{ A}/1 \text{ V} = 1/\Omega$	
Spezifischer Widerstand	ρ	Ohm mal Meter	$\Omega \cdot \text{m}$	$10^{-6} \Omega \cdot \text{m} = 1 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$	
Leitfähigkeit	γ, κ	Siemens pro Meter	S/m	$\rho = \frac{1}{\gamma} \text{ in } \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$ $\kappa = \frac{1}{\rho} \text{ in } \frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$	
Frequenz	f	Hertz	Hz	$1 \text{ Hz} = 1/\text{s}$ $1000 \text{ Hz} = 1 \text{ kHz}$	Frequenz öffentlicher Stromnetze: EU 50 Hz, USA 60 Hz
Elektr. Arbeit	W	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$ $1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ MJ}$ $1 \text{ W} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ kJ}$	In der Atom- und Kernphysik wird die Einheit eV (Elektronenvolt) verwendet.
Phasenverschiebungswinkel	φ	-	-	für Wechselstrom gilt: $\cos \varphi = \frac{P}{U \cdot I}$	Winkel zwischen Strom und Spannung bei induktiver oder kapazitiver Belastung.
Elektr. Feldstärke	E	Volt pro Meter	V/m		$E = \frac{F}{Q}, C = \frac{Q}{U}, Q = I \cdot t$
Elektr. Ladung	Q	Coulomb	C	$1 \text{ C} = 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ s}; 1 \text{ A} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ kC}$	
Elektr. Kapazität	C	Farad	F	$1 \text{ F} = 1 \text{ C}/\text{V}$	
Induktivität	L	Henry	H	$1 \text{ H} = 1 \text{ V} \cdot \text{s}/\text{A}$	
Leistung Wirkleistung	P	Watt	W	$1 \text{ W} = 1 \text{ J}/\text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{s} = 1 \text{ V} \cdot \text{A}$	In der elektrischen Energietechnik: Scheinleistung S in $\text{V} \cdot \text{A}$

Thermodynamik und Wärmeübertragung

Größe	Formelzeichen	Einheit		Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
		Name	Zeichen		
Thermodynamische Temperatur Celsius-Temperatur	T, θ	Kelvin	K	$0 \text{ K} = -273,15 \text{ }^\circ\text{C}$	Kelvin (K) und Grad Celsius ($^\circ\text{C}$) werden für Temperaturen und Temperaturdifferenzen verwendet. $t = T - T_0; T_0 = 273,15 \text{ K}$ Umrechnung in $^\circ\text{F}$: Seite 51
	t, ϑ	Grad Celsius	$^\circ\text{C}$	$0 \text{ }^\circ\text{C} = 273,15 \text{ K}$ $0 \text{ }^\circ\text{C} = 32 \text{ }^\circ\text{F}$ $0 \text{ }^\circ\text{F} = -17,77 \text{ }^\circ\text{C}$	
Wärmemenge	Q	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$ $1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 3600000 \text{ J} = 3,6 \text{ MJ}$	$1 \text{ kcal} = 4,1868 \text{ kJ}$
Spezifischer Heizwert	H_u	Joule pro Kilogramm Joule pro Meter hoch drei	J/kg J/m ³	$1 \text{ MJ}/\text{kg} = 1000000 \text{ J}/\text{kg}$ $1 \text{ MJ}/\text{m}^3 = 1000000 \text{ J}/\text{m}^3$	Freiwerdende Wärmeenergie je kg (bzw. je m ³) Brennstoff abzüglich der Verdampfungswärme des in den Abgasen enthaltenen Wasserdampfes.

Einheiten außerhalb des Internationalen Einheitensystems SI

Länge	Fläche	Volumen	Masse	Energie, Leistung
1 inch (in) = 25,4 mm	1 sq.in = 6,452 cm ²	1 cu.in = 16,39 cm ³	1 oz = 28,35 g	1 PSh = 0,735 kWh
1 foot (ft) = 0,3048 m	1 sq.ft = 9,29 dm ²	1 cu.ft = 28,32 dm ³	1 lb = 453,6 g	1 PS = 0,7355 kW
1 yard (yd) = 0,9144 m	1 sq.yd = 0,8361 m ²	1 cu.yd = 764,6 dm ³	1 t = 1000 kg	1 kcal = 4186,8 Ws
1 See-meile = 1,852 km	1 acre = 4046,873 m ²	1 gallon (US) = 3,785 l	1 short ton = 907,2 kg	1 kcal = 1,166 Wh
1 Land-meile = 1,6093 km	Druck, Spannung		1 gallon (UK) = 4,546 l	1 kpm/s = 9,807 W
	1 bar = 14,5 pound/in ²	1 barrel (US) = 158,9 l	1 Karat = 0,2 g	1 Btu = 1055 Ws
	1 N/mm ² = 145,038 pound/in ²	1 barrel (UK) = 159,1 l	1 pound/in ³ = 27,68 g/cm ³	bhp = 745,7 W



