



EUROPA-FACHBUCHREIHE
für elektrotechnische Berufe

Rechenbuch Elektrotechnik

Ein Lehr- und Übungsbuch zur Grund- und Fachstufe

21. neu überarbeitete Auflage

Bearbeitet von Lehrern an beruflichen Schulen und von Ingenieuren (siehe Rückseite)

Leitung des Arbeitskreises und Lektorat: Klaus Tkotz

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 30766

Autoren des Rechenbuchs Elektrotechnik:

Eichler, Walter	Otterberg
Feustel, Bernd	Kirchheim
Isele, Dieter	Lauterach
Käppel, Thomas	Münchberg
König, Werner	Boxberg
Tkotz, Klaus	Kronach
Winter, Ulrich	Kaiserslautern

Lektorat und Leitung des Arbeitskreises:

Klaus Tkotz

Bildentwürfe und Layoutentwurf:

Die Autoren

Firmenverzeichnis:

Die Autoren und der Verlag bedanken sich bei den nachfolgenden Firmen für die Unterstützung

AEG Zähler GmbH, 31785 Hameln
Casio.Europe GmbH, 22848 Norderstedt
Hameg Instruments, 60528 Frankfurt
Richard Hirschmann GmbH & Co, 72606 Nürtingen
Kopp GmbH & Co. KG, 63796 Kahl
LEDON Lamp GmbH, A-6890 Lustenau
Varta GmbH, 30419 Hannover

Bildbearbeitung:

Zeichenbüro des Verlages Europa-Lehrmittel GmbH & Co. KG, 73760 Ostfildern

21. Auflage 2017

Druck 5 4 3 2

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da bis auf die Behebung von Druckfehlern untereinander unverändert.

ISBN 978-3-8085-3529-5

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2017 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
<http://www.europa-lehrmittel.de>

Umschlag: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald
Umschlagidee: Klaus Tkotz
Satz: Tutte Druckerei GmbH, 94121 Salzweg
Druck: mediaprint solutions GmbH, 33100 Paderborn

● Allgemeines

- Vorwort 4
- Lernfeldhinweise 5
- Inhaltsverzeichnis (ausführlich) 6
- Sachwortverzeichnis 282

● Inhaltsverzeichnis (Kurzform)

- 1 Technische Mathematik 9
- 2 Physikalische Grundlagen 28
- 3 Elektrotechnische Grundlagen 40
- 4 Arbeiten mit Kennlinien 72
- 5 Elektrisches Feld 78
- 6 Magnetisches Feld 84
- 7 Wechselstrom- und Drehstromtechnik ... 92
- 8 Messtechnik 135
- 9 Elektronik 146
- 10 Schutzmaßnahmen 192
- 11 Anlagen- und Gebäudetechnik 199
- 12 Elektrische Maschinen 228
- 13 Regelungstechnik 255
- 14 Aufgaben zur Prüfungsvorbereitung 262
- 15 Datenblätter 272

● Datenblätter

- Verlegearten von Kabeln und Leitungen .. 271
- Strombelastbarkeit von Kabeln und Leitungen, Umrechnungsfaktoren 272
- Betriebsdaten von Drehstrommotoren 274
- Betriebsdaten von Kleintransformatoren .. 274
- Auslöse-Kennlinien von Überstrom-Schutzeinrichtungen 275
- Elektro-Kalkulationshilfen, E-Reihen 276
- Licht- und Beleuchtungstechnik 277
- Antennentechnik 278
- Z-Dioden, Leuchtdioden 280
- Gleichrichterdiode BYT 79/..., Transistor BC107 281

● Nützliches

- Formelzeichen (vordere und hintere Innenumschlagseite)
- Wichtige Winkelfunktionswerte (hintere Innenumschlagseite)
- Griechisches Alphabet (hintere Innenumschlagseite)

Kapitelnummer
und Symbole

1



2



3



4



5



6



7



8



9



10



11



12



13



14



15



Liebe Leserin, lieber Leser,

das **Rechenbuch Elektrotechnik** dient der Aus- und Weiterbildung im Berufsfeld Elektrotechnik.

Aufbau des Buches

- Jedes Aufgabengebiet beginnt mit einer kurzen Einführung, gefolgt von einem Rechenbeispiel.
- Die Reihenfolge der Aufgaben ist von leicht nach schwer.
- Schwierige Aufgaben haben einen grünen Punkt ● vor der Aufgabennummer.
- Formeln und Legenden sowie Bilder sind in Blöcken zusammengefasst.
- Ab Seite 262 findet man eine Auswahl von Prüfungsaufgaben.
- Am Buchende, ab Seite 271, sind wichtige Datenblätter, die zum Lösen mancher Aufgaben benötigt werden.

Hilfen zum Rechenbuch Elektrotechnik


Zusätzlich gibt es:


- Ein ausführliches Lösungsbuch (rechtes Bild),
- ein weiteres Buch „Prüfungsvorbereitung Fachrechnen Elektrotechnik“ und
- eine Formelsammlung „Formeln für Elektrotechniker“.


Auf einen Blick

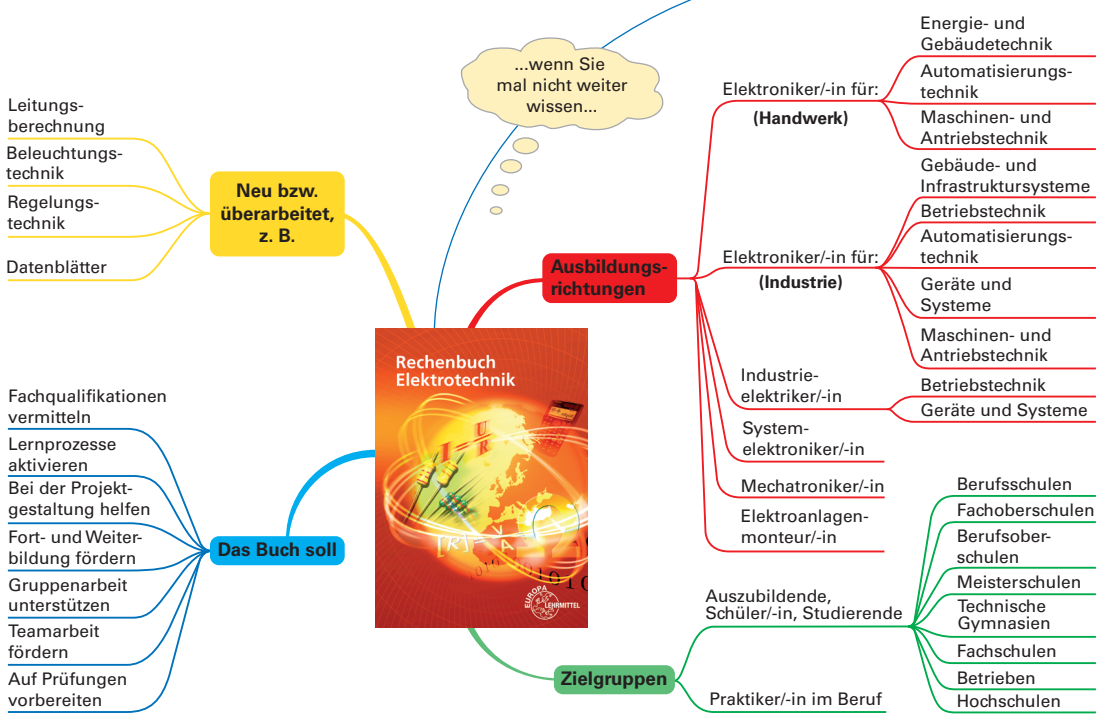
Weiter führende Informationen findet man im folgenden Mind-Map-Bild.

**Buch-
symbole**

 Taschenrechnerbenutzung

 Seitenhinweis zur Stoffvertiefung

 Ergänzende Information



Was können wir für Sie noch besser machen?
Schreiben Sie uns unter: lektorat@europa-lehrmittel.de

Die Autoren und der Verlag Europa-Lehrmittel wünschen Ihnen für Ihre Ausbildung und berufliche Tätigkeit viel Erfolg.

1 Technische Mathematik 9

1.1	Elektronischer Taschenrechner (ETR)	9
1.2	Grundrechnungsarten	10
1.2.1	Zahlen, Addition und Subtraktion	10
1.2.2	Multiplikation und Division	11
1.3	Rechnen mit Brüchen	12
1.4	Potenzen und Wurzeln	13
1.4.1	Potenzen	13
1.4.2	Wurzeln	14
1.5	Logarithmen	15
1.5.1	Rechnen mit Logarithmen	15
1.5.2	Logarithmische Massstäbe	16
1.6	Gleichungen und Formeln	17
1.6.1	Arbeiten mit Gleichungen	17
1.6.2	Arbeiten mit Formeln	18
1.6.3	Verhältnisgleichungen, Dreisatzrechnen	20
1.6.4	Verhältnisgleichungen, Prozentrechnen	20
1.7	Funktionen	21
1.8	Rechnen am Dreieck	23
1.8.1	Satz des Pythagoras	23
1.8.2	Winkelfunktionen	24
1.8.3	Winkel im Grad- und Bogenmaß	25
1.8.4	Rechnen am beliebigen Dreieck	26
1.9	Runden	27

2 Physikalische Grundlagen .. 28

2.1	Vorsätze	28
2.2	Kreisumfang, gestreckte Länge	29
2.3	Flächen	30
2.4	Rauminhalt und Masse	31
2.5	Berechnung von Spulen	32
2.6	Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit	34
2.6.1	Gleichförmige Bewegung	34
2.6.2	Kreisförmige Bewegung	35
2.7	Kräfte	36
2.8	Moment und Hebel	37
2.9	Mechanische Arbeit	38
2.10	Mechanische Leistung	39

3 Elektrotechnische Grundlagen 40

3.1	Umrechnen von Einheiten	40
3.2	Stromstärke und Ladung	40
3.3	Elektrische Spannung	41
3.4	Widerstand und Leitwert	41
3.5	Ohmsches Gesetz	41
3.6	Stromdichte	43
3.7	Elektrischer Widerstand	44
3.7.1	Leiterwiderstand	44
3.7.2	Widerstand und Temperatur	45
3.7.3	Übertemperatur	46
3.8	Schaltung von Widerständen	47
3.8.1	Reihenschaltung von Widerständen	47
3.8.2	Parallelschaltung von Widerständen	49
3.8.3	Gemischte Schaltungen (Gruppenschaltungen)	51
3.8.4	Spannungsteiler	54
3.8.5	Abgegliche Brückenschaltung	56
3.8.6	Unabgeglichene Brückenschaltung	57

3.9	Elektrische Leistung und Arbeit	58
3.9.1	Elektrische Leistung	58
3.9.2	Elektrische Arbeit	59
3.9.3	Leistungsbestimmung mit dem Zähler	60
3.9.4	Wirkungsgrad	61
3.10	Wärmeenergie	62
3.10.1	Wärmemenge und Wassermischung	62
3.10.2	Elektrowärme und Wärmenutzungsgrad	63
3.11	Spannungserzeuger	64
3.11.1	Galvanische Elemente	64
3.11.2	Schaltung von Spannungserzeugern	65
3.11.3	Anpassung	67
3.11.4	Ersatzquellen	68
3.11.5	Laden und Entladen von Akkumulatoren	69
3.11.6	Fotovoltaik und Solarmodul	70

4 Arbeiten mit Kennlinien 72

4.1	Lineare Widerstände	72
4.2	Logarithmische Darstellung	73
4.3	Nichtlineare Widerstände	73
4.4	Ermittlung des Arbeitspunktes	75
4.4.1	Reihenschaltung linearer Widerstände	75
4.4.2	Reihenschaltung linearer und nichtlinearer Widerstände	76
4.5	Statischer und differentieller Widerstand	77

5 Elektrisches Feld 78

5.1	Elektrische Feldstärke	78
5.2	Kapazität von Plattenkondensatoren	79
5.3	Ladung und Energie bei Kondensatoren	80
5.4	Schaltungen von Kondensatoren	81
5.5	Laden und Entladen von Kondensatoren	82
5.5.1	Kondensatorspannung und Zeit	82
5.5.2	Kondensatorstrom und Zeit	83

6 Magnetisches Feld 84

6.1	Größen des magnetischen Feldes	84
6.1.1	Durchflutung und Feldstärke	84
6.1.2	Magnetischer Fluss, magnetische Flussdichte, Permeabilität	85
6.1.3	Arbeiten mit Magnetisierungskennlinien	86
6.2	Magnetische Kreise	87
6.3	Magnetische Feldkräfte	89
6.4	Elektromagnetische Induktion	90
6.5	Spule an Gleichspannung	91

**7 Wechselstrom- und Drehstrom-
technik 92**

7.1	Kenngrößen der Wechselstromtechnik	92
7.2	Winkel und Winkelfunktionen	93
7.3	Augenblickswert sinusförmiger Wechselspannungen und -ströme	94
7.4	Addition sinusförmiger Wechselgrößen gleicher Frequenz	96
7.4.1	Addition von Wechselgrößen im Zeigerbild	96

7.4.2	Addition sinusförmiger Wechselgrößen im Liniendiagramm	97
7.5	Wechselstromkreis mit idealen Widerständen	98
7.5.1	Ohmscher Widerstand im Wechselstromkreis (Wirkwiderstand)	98
7.5.2	Induktivität im Wechselstromkreis (ideale Spule)	99
7.5.3	Kapazität im Wechselstromkreis (idealer Kondensator)	100
7.5.4	Schaltungen von idealen Induktivitäten und idealen Kapazitäten	101
7.6	Reihenschaltungen bei gemischter Belastung	102
7.6.1	Wirkwiderstand und induktiver Blindwiderstand in Reihe	102
7.6.2	Verlustwinkel und Gütefaktor einer Spule	104
7.6.3	Reihenschaltung realer Spulen	105
7.6.4	Wirkwiderstand und kapazitiver Blindwiderstand in Reihe	106
7.6.5	Wirkwiderstand, induktiver Blindwiderstand und kapazitiver Blindwiderstand in Reihe	108
7.7	Parallelschaltungen bei gemischter Belastung	110
7.7.1	Wirkwiderstand und induktiver Blindwiderstand parallel	110
7.7.2	Parallelschaltung mehrerer Spulen	112
7.7.3	Wirkwiderstand und kapazitiver Blindwiderstand parallel	114
7.7.4	Verlustwinkel und Gütefaktor eines Kondensators	116
7.7.5	Wirkwiderstand, induktiver Blindwiderstand und kapazitiver Blindwiderstand parallel	117
7.8	Schwingkreise	119
7.8.1	Reihenschwingkreis	119
7.8.2	Parallelschwingkreis	120
7.9	Leistung bei Wechselstrom	121
7.10	Siebschaltungen	122
7.10.1	RL-Hochpass und RL-Tiefpass	122
7.10.2	RC-Hochpass und RC-Tiefpass	123
7.11	Dreiphasenwechselstrom (Drehstrom)	124
7.11.1	Sternschaltung	124
	• Sternschaltung, symmetrische Last	124
	• Sternschaltung, unsymmetrische, gleichartige Last	125
	• Sternschaltung, unsymmetrische, ungleichartige Last	126
7.11.2	Dreieckschaltung	127
	• Dreieckschaltung, symmetrische Last	127
	• Dreieckschaltung, unsymmetrische und gleichartige Last	128
	• Dreieckschaltung, unsymmetrische und ungleichartige Last	129
7.11.3	Leistung bei Dreiphasenwechselstrom	130
7.12	Kompensation	132
7.12.1	Kompensation bei Wechselstromverbrauchern	132
7.12.2	Kompensation bei Drehstromverbrauchern	134