M

Formelzeichen, mathematische Zeichen

Formelzeichen vgl. DIN 1304-1 (1994-03)					
Formelzeichen	Bedeutung	Formelzeichen	Bedeutung	Formelzeichen	Bedeutung
Länge, Fläche, Volumen, Winkel					
l	Länge	r, R	Radius	α, β, γ	ebener Winkel
b	Breite	d, D	Durchmesser	Ω	Raumwinkel
h	Höhe	A, S	Fläche, Querschnittsfläche	λ	Wellenlänge
s	Weglänge	V	Volumen		
Mechanik					
m	Masse	F	Kraft	G	Schubmodul
m'	längenbezogene Masse	F_G, G	Gewichtskraft	μ, f	Reibungszahl
m''	flächenbezogene Masse	M	Drehmoment	W	Widerstandsmoment
ρ	Dichte	M_T, T	Torsionsmoment	I	Flächenmoment 2. Grades
J	Trägheitsmoment	M_b	Biegemoment	W, E	Arbeit, Energie
p	Druck	σ	Normalspannung	W_p, E_p	potenzielle Energie
p_{abs}	absoluter Druck	τ	Schubspannung	W_k, E_k	kinetische Energie
p_{amb}	Atmosphärendruck	ε	Dehnung	P	Leistung
p_o	Überdruck	E	Elastizitätsmodul	η	Wirkungsgrad
Zeit					
t	Zeit, Dauer	f, ν	Frequenz	a	Beschleunigung
T	Periodendauer	v, u	Geschwindigkeit	g	örtliche Fallbeschleunigung
n	Umdrehungsfrequenz, Drehzahl	ω	Winkelgeschwindigkeit	α	Winkelbeschleunigung
				Q, \dot{V}, q_v	Volumenstrom
Elektrizität					
Q	Ladung, Elektrizitätsmenge	L	Induktivität	X	Blindwiderstand
U	Spannung	R	Widerstand	Z	Scheinwiderstand
C	Kapazität	ρ	spezifischer Widerstand	φ	Phasenverschiebungswinkel
I	Stromstärke	γ, κ	elektrische Leitfähigkeit	N	Windungszahl
Wärme					
T, Θ	thermodynamische Temperatur	Q	Wärme, Wärmemenge	Φ, \dot{Q}	Wärmestrom
$\Delta T, \Delta t, \Delta \vartheta$	Temperaturdifferenz	λ	Wärmeleitfähigkeit	a	Temperaturleitfähigkeit
t, ϑ	Celsius-Temperatur	α	Wärmeübergangskoeffizient	c	spezifische Wärmekapazität
α_l, α	Längenausdehnungskoeffizient	k	Wärmedurchgangskoeffizient	H_o	spezifischer Heizwert
Licht, elektromagnetische Strahlung					
E_v	Beleuchtungsstärke	f	Brennweite	I_o, W	Strahlstärke
		n	Brechzahl		Strahlungsenergie
Akustik					
p	Schalldruck	L_p	Schalldruckpegel	N	Lautheit
c	Schallgeschwindigkeit	I	Schallintensität	L_N	Lautstärkepegel
Mathematische Zeichen vgl. DIN 1302 (1999-12)					
Math. Zeichen	Sprechweise	Math. Zeichen	Sprechweise	Math. Zeichen	Sprechweise
\approx	ungefähr gleich, rund, etwa	\sim	proportional	\log	Logarithmus (allgemein)
$\hat{=}$	entspricht	a^x	a hoch x, x-te Potenz von a	\lg	dekadischer Logarithmus
\dots	und so weiter	$\sqrt{\quad}$	Quadratwurzel aus	\ln	natürlicher Logarithmus
∞	unendlich	$\sqrt[n]{\quad}$	n-te Wurzel aus	e	Eulersche Zahl (e = 2,718281...)
$=$	gleich	$ x $	Betrag von x	\sin	Sinus
\neq	ungleich	\perp	senkrecht zu	\cos	Kosinus
$\stackrel{def}{=}$	ist definitionsgemäß gleich	\parallel	ist parallel zu	\tan	Tangens
$<$	kleiner als	$\uparrow\uparrow$	gleichsinnig parallel	\cot	Kotangens
\leq	kleiner oder gleich	$\uparrow \downarrow$	gegensinnig parallel	$(), [], \{ }$	runde, eckige, geschweifte Klammer auf und zu
$>$	größer als	\sphericalangle	Winkel	π	pi (Kreiszahl = 3,14159 ...)
\geq	größer oder gleich	\triangle	Dreieck		
$+$	plus	\equiv	kongruent zu		
$-$	minus	Δx	Delta x (Differenz zweier Werte)	\overline{AB}	Strecke AB
\cdot	mal, multipliziert mit	$\%$	Prozent, vom Hundert	\widehat{AB}	Bogen AB
$-, /, :$	durch, geteilt durch, zu, pro	$\%$	Promille, vom Tausend	a', a''	a Strich, a zwei Strich
Σ	Summe	‰		a_1, a_2	a eins, a zwei