8 Messtechnik 135

8.1	Analoge Messgeräte	135
8.1.1	Anzeigefehler bei analogen Messgeräten	135
8.1.2	Eigenverbrauch von analogen Messgeräten	136
8.2	Digitale Messgeräte	137

	Anzeige und Messfehler	137
8.3	Echtheffektivwertmessung und Messkategorie	138
8.4	Indirekte Widerstandsermittlung	140
8.5	Messen über Messwandler	141
8.6	Messen mit dem Oszilloskop	143

9 Elektronik 146

9.1	Kühlung elektronischer Bauelemente	146
9.2	Leuchtdioden	147
9.3	Gleichrichter	148
9.3.1	Gleichrichterschaltungen	148
9.3.2	Glättung und Siebung	150
9.4	Bipolarer Transistor	152
9.4.1	Kennwerte	152
9.4.2	Arbeiten mit Transistorkennlinien	153
9.4.3	Arbeitspunkteinstellung	154
9.4.4	Arbeitspunktstabilisierung	155
9.4.5	Wechselstromverstärker in Emitterschaltung	156
9.5	Spannungsstabilisierung	158
9.5.1	Z-Diode	158
9.5.2	Parallelstabilisierung mit Z-Diode	159
9.5.3	Reihenstabilisierung	160
9.5.4	Spannungsstabilisierung mit Spannungsreglern	161
9.6	Transistor als Schalter	162
9.7	Kippschaltungen	163
9.7.1	Astabile Kippschaltung	163
9.7.2	Monostabile Kippschaltung	164
9.7.3	Schmitt-Trigger	165
9.8	Feldeffekttransistor (FET)	166
9.8.1	Kenngrößen des Feldeffekttransistors	166
9.8.2	Einstellung des Arbeitspunktes	167
9.8.3	Arbeiten mit Kennlinien beim FET	169
9.9	Operationsverstärker	169
9.9.1	Invertierender Operationsverstärker	169
9.9.2	Nichtinvertierender Operationsverstärker	169
9.9.3	Summierverstärker (Addierer)	170
9.9.4	Differenzverstärker (Subtrahierer)	171
9.9.5	Integrierer	172
9.9.6	Differenzierer	173
9.10	Thyristoren und Triacs	174
9.10.1	Zünden von Thyristoren und Triacs	174
9.10.2	Gesteuerte Gleichrichter	174
9.10.3	Wechselstromsteller, Vielperiodensteuerung	176
9.11	Digitaltechnik	177
9.11.1	Zahlensysteme	178
	• Umwandlung von Dual- und Sedezimalzahlen in Dezimalzahlen	178
	• Umwandlung von Dezimal- in Dual- oder in Sedezimalzahlen	178
	• Umwandlung von Sedezimalzahlen und Dualzahlen	179
9.11.2	Rechnen mit Dualzahlen	180
9.11.3	BCD-Code	180
9.11.4	Schaltalgebra	181
	• Rechenregeln für eine Variable und Umkehrterme	181
	• Kommutativgesetze	182
	• Assoziativgesetze	182
	• Distributivgesetze	182
	• Umkehrgesetze für mehrere Variablen	183
	• Schaltungen in NAND- oder in NOR-Technik	184

9.11.5	Analyse und Synthese von Binärschaltungen	185
	• Analyse von Binärschaltungen	185
	• Synthese von Binärschaltungen	186
9.11.6	Minimieren von Schaltnetzwerken	187
	• Algebraisches Minimieren	187
	• KV-Diagramm	188
9.12	Datenmengen und Datenübertragungsrate	190
9.12.1	Datenmengen	190
9.12.2	Datenübertragungsrate	191

10 Schutzmaßnahmen in elektrischen Anlagen 192

10.1	Schutzmaßnahmen	192
10.1.1	Fehlerstromkreis	192
10.1.2	Isolationswiderstand von Fußböden oder Wänden	193
10.1.3	Schutzmaßnahmen im TN-System	193
10.1.4	Schutzmaßnahmen im TT-System	193
10.1.5	Kurzschlusschutz von isolierten Leitungen und Kabeln	197
10.1.6	Fehlerstrom-Schutzeinrichtung (RCD)	198

11 Anlagen- u. Gebäudetechnik 199

11.1	Projektierung elektrischer Leitungen	199
11.1.1	Unverzweigte Leitungen für Gleichstrom	199
11.1.2	Unverzweigte Leitungen für Wechselstrom	201
11.1.3	Unverzweigte Leitungen für Drehstrom	203
11.1.4	Verzweigte Leitungen für Wechselstrom	204
11.1.5	Verzweigte Leitungen für Drehstrom	206
11.1.6	Ringleitungen	208
11.1.7	Leitungen mit Oberschwingungen	210
11.2	Beleuchtungstechnik	212
11.2.1	Lichtstrom und Lichtausbeute	212
11.2.2	Energieeffizienzklasse	212
11.2.3	Beleuchtungsstärke und Beleuchtungswirkungsgrad	213
11.2.4	Lichtstärke und Lichtstärkeverteilung	214
11.2.5	Entfernungsgesetz	215
11.2.6	Leuchtdichte	215
11.2.7	Raumindex	216
11.2.6	Beleuchtungswirkungsgrad bei Innenraumbeleuchtung	216
11.2.7	Ermittlung der Lampenzahl nach dem Wirkungsgradverfahren	217
11.3	Antennentechnik	218
11.3.1	Verstärkungsfaktor, Dämpfungsfaktor	218
11.3.2	Verstärkungsmaß, Dämpfungsmaß	219
11.3.3	Pegel	220
11.3.4	Mechanische Sicherheit von Antennenanlagen	222
11.4	Kostenrechnen	224
11.4.1	Rechnungspreis und Gewinn	224
11.4.2	Kostenarten	224
11.5	Handelskalkulation	225
11.6	Angebotserstellung	226