Formeln, Gleichungen, Diagramme

Formeln

Die Berechnung physikalischer Größen erfolgt meist über Formeln. Sie bestehen aus:

- Formelzeichen, z. B. v_c für die Schnittgeschwindigkeit, d für den Durchmesser, n für die Drehzahl
- Operatoren (Rechenvorschriften), z. B. \cdot für Multiplikation, $+$ für Addition, $-$ für Subtraktion, $-$ (Bruchstrich) für Division
- Konstanten, z. B. π (pi) = 3,14159 ...
- Zahlen, z. B. 10, 15 ...

Die Formelzeichen (Seite 13) sind Platzhalter für Größen. Bei der Lösung von Aufgaben werden die bekannten Größen mit ihren Einheiten in die Formel eingesetzt. Vor oder während der Berechnung werden die Einheiten so umgeformt, dass

- der Rechengang möglich wird oder
- das Ergebnis die geforderte Einheit erhält.

Die meisten Größen und ihre Einheiten sind genormt (Seite 10).

Das **Ergebnis** ist immer ein **Zahlenwert** mit einer **Einheit**, z. B. 4,5 m, 15 s

Beispiel:

Wie groß ist die Schnittgeschwindigkeit v_c in m/min für $d = 200$ mm und $n = 630$ /min?

$$v_c = \pi \cdot d \cdot n = \pi \cdot 200 \text{ mm} \cdot 630 \frac{1}{\text{min}} = \pi \cdot 200 \text{ mm} \cdot \frac{1 \text{ m}}{1000 \text{ mm}} \cdot 630 \frac{1}{\text{min}} = \mathbf{395,84 \frac{\text{m}}{\text{min}}}$$

Formel für die Schnittgeschwindigkeit

$$v_c = \pi \cdot d \cdot n$$

Zahlenwertgleichungen

Zahlenwertgleichungen sind Formeln, in welche die üblichen Umrechnungen von Einheiten bereits eingearbeitet sind. Bei ihrer Anwendung ist zu beachten:

Die Zahlenwerte der einzelnen Größen dürfen nur in der vorgeschriebenen Einheit verwendet werden.

- Die Einheiten werden bei der Berechnung nicht mitgeführt.
- Die Einheit der gesuchten Größe ist vorgegeben.

Beispiel:

Wie groß ist das Drehmoment M eines Elektromotors mit der Antriebsleistung $P = 15$ kW und der Drehzahl $n = 750$ /min?

$$M = \frac{9550 \cdot P}{n} = \frac{9550 \cdot 15}{750} \text{ N} \cdot \text{m} = \mathbf{191 \text{ N} \cdot \text{m}}$$

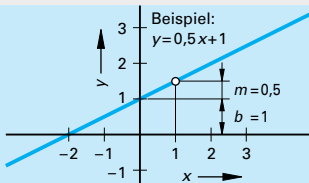
Zahlenwertgleichung für das Drehmoment

$$M = \frac{9550 \cdot P}{n}$$

vorgeschriebene Einheiten	
Bezeichnung	Einheit
M	Drehmoment N · m
P	Leistung kW
n	Drehzahl 1/min

Gleichungen und Diagramme

Bei Funktionsgleichungen ist y die Funktion von x , mit x als unabhängige und y als abhängige Variable. Die Zahlenpaare (x, y) einer Wertetabelle bilden ein Diagramm im x - y -Koordinatensystem.