12 Elektrische Maschinen 228

12.1	Transformatoren	228
12.1.1	Einphasentransformatoren	228
12.1.2	Transformatoren für Dreiphasenwechselstrom	237
12.2	Antriebstechnik	239
12.2.1	Leistung, Drehzahl und Drehmoment	239
12.2.2	Übersetzungen, Riemetrieb	240
12.2.3	Zahnradtrieb	241
12.2.4	Schneckentrieb	241
12.2.5	Mehrfache Übersetzung	243
12.3	Umlaufende elektrische Maschinen	244
12.3.1	Drehfeld Drehzahl	244
12.3.2	Synchronmaschine	244
12.3.3	Zahnläufer und Schrittmotor	246
12.3.4	Drehstromasynchronmotor	247
12.3.5	Wechselstromasynchronmotor	249
12.3.6	Asynchrone Frequenzumformer	250
12.3.7	Gleichstrommotoren	251
	• Fremderregter Gleichstrommotor	251
	• Gleichstrom-Nebenschlussmotor	252
	• Gleichstrom-Reihenschlussmotor	253
12.3.8	Gleichstromgeneratoren	254

13 Regelungstechnik 255

13.1	Unstetiges Regeln	255
13.2	Stetiges Regeln	257
13.2.1	Regeln mit Proportionalverhalten	257
13.2.2	Operationsverstärker als Regler	259
13.2.3	Einstellen eines stetigen Reglers	261

14 Aufgaben zur Prüfungsvorbereitung 262

Aufgaben	262
Rechenergebnisse	270

15 Datenblätter 268

• Verlegearten von Kabeln und Leitungen	271
• Strombelastbarkeit von Kabeln und Leitungen, Umrechnungsfaktoren	272
• Oberschwingungen	273
• Betriebsdaten von Drehstrommotoren	274
• Betriebsdaten von Kleintransformatoren	274
• Auslösekennlinien von Überstrom-Schutzeinrichtungen	275
• Elektro-Kalkulationshilfen, E-Reihen	276
• Licht- und Beleuchtungstechnik (1)	277
• Licht- und Beleuchtungstechnik (2)	278
• Antennentechnik	279
• Z-Dioden, Leuchtdioden	280
• Gleichrichterdiode BYT79/..., Transistor BC107	281
Sachwortverzeichnis	282

Inhaltsübersicht zu Lernfeldern (Beispiele)

LF	Elektroniker/in für				Lernfeldinhalt (Grundstufe LF 1...4, Fachstufe LF 5...13)	Buchseiten (Beispiele)
	MA	BT	EG	AT*		
1	x	x	x	x	<ul style="list-style-type: none"> ● Elektrotechnische Systeme analysieren und Funktionen prüfen 	<ul style="list-style-type: none"> ● Elektrotechnische Grundlagen 40 ● Schaltung von Widerständen 47 ● Elektrische Leistung und Arbeit 58 ● Arbeiten mit Kennlinien 72 ● Elektrisches Feld 78 ● Wechselstrom 92 ● Gefahren des elektrischen Stromes 192 ● Messverfahren, Oszilloskop 135, 143 ● Elektronische Bauelemente 146 ● E-Reihen 276
2	x	x	x	x	<ul style="list-style-type: none"> ● Elektrische Installationen planen und ausführen 	<ul style="list-style-type: none"> ● Spannungserzeuger 64, 92, 124 ● Auftragsplanung 226 ● Auswahl v. Kabel u. Leitungen 199 ● Leitungsdimensionierung 199 ● Überstrom-Schutzeinrichtungen 275 ● Angebotserstellung, Kostenberechnung, Rechnungserstellung 224
3	x	x	x	x	<ul style="list-style-type: none"> ● Steuerungen analysieren und anpassen 	<ul style="list-style-type: none"> ● Digitaltechnik 177 ● Analyse u. Synthese v. Binärschaltungen 185 ● Schaltnetzwerke 187 ● Kippschaltungen 163 ● Magnetisches Feld 84
4	x	x	x	x	<ul style="list-style-type: none"> ● Informationstechnische Systeme bereitstellen 	<ul style="list-style-type: none"> ● Vorsätze 28 ● Zahlensysteme 177 ● Rechnen mit Dualzahlen 180
5	x	x	x	x	<ul style="list-style-type: none"> ● Elektroenergieversorgung und Sicherheit von Betriebsmitteln gewährleisten 	<ul style="list-style-type: none"> ● Wechselstromtechnik 92 ● Dreiphasenwechselstrom 124 ● Schutzmaßnahmen 192 ● Fehlerstrom-Schutzeinrichtung 198 ● Netzsysteme 193 ● Gleichrichter, Netzteile 148, 158
6		x	x	x	<ul style="list-style-type: none"> ● Anlagen und Geräte analysieren und prüfen ● Geräte und Baugruppen in Anlagen analysieren und prüfen ● Elektrische Maschinen herstellen und prüfen 	<ul style="list-style-type: none"> ● Schutzmaßnahmen 192 ● Elektrische Maschinen 228 ● Messtechnik 135 ● Elektronik 146
7	x	x	x	x	<ul style="list-style-type: none"> ● Steuerungen für Anlagen programmieren und realisieren ● Betriebsverhalten elektrischer Maschinen analysieren 	<ul style="list-style-type: none"> ● Schaltnetzwerke 187 ● Elektrische Maschinen 228
8	x	x	x	x	<ul style="list-style-type: none"> ● Antriebssysteme auswählen und integrieren ● Elektrische Maschinen und mechanische Komponenten integrieren 	<ul style="list-style-type: none"> ● Antriebstechnik 239 ● Drehstrommaschinen 247 ● Gleichstrommaschinen 251 ● Schrittmotoren 246 ● Leistungselektronik 174
9		x	x	x	<ul style="list-style-type: none"> ● Steuerungs- und Kommunikationssysteme integrieren ● Kommunikationssysteme in Wohn- und Zweckbauten planen und realisieren ● Gebäudetechnische Anlagen ausführen und in Betrieb nehmen ● Elektrische Maschinen in Stand setzen 	<ul style="list-style-type: none"> ● Leitungen 199 ● Leitungsdimensionierung 199, 271 ● Antennenanlagen 218 ● Licht- und Beleuchtungstechnik 212 ● Daten von Drehstrommotoren 274
10		x	x	x	<ul style="list-style-type: none"> ● Automatisierungssysteme in Betrieb nehmen und übergeben ● Elektrische Anlagen der Haustechnik in Betrieb nehmen und in Stand halten ● Energietechnische Anlagen errichten und in Stand halten ● Steuerungen und Regelungen für elektrische Maschinen auswählen und anpassen 	<ul style="list-style-type: none"> ● Elektrische Anlagentechnik 199 ● Leistungselektronik 174 ● Transformatoren 228 ● Licht- und Beleuchtungstechnik 212 ● Regelungstechnik 255
11		x	x	x	<ul style="list-style-type: none"> ● Automatisierungssysteme in Stand halten und optimieren ● Energietechnische Anlagen errichten, in Betrieb nehmen und in Stand setzen ● Automatisierte Anlagen in Betrieb nehmen und in Stand halten ● Elektrische Maschinen in technische Systeme integrieren 	<ul style="list-style-type: none"> ● Elektrische Anlagentechnik 199 ● Transformatoren 228 ● Kostenrechnen 224 ● Anlagentechnik 199 ● Leistungselektronik 174 ● Elektromotoren 244
12		x	x	x	<ul style="list-style-type: none"> ● Automatisierungssysteme planen ● Energie- und gebäudetechnische Anlagen planen und realisieren ● Elektrotechnische Anlagen planen und realisieren ● Antriebssysteme in Stand halten 	<ul style="list-style-type: none"> ● Elektrische Anlagentechnik 199 ● Leistungsberechnung 201 ● Verlegearten v. Kabeln u. Leitungen 271 ● Kennlinien Überstrom-Schutzeinrichtungen 275 ● Antennenanlagen 218
13		x	x	x	<ul style="list-style-type: none"> ● Automatisierungssysteme realisieren ● Energie- und gebäudetechnische Anlagen in Stand halten und ändern ● Elektrotechnische Anlagen in Stand halten und ändern ● Antriebssysteme anpassen und optimieren 	<ul style="list-style-type: none"> ● Schutzmaßnahmen 192 ● Elektromotoren 244 ● Daten von Drehstrommotoren 243 ● Analyse u. Synthese v. Binärschaltungen 185