1. Beispiel:

$$y = 0,5x + 1$$

x	-2	0	2	3
y	0	1	2	2,5

2. Beispiel:

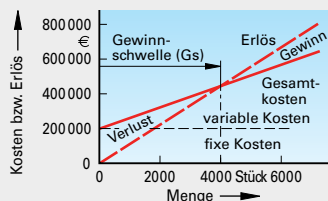
Kostenfunktion und Erlösfunktion

$$K_G = 60 \text{ €/Stck} \cdot M + 200000 \text{ €}$$

$$E = 110 \text{ €/Stck} \cdot M$$

M	0	4000	6000
K_G	200000	440000	560000
E	0	440000	660000

- K_G Gesamtkosten → abhängige Variable
- M Menge → unabhängige Variable
- K_f Fixe Kosten → y -Koordinatenabschnitt
- K_v Variable Kosten → Steigung der Funktion
- E Erlös → abhängige Variable



Zuordnungsfunktion

$$y = f(x)$$

Lineare Funktion

$$y = m \cdot x + b$$

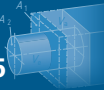
Beispiele:

Kostenfunktion

$$K_G = K_v \cdot M + K_f$$

Erlösfunktion

$$E = E/\text{Stück} \cdot M$$



Umstellen von Formeln

Umstellen von Formeln

Formeln und Zahlenwertgleichungen werden umgestellt, damit die gesuchte Größe allein auf der linken Seite der Gleichung steht. Dabei darf sich der Wert der linken und der rechten Formelseite nicht ändern. Für alle Schritte einer Formelumstellung gilt:

Veränderungen auf der linken Formelseite

= Veränderungen auf der rechten Formelseite

Formel	
$p = \frac{F \cdot s}{t}$	
linke Formelseite	= rechte Formelseite

Zur Rekonstruktion der einzelnen Schritte ist es sinnvoll, jeden Schritt rechts neben der Formel zu kennzeichnen:

| $\cdot t$ → beide Formelseiten werden mit t multipliziert.

| $: F$ → beide Formelseiten werden durch F dividiert.

Umstellung von Summen

Beispiel: Formel $L = l_1 + l_2$, Umstellung nach l_2

1 $L = l_1 + l_2$	$-l_1$	l_1 subtrahieren	3 $L - l_1 = l_2$	Seiten vertauschen
2 $L - l_1 = l_1 + l_2 - l_1$		subtrahieren durchführen	4 $l_2 = L - l_1$	umgestellte Formel

Umstellung von Produkten

Beispiel: Formel $A = l \cdot b$, Umstellung nach l

1 $A = l \cdot b$	$: b$	dividieren durch b	3 $\frac{A}{b} = l$	Seiten vertauschen
2 $\frac{A}{b} = \frac{l \cdot b}{b}$		kürzen mit b	4 $l = \frac{A}{b}$	umgestellte Formel

Umstellung von Brüchen

Beispiel: Formel $n = \frac{l}{l_1 + s}$, Umstellung nach s

1 $n = \frac{l}{l_1 + s}$	$\cdot (l_1 + s)$	mit $(l_1 + s)$ multiplizieren	4 $n \cdot l_1 - n \cdot l_1 + n \cdot s = l - n \cdot l_1$	$: n$ subtrahieren dividieren durch n
2 $n \cdot (l_1 + s) = \frac{l \cdot (l_1 + s)}{(l_1 + s)}$		rechte Formelseite kürzen Klammer auflösen	5 $\frac{s \cdot n}{n} = \frac{l - n \cdot l_1}{n}$	kürzen mit n
3 $n \cdot l_1 + n \cdot s = l$	$-n \cdot l_1$	$-n \cdot l_1$ subtrahieren	6 $s = \frac{l - n \cdot l_1}{n}$	umgestellte Formel

Umstellung von Wurzeln

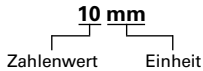
Beispiel: Formel $c = \sqrt{a^2 + b^2}$, Umstellung nach a

1 $c = \sqrt{a^2 + b^2}$	$(\)^2$	Formel quadrieren	4 $a^2 = c^2 - b^2$	$\sqrt{\quad}$ radizieren
2 $c^2 = a^2 + b^2$	$-b^2$	b^2 subtrahieren	5 $\sqrt{a^2} = \sqrt{c^2 - b^2}$	Ausdruck vereinfachen
3 $c^2 - b^2 = a^2 + b^2 - b^2$		subtrahieren, Seite tauschen	6 $a = \sqrt{c^2 - b^2}$	umgestellte Formel

Größen und Einheiten

Zahlenwerte und Einheiten

Physikalische Größe



Physikalische Größen, z. B. 125 mm, bestehen aus einem

- **Zahlenwert**, der durch Messung oder Berechnung ermittelt wird, und aus einer
- **Einheit**, z. B. m, kg

Die Einheiten sind nach DIN 1301-1 genormt (Seite 10).

Sehr große oder sehr kleine Zahlenwerte lassen sich durch Vorsatzzeichen als dezimale Vielfache oder Teile vereinfacht darstellen, z. B. 0,004 mm = 4 µm.

Dezimale Vielfache oder Teile von Einheiten

vgl. DIN 1301-2 (1978-02)

Zeichen	Vorsatz-Name	Zehnerpotenz	Mathematische Bezeichnung	Beispiele
T	Tera	10 ¹²	Billion	12000000000000 N = 12 · 10 ¹² N = 12 TN (Tera-Newton)
G	Giga	10 ⁹	Milliarde	45000000000 W = 45 · 10 ⁹ W = 45 GW (Giga-Watt)
M	Mega	10 ⁶	Million	8500000 V = 8,5 · 10 ⁶ V = 8,5 MV (Mega-Volt)
k	Kilo	10 ³	Tausend	12600 W = 12,6 · 10 ³ W = 12,6 kW (Kilo-Watt)
h	Hekto	10 ²	Hundert	500 l = 5 · 10 ² l = 5 hl (Hekto-Liter)
da	Deka	10 ¹	Zehn	32 m = 3,2 · 10 ¹ m = 3,2 dam (Deka-Meter)
-	-	10 ⁰	Eins	1,5 m = 1,5 · 10 ⁰ m
d	Dezi	10 ⁻¹	Zehntel	0,5 l = 5 · 10 ⁻¹ l = 5 dl (Dezi-Liter)
c	Zenti	10 ⁻²	Hundertstel	0,25 m = 25 · 10 ⁻² m = 25 cm (Zenti-Meter)
m	Milli	10 ⁻³	Tausendstel	0,375 A = 375 · 10 ⁻³ A = 375 mA (Milli-Ampere)
µ	Mikro	10 ⁻⁶	Millionstel	0,000052 m = 52 · 10 ⁻⁶ m = 52 µm (Mikro-Meter)
n	Nano	10 ⁻⁹	Milliardstel	0,000000075 m = 75 · 10 ⁻⁹ m = 75 nm (Nano-Meter)
p	Piko	10 ⁻¹²	Billionstel	0,000000000006 F = 6 · 10 ⁻¹² F = 6 pF (Pico-Farad)

Umrechnung von Einheiten

Berechnungen mit physikalischen Größen sind nur dann möglich, wenn sich ihre Einheiten jeweils auf eine Basis beziehen. Bei der Lösung von Aufgaben müssen Einheiten häufig auf Basiseinheiten umgerechnet werden, z. B. mm in m, h in s, mm² in m². Dies geschieht durch Umrechnungsfaktoren, die den Wert 1 (kohärente Einheiten) darstellen.

Umrechnungsfaktoren für Einheiten (Auszug)

Größe	Umrechnungsfaktoren, z. B.	Größe	Umrechnungsfaktoren, z. B.
Längen	$1 = \frac{10 \text{ mm}}{1 \text{ cm}} = \frac{1000 \text{ mm}}{1 \text{ m}} = \frac{1 \text{ m}}{1000 \text{ mm}} = \frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}}$	Zeit	$1 = \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} = \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}$
Flächen	$1 = \frac{100 \text{ mm}^2}{1 \text{ cm}^2} = \frac{100 \text{ cm}^2}{1 \text{ dm}^2} = \frac{1 \text{ cm}^2}{100 \text{ mm}^2} = \frac{1 \text{ dm}^2}{100 \text{ cm}^2}$	Winkel	$1 = \frac{60'}{1^\circ} = \frac{60''}{1'} = \frac{3600''}{1^\circ} = \frac{1^\circ}{60 \text{ s}}$
Volumen	$1 = \frac{1000 \text{ mm}^3}{1 \text{ cm}^3} = \frac{1000 \text{ cm}^3}{1 \text{ dm}^3} = \frac{1 \text{ cm}^3}{1000 \text{ mm}^3} = \frac{1 \text{ dm}^3}{1000 \text{ cm}^3}$	Zoll	$1 \text{ inch} = 25,4 \text{ mm}; 1 \text{ mm} = \frac{1}{25,4} \text{ inch}$

1. Beispiel:

Das Volumen $V = 3416 \text{ mm}^3$ ist in cm^3 umzurechnen.

Das Volumen V wird mit dem Umrechnungsfaktor multipliziert, der im Zähler die Einheit cm^3 und im Nenner die Einheit mm^3 aufweist.

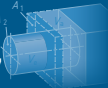
$$V = 3416 \text{ mm}^3 = \frac{1 \text{ cm}^3 \cdot 3416 \text{ mm}^3}{1000 \text{ mm}^3} = \frac{3416 \text{ cm}^3}{1000} = \mathbf{3,416 \text{ cm}^3}$$

2. Beispiel:

Die Winkelangabe $\alpha = 42^\circ 16'$ ist in Grad (°) auszudrücken.