*AT: Automatisierungstechnik, EG: Energie- und Gebäudetechnik, BT: Betriebstechnik, MA: Maschinen- und Antriebstechnik



1 Technische Mathematik

1.1 Elektronischer Taschenrechner (ETR)

In der Elektrotechnik verwendet man technisch-mathematische Taschenrechner (**Bild**). Sie bieten eine Fülle mathematischer Funktionen. Dazu haben die Tasten auf verschiedenen Ebenen unterschiedliche Funktionen.

Wichtig: Die Bedienungsanleitungen der verschiedenen Hersteller und Typen sind zu beachten.

Die Eingaben bei neuen Taschenrechnern entsprechen der Schreibweise von links nach rechts, z. B. $\sin 30$. Diese Form der Eingabe wird als „natürliches Display“ bezeichnet.

- Wichtige Funktionstasten (Beispiele) und deren Verwendung:**
- \sin Sinustaste: Wechselspannung, **Seite 93**
 - $\sqrt{\quad}$ Quadratwurzel: Verkettungsfaktor, **Seite 123**
 - (e^x) e-Funktionstaste: Kondensatorspannung, **Seite 82**
 - \log Zehnerlogarithmus: Verstärkungsmaß, **Seite 219**
 - $\times 10^x$ Zehnerpotenz, **Seite 219**

Flüssigkristallanzeige (LC-Display): Eingabezeile, Ergebniszeile

- [SHIFT] : Eingabe der zweiten Tastenbelegung
- [ALPHA] : Eingabe der dritten Tastenbelegung
- [] : Bruchrechnung
- [] : Gemischter Bruch
- $\sqrt{\quad}$: Quadratwurzel
- x^2 : Quadratzahl
- [-] : Negatives Vorzeichen
- (STO) : Wert speichern
- [RCL] : Speicher aufrufen
- [ENG] : Darstellung in Potenzschreibweise
- [0] - [9] : Zahlenblock
- [.] : Komma
- (π) : Kreiszahl*
- (e^x) : e-Funktion**

- [] [] [] [] : Cursortasten
- [MODE] : Verschiedene Betriebsmodi einstellen
- [ON] : Einschalten
- x^{\square} : Potenz
- \log : 10er Logarithmus
- \ln : Natürlicher Logarithmus
- \sin \cos \tan : Trigonometrische Funktionen
- [()] : Klammer
- [DEL] : Löschen
- [+] [-] [x] [:] : Grundrechenarten
- [=] : Eingabe beenden, Ergebnis im Antwortspeicher ablegen
- [Ans] : Antwortspeicher aufrufen
- $\times 10^x$: Zehnerpotenz

Bild: Elektronischer Taschenrechner (ETR)

* Kreiszahl: $\pi = 3,14159\dots$ ** Eulersche Zahl: $e = 2,71828\dots$

1.2 Grundrechnungsarten

1.2.1 Zahlen, Addition und Subtraktion

Die reellen Zahlen werden nach **Bild** eingeteilt. Addition und Subtraktion gehören zu den Grundrechnungsarten. Die Gesetze und Regeln (**Tabelle**) sind zu beachten.

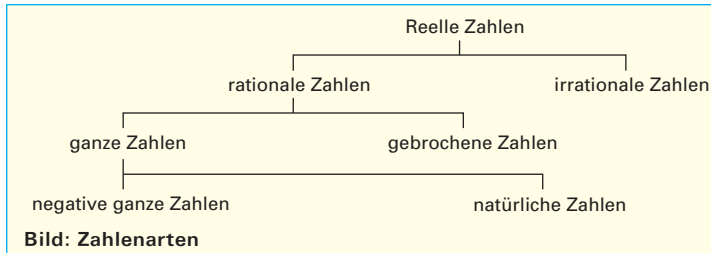


Tabelle: Gesetze, Regeln, Anwendungsbeispiele mit Variablen, Zahlen und Summen

Kommutativgesetz*	Vertauschen von Summanden
$a + b + c = a + c + b$	$5 + 2 + 9 = 5 + 9 + 2 = 16$
Assoziativgesetz**	Zusammenfassen von Summanden
$a + b + c = a + (c + b)$	$5 + 2 + 9 = 5 + (9 + 2) = 5 + 11 = 16$
Vorzeichenregeln	Summieren von Zahlen
$(+a) + (+b) = (+a) - (-b) = a + b$	$(+5) + (+2) = (+5) - (-2) = +7$
$(+a) + (-b) = (+a) - (+b) = a - b$	$(+5) + (-2) = (+5) - (+2) = +3$

Zahlenarten (Beispiele)

Rationale Zahlen:

$$-5; -2,3; 0; \frac{1}{4}; 7,6; \dots$$

Irrationale Zahlen: $\sqrt{2}; \pi; \dots$

Ganze Zahlen: 3, -6, 0, 19, ...

Gebrochene Zahlen:

$$\frac{2}{3}; \frac{1}{4}; \frac{4}{5}; \dots$$

Negative ganze Zahlen:

$$-3, -7, -14, \dots$$

Natürliche Zahlen: 2, 7, 19, ...

Addition

Summanden

$$\begin{array}{c} 4 + 1 + 3 = 8 \\ \underbrace{\hspace{2cm}} \text{ Summe} \quad \quad \quad \text{Summenwert} \end{array}$$

Subtraktion

Minuend Subtrahend

$$\begin{array}{c} 5 - 2 = 3 \\ \underbrace{\hspace{2cm}} \text{ Differenz} \quad \quad \quad \text{Differenzwert} \end{array}$$

- Steht vor einer Klammer ein Minuszeichen, so muss bei der Auflösung der Klammer bei allen Gliedern innerhalb der Klammer das Vorzeichen geändert werden, z. B. $10 - (3 + 2 - 4) = 10 - 3 - 2 + 4 = 9$
- **Variable:** Platzhalter für Zahlen und für Werte von Größen, z. B. U für $25\text{V} \Rightarrow U = 25\text{V}$.

Beispiel:

Berechnen Sie $a - b + c - d$ für $a = 69$, $b = 14$, $c = 91$ und $d = 76$. Geben Sie 2 Lösungswege an.