Der Teilwinkel $16'$ muss in Grad (°) umgewandelt werden. Er wird mit dem Umrechnungsfaktor multipliziert, der im Zähler die Einheit Grad (°) und im Nenner die Einheit Minute (') hat.

$$\alpha = 42^\circ + 16' \cdot \frac{1^\circ}{60} = 42^\circ + \frac{16 \cdot 1^\circ}{60} = 42^\circ + 0,267^\circ = \mathbf{42,267^\circ}$$



Rechnen mit Größen, Prozentrechnung, Zinsrechnung

Rechnen mit Größen

Physikalische Größen werden mathematisch behandelt wie Produkte.

• Addition und Subtraktion

Bei gleichen Einheiten werden die Zahlenwerte addiert und die Einheit im Ergebnis übernommen.

Beispiel:

$$L = l_1 + l_2 - l_3 \text{ mit } l_1 = 124 \text{ mm, } l_2 = 18 \text{ mm, } l_3 = 44 \text{ mm; } L = ?$$

$$L = 124 \text{ mm} + 18 \text{ mm} - 44 \text{ mm} = (124 + 18 - 44) \text{ mm} = \mathbf{98 \text{ mm}}$$

• Multiplikation und Division

Die Zahlenwerte und die Einheiten entsprechen den Faktoren von Produkten.

Beispiel:

$$F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2 \text{ mit } F_1 = 180 \text{ N, } l_1 = 75 \text{ mm, } l_2 = 105 \text{ mm; } F_2 = ?$$

$$F_2 = \frac{F_1 \cdot l_1}{l_2} = \frac{180 \text{ N} \cdot 75 \text{ mm}}{105 \text{ mm}} = 128,57 \frac{\text{N} \cdot \text{mm}}{\text{mm}} = \mathbf{128,57 \text{ N}}$$

• Multiplizieren und Dividieren von Potenzen

Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert bzw. dividiert, indem die Exponenten addiert bzw. subtrahiert werden.

Beispiel:

$$W = \frac{A \cdot a^e}{e} \text{ mit } A = 15 \text{ cm}^2, a = 7,5 \text{ cm, } e = 2,4 \text{ cm; } W = ?$$

$$W = \frac{15 \text{ cm}^2 \cdot (7,5 \text{ cm})^2}{2,4 \text{ cm}} = \frac{15 \cdot 56,25 \text{ cm}^{2+2}}{2,4 \text{ cm}} = 351,56 \text{ cm}^{4-1} = \mathbf{351,56 \text{ cm}^3}$$

Regeln beim Potenzieren

a Basis
 $m, n \dots$ Exponenten

Multiplikation von Potenzen

$$a^2 \cdot a^3 = a^{2+3}$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Division von Potenzen

$$\frac{a^2}{a^3} = a^{2-3}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Sonderformen

$$a^{-2} = \frac{1}{a^2}$$

$$a^m = \frac{1}{a^{-m}}$$

$$a^1 = a$$

$$a^0 = 1$$

Prozentrechnung

Der **Prozentsatz** gibt den Teil des Grundwertes in Hundertstel an.

Der **Grundwert** ist der Wert, von dem die Prozente zu rechnen sind.

Der **Prozentwert** ist der Betrag, den die Prozente des Grundwertes ergeben.

P_s Prozentsatz, Prozent P_w Prozentwert G_w Grundwert

Beispiel:

Werkstückrohteilgewicht 250 kg (Grundwert); Abbrand 2% (Prozentsatz)
Abbrand in kg = ? (Prozentwert)

$$P_w = \frac{G_w \cdot P_s}{100\%} = \frac{250 \text{ kg} \cdot 2\%}{100\%} = \mathbf{5 \text{ kg}}$$

Prozentwert

$$P_w = \frac{G_w \cdot P_s}{100\%}$$

Zinsrechnung

K_0 Anfangskapital Z Zinsen t Laufzeit in Tagen,
 K_1 Endkapital p Zinssatz pro Jahr Verzinsungszeit

1. Beispiel:

$$K_0 = 2800,00 \text{ €; } p = 6 \frac{\%}{a}; t = \frac{1}{2} a; Z = ?$$

$$Z = \frac{2800,00 \text{ €} \cdot 6 \frac{\%}{a} \cdot 0,5 a}{100\%} = \mathbf{84,00 \text{ €}}$$

2. Beispiel:

$$K_0 = 4800,00 \text{ €; } p = 5,1 \frac{\%}{a}; t = 50 \text{ d; } Z = ?$$

$$Z = \frac{4800,00 \text{ €} \cdot 5,1 \frac{\%}{a} \cdot 50 \text{ d}}{100\% \cdot 360 \frac{d}{a}} = \mathbf{34,00 \text{ €}}$$

Zins

$$Z = \frac{K_0 \cdot p \cdot t}{100\% \cdot 360}$$

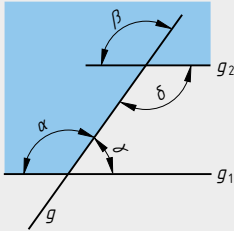
1 Zinsjahr (1 a) = 360 Tage (360 d)

360 d = 12 Monate

1 Zinsmonat = 30 Tage

Winkelarten, Strahlensatz, Winkel im Dreieck, Satz des Pythagoras

Winkelarten



- g Gerade
- g₁, g₂ parallele Geraden
- α, β Stufenwinkel
- β, δ Scheitelwinkel
- α, δ Wechselwinkel
- α, γ Nebenwinkel

Werden zwei Parallelen durch eine Gerade geschnitten, so bestehen unter den dabei gebildeten Winkeln geometrische Beziehungen.

Stufenwinkel

$$\alpha = \beta$$

Scheitelwinkel

$$\beta = \delta$$

Wechselwinkel

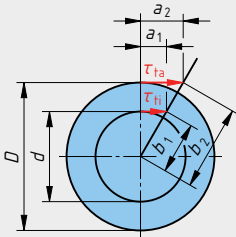
$$\alpha = \delta$$

Nebenwinkel

$$\alpha + \gamma = 180^\circ$$

Strahlensatz

- τ_{ta} Torsionsspannung außen
- τ_{ti} Torsionsspannung innen



Werden zwei Geraden durch zwei Parallelen geschnitten, so bilden die zugehörigen Strahlenabschnitte gleiche Verhältnisse.

Beispiel:

- D = 40 mm, d = 30 mm,
- τ_{ta} = 135 N/mm²; τ_{ti} = ?

$$\frac{\tau_{ti}}{\tau_{ta}} = \frac{d}{D} \Rightarrow \tau_{ti} = \frac{\tau_{ta} \cdot d}{D}$$

$$= \frac{135 \text{ N/mm}^2 \cdot 30 \text{ mm}}{40 \text{ mm}} = 101,25 \text{ N/mm}^2$$

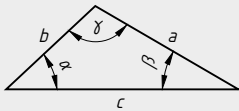
Strahlensatz

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{d}{2}$$

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}$$

$$\frac{b_1}{d} = \frac{b_2}{D}$$

Winkelsumme im Dreieck



- a, b, c Dreiecksseiten
- α, β, γ Winkel im Dreieck

Beispiel:

$$\alpha = 21^\circ, \beta = 95^\circ, \gamma = ?$$

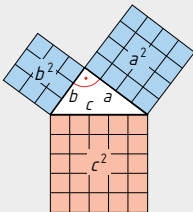
$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta = 180^\circ - 21^\circ - 95^\circ = 64^\circ$$

Winkelsumme im Dreieck

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

In jedem Dreieck ist die Winkelsumme 180°.

Lehrsatz des Pythagoras



Im **rechtwinkligen Dreieck** ist das Hypotenusenquadrat flächengleich der Summe der beiden Kathetenquadrate.

- a Kathete
- b Kathete
- c Hypotenuse

1. Beispiel:

$$c = 35 \text{ mm}; a = 21 \text{ mm}; b = ?$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{(35 \text{ mm})^2 - (21 \text{ mm})^2} = 28 \text{ mm}$$

2. Beispiel:

CNC-Programm mit R = 50 mm und I = 25 mm.

$$K = ?$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$R^2 = I^2 + K^2$$

$$K = \sqrt{R^2 - I^2} = \sqrt{50^2 \text{ mm}^2 - 25^2 \text{ mm}^2}$$

$$K = 43,3 \text{ mm}$$

Quadrat über der Hypotenuse

$$c^2 = a^2 + b^2$$

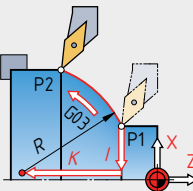
Länge der Hypotenuse

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Länge der Katheten

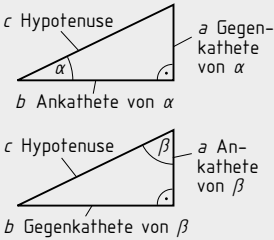
$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$



Funktionen im Dreieck

Funktionen im rechtwinkligen Dreieck (Winkelfunktionen)