Lösung a):

$$a - b + c - d = 69 - 14 + 91 - 76 = 70$$



$$69 \quad - \quad 14 \quad + \quad 91 \quad - \quad 76 \quad =$$

Lösung b):

$$a + c - (b + d) = 69 + 91 - (14 + 76) = 70$$

$$69 \quad + \quad 91 \quad - \quad (\quad 14 \quad + \quad 76 \quad) \quad =$$

Aufgaben zu 1.2.1

- Fassen Sie die Summanden in allen möglichen Zweiergruppen zusammen (Assoziativgesetz).
a) $(3 + 7) + 1$; **b)** $(11 + 9) - 5$; **c)** $2 + 3 + 4$; **d)** $8 + 2 + 4$; **e)** $(11 + 14) + (16 + 19)$
- Berechnen Sie folgende Terme*** zunächst in der gegebenen Form. Lösen Sie dann die Klammern auf und fassen Sie die Minusglieder in einer neuen Klammer zusammen.
a) $400 - (46 + 18 - 120 + 14 + 52 - 16)$; **b)** $647 - 123 - (79 - 68 + 37 + 21 - 67 + 20)$
c) $288 - (50 - 12 + 88) - 12 - 90 - 180$; **d)** $368 - (152 - 32 - 77) - (28 + 103 - 120)$
- Addieren Sie die gleichartigen Summanden.
a) $5a + 6x + 4a + 3b + 4x$; **b)** $9x + 3y + 2 + 5x + 7y + 4$; **c)** $8,7a + 21,2n + 5,3a + 12,4n$

* commutare (lat.) = vertauschen

** sociare (lat.) = vereinigen

*** le terme (franz.) = der Ausdruck



1.2.2 Multiplikation und Division

Die Multiplikation und Division gehören, wie die Addition und Subtraktion, zu den Grundrechnungsarten. Es gelten folgende Gesetze (Tabelle).

Tabelle: Gesetze, Regeln, Anwendungsbeispiele mit Variablen, Zahlen und Summen	
Kommutativgesetz	Vertauschen von Faktoren
$a \cdot b \cdot c = a \cdot c \cdot b$	$5 \cdot 2 \cdot 9 = 5 \cdot 9 \cdot 2 = 90$
Assoziativgesetz	Zusammenfassen von Faktoren
$a \cdot b \cdot c = a \cdot (c \cdot b)$	$5 \cdot 2 \cdot 9 = 5 \cdot (9 \cdot 2) = 5 \cdot 18 = 90$
Vorzeichenregeln	Multiplizieren von Zahlen
$(+a) \cdot (+b) = (-a) \cdot (-b) = +ab$	$(+5) \cdot (+2) = (-5) \cdot (-2) = +10$
$(+a) \cdot (-b) = (-a) \cdot (+b) = -ab$	$(+5) \cdot (-2) = (-5) \cdot (+2) = -10$
Distributivgesetz*	
Multiplizieren mit Summen	$a \cdot (b - c) = ab - ac$
Ausklammern gleicher Faktoren	$ab - ac = a \cdot (b - c)$
Multiplizieren von Summen	$(a + b) \cdot (c - d) = ac - ad + bc - bd$

Multiplikation

Faktoren
 $3 \cdot 4 = 12$

Produkt Produktwert

Division

Dividend Divisor
 $18 : 3 = 6$

Quotient Quotientwert

Eine Multiplikation ist eine wiederholte Addition von gleichen Summanden

Malpunkte bei Produkttermen darf man weglassen, wenn dadurch kein Missverständnis entsteht, z. B. bei $3 \cdot a \cdot b = 3ab$, bei $u \cdot (w + x) = u(w + x)$ oder bei $5 \cdot (m - n) = 5(m - n)$, aber nicht bei $3 \cdot 5$, da $3 \cdot 5 \neq 35$.

Beispiel:

Berechnen Sie $u(w + x) = uw + ux$ für $u = +15$, $w = +12$ und $x = -9$. Geben Sie 2 Lösungswege an.

Lösung a:	Lösung b:
$u(w + x) = 15 \cdot (12 - 9) = 45$	Speichern von $u = 15$, $uw + ux = 45$
15 [x] [(] 12 [+] [(-)] 9 [)] [=]	15 [SHIFT] [RCL] [(] 12 [+] [RCL] [(-)] [(] 9 [=]

Aufgaben zu 1.2.2

1. Berechnen Sie folgende Aufgaben:
 a) $3a \cdot 5b$; b) $8c \cdot 3ab$; c) $3 \cdot 4,5a \cdot 3bc + 4ac \cdot 3b$; d) $4,5ab \cdot 8x - 2,5ax \cdot 9b + 5bx \cdot 3a$
2. a) $8 \cdot (-5b)$; b) $4b \cdot (-e)$; c) $(-10a) \cdot (-12x)$; d) $(-n) \cdot (-m) \cdot (-x)$;
 e) $(-2x) \cdot 3y \cdot (-4z)$; f) $0,5x \cdot (-0,3y) \cdot 4$; g) $40 : (-8)$; h) $(-63c) : (-9)$;
 i) $(24 : 4) : 2$; j) $[24 : (-4)] : 2$; k) $[(-24) : (-4)] : 2$; l) $[(-24) : (-4)] : (-2)$
3. Multiplizieren Sie folgende Summen:
 a) $(a + 3) \cdot 6$; b) $(a - b) \cdot 7$; c) $8 \cdot (2a - 5b + 6)$; d) $(8 + 4x - a) \cdot (-4)$;
 e) $(a + b) \cdot 5 + 4 \cdot (a - b)$; f) $(2a + 3b) \cdot 2c + 4bc$; g) $(y - 9) \cdot (x - 3)$; h) $(n - 3) \cdot (a + 6)$
4. Klammern Sie die gemeinsamen Faktoren aus:
 a) $25 \cdot 12 + 15 \cdot 25 - 2 \cdot 25$; b) $ax - 4az + 7ay$; c) $24ab - 12by + 48ab$;
 d) $25ab + 125ac + 100ax$; e) $5bx - 2bx - 15bx$; f) $am + bm - cm + zm$;
 g) $(a + b) \cdot x + (a + b) \cdot y$; h) $(b - c) \cdot y + b - c$; i) $(a - b) \cdot x + (a - b) \cdot y$

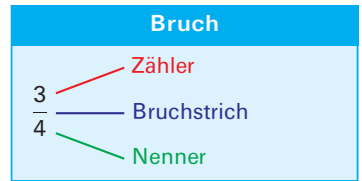
* distribuere (lat.) = verteilen

1.3 Rechnen mit Brüchen

Durch Division von ganzen Zahlen entstehen Brüche (**Tabelle 1**). Sie können durch Kürzen und Erweitern verändert werden. Für das Bruchrechnen gelten besondere Rechenregeln (**Tabelle 2**).

Tabelle 1: Arten von Brüchen

$\frac{1}{5}$ Echter Bruch	$\frac{7}{4}$ Unechter Bruch	$\frac{4}{1}$ Scheinbruch	$1\frac{3}{4}$ Gemischte Zahl
$\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{5}{7}, \dots$	Gleichnamige Brüche, z. B. mit Hauptnenner 7		$\frac{1}{7}, \frac{2}{5}, \frac{4}{9}, \dots$ Ungleichnamige Brüche



Eine Division durch Null ist nicht erlaubt.

Tabelle 2: Rechenregeln an Beispielen

Rechenoperation	Beispiele
Erweitern, kürzen	$\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{6}{10}$; $\frac{27}{45} = \frac{27 : 9}{45 : 9} = \frac{3}{5}$; $\frac{24xy}{30yz} = \frac{4x}{5z}$
Hauptnenner suchen, summieren	$3 + \frac{1}{6} - \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 12}{1 \cdot 12} + \frac{1 \cdot 2}{6 \cdot 2} - \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{36}{12} + \frac{2}{12} - \frac{9}{12} = \frac{29}{12} = 2\frac{5}{12}$
Multiplizieren	$\frac{2}{13} \cdot 5 = \frac{2 \cdot 5}{13 \cdot 1} = \frac{10}{13}$; $\frac{16}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{16 \cdot 3}{5 \cdot 4} = \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 1} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$
Dividieren	$\frac{12}{17} : 3 = \frac{12 \cdot 1}{17 \cdot 3} = \frac{4 \cdot 3}{17 \cdot 3} = \frac{4}{17}$; $\frac{24}{35} : \frac{6}{7} = \frac{24 \cdot 7}{35 \cdot 6} = \frac{4 \cdot 1}{5 \cdot 1} = \frac{4}{5}$
Rechnen mit Vorzeichen	$\frac{+4}{+5} = +\frac{4}{5}$; $\frac{-4}{-5} = +\frac{4}{5}$; $\frac{-4}{+5} = -\frac{4}{5}$; $\frac{+4}{-5} = -\frac{4}{5}$
Zähler und Nenner als Summenterme	$\frac{3}{5} - \frac{u+4}{v-1} = \frac{3(v-1)}{5(v-1)} - \frac{5(u+4)}{5(v-1)} = \frac{3v-3-(5u+20)}{5(v-1)} = \frac{3v-5u-23}{5(v-1)}$

Beispiel:

Überprüfen Sie mit dem ETR die Gleichung:

$$3/4 + 4/5 - 1/2 = 0,75 + 0,80 - 0,50 = 1,05 = \frac{21}{20} = 1\frac{1}{20}$$



Aufgaben zu 1.3

Berechnen Sie folgende Bruchterme:

- a) $\frac{1}{4} - \frac{3}{14} - \frac{3}{35}$; b) $\frac{9}{14} - \frac{1}{42} - \frac{17}{28} + \frac{2}{7}$; c) $\frac{5}{6} \cdot \frac{9}{35}$; d) $18 : \frac{24}{35}$; e) $\frac{121}{27} : \frac{66}{45}$
- a) $\frac{7}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}}$; b) $\frac{1}{\frac{3}{4} - \frac{2}{5}}$; c) $\frac{-22}{\frac{1}{8} - \frac{1}{18}}$; d) $\frac{104\text{glm}}{130\text{gm}}$; e) $\frac{28\text{ef}}{-84\text{ef}}$; f) $\frac{-68\text{kmr}}{-102\text{kr}}$
- a) $\frac{1}{d} + \frac{1}{e}$; b) $\frac{6}{t} - \frac{1}{s}$; c) $\frac{3}{ab} + \frac{2}{bc}$; d) $\frac{15}{k} - 3 + \frac{7}{l}$; e) $\frac{3}{uv} + \frac{12}{uw} - 15$
- a) $\frac{2f}{3r} + \frac{g}{2s} - \frac{5h}{rs}$; b) $\frac{5l}{6a} - k + \frac{h}{12ab} + \frac{5l}{18a}$; c) $\frac{6ab}{38cd} \cdot \frac{57}{48a}$; d) $\frac{32b}{21cd} : \frac{20ab}{49d}$
- a) $\frac{6x-30}{8} : \frac{5x-25}{20y-4}$; b) $\frac{1-6v}{14s-2} : \frac{36v-6}{8-56s}$; c) $\frac{1}{\frac{2}{m} + \frac{3}{n}}$; d) $\frac{15a+10}{\frac{3}{2} + \frac{1}{a}}$



1.4 Potenzen und Wurzeln

1.4.1 Potenzen

Wenn ein Produkt aus lauter gleichen Faktoren besteht, so drückt man es verkürzt als Potenz aus (**Bild**). Der Exponent gibt an, wie oft die Basis mit sich selbst multipliziert wird. Beim Rechnen mit Potenzen gelten Gesetze und Regeln (**Tabelle**).

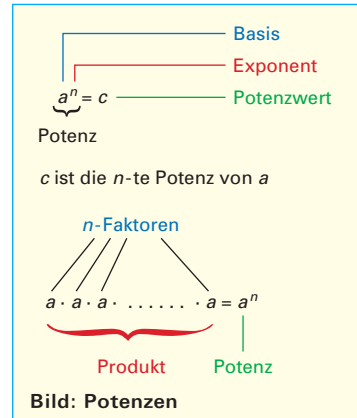


Tabelle: Rechenregeln, Beispiele	
$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $a^m : a^n = a^{m-n}$	$5^3 \cdot 5^2 = (5 \cdot 5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5) = 5^5 = 5^{3+2}$ $5^3 : 5^2 = (5 \cdot 5 \cdot 5) : (5 \cdot 5) = 5^1 = 5 = 5^{3-2}$
$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$ $a^m : b^m = (a : b)^m$	$5^3 \cdot 2^3 = (5 \cdot 5 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) = (5 \cdot 2)^3$ $5^3 : 2^3 = (5 \cdot 5 \cdot 5) : (2 \cdot 2 \cdot 2) = (5 : 2)^3$
$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ $1 : a^m = a^{-m}$	$(5^3)^2 = (5 \cdot 5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5 \cdot 5) = 5^6 = 5^{3 \cdot 2}$ $1 : 5^2 = 5^{-2}$

Es gilt: $a^1 = a$; $a^0 = 1$



Vorsätze: Seite 28

Zehnerpotenzen haben die Basis 10 und erlauben große und kleine Dezimalwerte übersichtlich darzustellen. Exponenten sollten wegen der Einheitsvorsätze, z. B. Mega = 10^6 , durch 3 teilbar sein, z. B. bei $8\,500\,000 = 85 \cdot 10^5 = 8,5 \cdot 10^6$.

Beispiel:

Überprüfen Sie $2\,500\,000 \cdot 0,042 = 25 \cdot 10^5 \cdot 42 \cdot 10^{-3} = 1050 \cdot 10^2 = 105 \cdot 10^3 = 0,105 \cdot 10^6$



Aufgaben zu 1.4

Berechnen Sie die folgenden Terme:

- a) $x^3 \cdot x^3$ b) $b^{2x} \cdot b^2$; c) $10^x \cdot 10^{2x}$; d) $7d^4 \cdot d^{-6}$; e) $3yx^{-3} \cdot y^5$; f) $2^{3x} \cdot 2^{-5x}$
- a) $(a + 1)^2$; b) $(4y - 5)^2$; c) $(3 + 2b)^2$; d) $(x + y)^2$; e) $(x - y)^2$; f) $(2r + 3s)^2$
- a) $(a + b)^2$; b) $(a - b)^2$; c) $(a + b)^3$; d) $(a - b)^3$; e) $(a + b)^4$; f) $(a - b)^4$
- a) $(2t : 3)^2$; b) $(5 : 2b)^3$; c) $(7x : 4y)^{-2}$; d) $(2 : (x + 1))^2$; e) $((5 - x) : (5 + x))^2$
- a) $(x^2)^5$; b) $(y^2)^3$; c) $(10^x)^2$; d) $(2^y)^5$; e) $(10^2)^{x+1}$; f) $(2^3)^{y-2}$
- a) $3^2; 30^2; 300^2$; $8^2; 80^2; 800^2; 8000^2$; $7^2; 0,7^2; 0,07^2$; $9^2; 0,9^2; 0,09^2; 0,009^2$
 b) $2^3; 20^3; 200^3$; $0,5^3; 5^3; 50^3; 500^3$; $(-10)^3; (-0,1)^3$; $(-4)^3; (-0,4)^3; (-0,04)^3$
- Berechnen Sie die folgenden Terme als Dezimalbrüche und geben Sie die Ergebnisse in Zehnerpotenzschreibweise an.