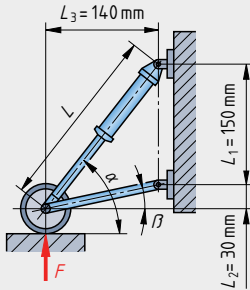


c Hypotenuse (längste Seite)
 a, b Katheten
 Bezogen auf den Winkel α ist
 - b die Ankathete und
 - a die Gegenkathete
 α, β, γ Winkel im Dreieck, mit $\gamma = 90^\circ$
 sin Schreibweise für Sinus
 cos Schreibweise für Kosinus
 tan Schreibweise für Tangens
 sin α Sinus des Winkels α

Winkelfunktionen

Sinus	=	$\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$
Kosinus	=	$\frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$
Tangens	=	$\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$
Kotangens	=	$\frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$

M



1. Beispiel
 $L_1 = 150 \text{ mm}, L_2 = 30 \text{ mm}, L_3 = 140 \text{ mm};$
 Winkel $\alpha = ?$
 $\tan \alpha = \frac{L_1 + L_2}{L_3} = \frac{180 \text{ mm}}{140 \text{ mm}} = 1,286$
Winkel $\alpha = 52^\circ$

Bezogen auf den Winkel α ist:

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} \quad \cos \alpha = \frac{b}{c} \quad \tan \alpha = \frac{a}{b}$$

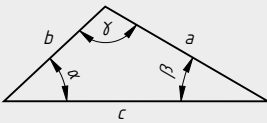
Bezogen auf den Winkel β ist:

$$\sin \beta = \frac{b}{c} \quad \cos \beta = \frac{a}{c} \quad \tan \beta = \frac{b}{a}$$

2. Beispiel
 $L_1 = 150 \text{ mm}, L_2 = 30 \text{ mm}, \alpha = 52^\circ;$
 Länge des Stoßdämpfers $L = ?$
 $L = \frac{L_1 + L_2}{\sin \alpha} = \frac{180 \text{ mm}}{\sin 52^\circ} = 228,42 \text{ mm}$

Die Berechnung eines Winkels in Grad ($^\circ$) oder als Bogenmaß (rad) erfolgt mit der Arcus-Funktion, z.B. arcsin.

Funktionen im schiefwinkligen Dreieck (Sinussatz, Kosinussatz)



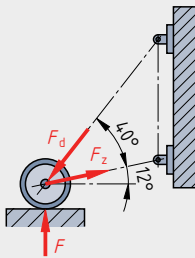
Im Sinussatz entsprechen die Seitenverhältnisse dem Sinus der entsprechenden Gegenwinkel im Dreieck. Aus einer Seite und zwei Winkeln lassen sich die anderen Werte berechnen.

Seite a \rightarrow Gegenwinkel α
 Seite b \rightarrow Gegenwinkel β
 Seite c \rightarrow Gegenwinkel γ

Sinussatz

$$a : b : c = \sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$



Beispiel
 $F = 800 \text{ N}, \alpha = 40^\circ, \beta = 38^\circ; F_z = ?, F_d = ?$
 Die Berechnung erfolgt jeweils aus dem Kräfteplan.
 $\frac{F}{\sin \alpha} = \frac{F_z}{\sin \beta} \Rightarrow F_z = \frac{F \cdot \sin \beta}{\sin \alpha}$
 $F_z = \frac{800 \text{ N} \cdot \sin 38^\circ}{\sin 40^\circ} = 766,24 \text{ N}$
 $\frac{F}{\sin \alpha} = \frac{F_d}{\sin \varphi} \Rightarrow F_d = \frac{F \cdot \sin \varphi}{\sin \alpha}$
 $F_d = \frac{800 \text{ N} \cdot \sin 102^\circ}{\sin 40^\circ} = 1217,38 \text{ N}$

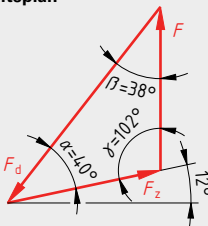
Viefältige Umstellungen sind möglich:

$$a = \frac{b \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c \cdot \sin \alpha}{\sin \gamma}$$

$$b = \frac{a \cdot \sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{c \cdot \sin \beta}{\sin \gamma}$$

$$c = \frac{a \cdot \sin \gamma}{\sin \alpha} = \frac{b \cdot \sin \gamma}{\sin \beta}$$

Kräfteplan



Die Berechnung eines Winkels in Grad ($^\circ$) oder als Bogenmaß (rad) erfolgt mit der Arcus-Funktion, z.B. arccos.

Kosinussatz

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$$

Umstellung, z.B.

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}$$