a) $0,004 \cdot 500$; $0,035 \cdot 60\,000$; $0,00048 \cdot 750\,000$; $0,000024 \cdot 1500$; $0,00016 \cdot 45\,000$
 b) $600 : 12\,000$; $480 : 160\,000$; $0,020 : 5\,500$; $0,0072 : 3\,600$; $0,00042 : 35\,000$
- Vereinfachen Sie mithilfe der Rechenregeln (**Tabelle**):

a) $\frac{10^2 \cdot 10^7}{10^{-3} \cdot 10^5}$; b) $\frac{10^3}{10^9 \cdot 10^{-3}}$; c) $\frac{10^2 \cdot (10^{-6})^2}{10^{-7} \cdot 10^{-2}}$; d) $\frac{10^5 \cdot 10^{-2}}{10^{-12} \cdot 10^9}$
- Zerlegen Sie in Faktoren mit Zehnerpotenzen und berechnen Sie:

a) $\frac{48\,000 \cdot 500}{0,06}$; b) $\frac{34\,000 \cdot 0,5}{50\,000}$; c) $\frac{0,0078 \cdot 0,025}{13\,000 \cdot 0,0005}$; d) $\frac{56\,000 \cdot 0,005}{35\,000}$

1.4.2 Wurzeln



Das Wurzelziehen (Radizieren*) ist die Umkehrfunktion des Potenzierens. Dabei wird eine Zahl c in eine vorgeschriebene Anzahl n gleicher Faktoren zerlegt (**Bild**). Dieser Faktor ist der Wurzelwert a . Die Rechenregeln (**Tabelle**) sind zu beachten. Ist der Wurzelexponent 2, spricht man von einer Quadratwurzel, ist er 3, von einer Kubikwurzel. Bei der Quadratwurzel kann der Wurzelexponent weggelassen werden.

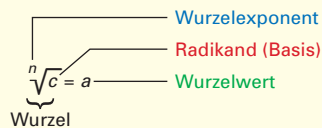
Tabelle: Rechenregeln, Beispiele

$\sqrt[n]{c \cdot d} = \sqrt[n]{c} \cdot \sqrt[n]{d}$	$\sqrt[2]{9 \cdot 4} = \sqrt[2]{9} \cdot \sqrt[2]{4} = 3 \cdot 2 = 6 = \sqrt[2]{36}$
$\sqrt[n]{c : d} = \sqrt[n]{c} : \sqrt[n]{d}$	$\sqrt[2]{36 : 4} = \sqrt[2]{36} : \sqrt[2]{4} = 6 : 2 = 3 = \sqrt[2]{9}$
$\sqrt[n]{c} = c^{1/n}$	$\sqrt[3]{8} = 2 = 8^{1/3}$
$\sqrt[n]{c^m} = c^{m/n}$	$\sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{64} = 8^{2/3}$

Beispiel:

Bestimmen Sie mit dem ETR **a**) die Quadratwurzel aus 25, **b**) die Kubikwurzel aus 64 und **c**) die 4-te Wurzel aus 625.

	a) $\sqrt{25} = 5$ $\sqrt{\square} 25 = 5$	b) $\sqrt[3]{64} = 4$ SHIFT $\sqrt[\square]{} (\sqrt[3]{\square}) 64 = 4$
	c) $\sqrt[4]{625} = 5$ 4 SHIFT $x^{\square} (\sqrt[\square]{}) 625 = 5$	



a ist die n -te Wurzel aus c

Bild: Wurzeln

Wurzel als Potenz:

$$\sqrt[n]{c^m} = c^{\frac{m}{n}}$$

Es gelten die Potenzrechenregeln.

- Eine Wurzel mit geradzahligem Wurzelexponent und negativem Radikand hat im Bereich der reellen Zahlen keine Lösung, z. B.:

$$\sqrt{-25}$$

- Wurzeln und Potenzen mit dem gleichen Exponenten heben sich auf, z. B.:

$$(\sqrt[5]{4})^5 = (4^{\frac{1}{5}})^5 = 4^{\frac{1}{5} \cdot 5} = 4$$

Aufgaben zu 1.4.2

Schreiben Sie als Potenzen bzw. als Produkte von Potenzen und berechnen Sie.

- a) $\sqrt[k]{a^{3k}}$; b) $\sqrt[3]{b^{6n}}$; c) $\sqrt[2]{x^{4s}}$; d) $\sqrt[k]{k^{2xy}}$; e) $\sqrt[4]{(81z)^2}$; f) $\sqrt[2]{(4b)^3}$; g) $\sqrt[3]{(8a)^2}$

a) $\sqrt{\frac{16a^2}{49c^4}}$; b) $\sqrt{\frac{36a^2 \cdot c^4}{225b^2}}$; c) $\sqrt{\frac{256q^2}{625s^4 \cdot t^2}}$; d) $\sqrt[3]{\frac{343m^6}{216n^3}}$; e) $\sqrt[3]{\frac{27d^6}{125f^3}}$; f) $\sqrt[3]{\frac{64x^3}{343z^6}}$
- Berechnen Sie die folgenden Terme und vergleichen Sie die Ergebnisse miteinander.

a) $\sqrt{4}$; $\sqrt{40}$; $\sqrt{400}$; $\sqrt{4000}$; $\sqrt{40000}$ b) $\sqrt{7}$; $\sqrt{70}$; $\sqrt{700}$; $\sqrt{7000}$; $\sqrt{70000}$

c) $\sqrt{900}$; $\sqrt{90}$; $\sqrt{9}$; $\sqrt{0,9}$; $\sqrt{0,09}$; $\sqrt{0,009}$ d) $\sqrt{500}$; $\sqrt{50}$; $\sqrt{5}$; $\sqrt{0,5}$; $\sqrt{0,05}$; $\sqrt{0,005}$
- Lösen Sie folgende Aufgaben durch Kopfrechnen und mit dem Taschenrechner.

a) $\sqrt[2]{2^6}$; $\sqrt[3]{5^6}$; $\sqrt[2]{4^5}$; $\sqrt[3]{8^2}$; $\sqrt[3]{27^2}$ b) $\sqrt[2]{9 \cdot 10^4}$; $\sqrt[3]{640 \cdot 10^5}$; $\sqrt[4]{(16,9 \cdot 10^{-5})^2}$
- Berechnen Sie $\sqrt{u^2 + v^2}$ für a) $u = 8$; $v = 6$; b) $u = 10$; $v = 7,5$; c) $u = 0,48$; $v = 0,36$
- Berechnen Sie: a) $3\sqrt{36ab}$; b) $2\sqrt{50x}$; c) $6\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot 5\sqrt{\frac{8}{9}} \cdot 3\sqrt{\frac{3}{2}}$; d) $\sqrt{121x + 121y}$
- Berechnen Sie: a) $\sqrt[3]{\frac{64c}{343d}}$; b) $3\sqrt[3]{\frac{8nx}{27x^2}} \cdot 64ab$; c) $\sqrt{\frac{5xy}{60}} : \sqrt{\frac{10x}{30}}$; d) $\sqrt{\frac{5x}{6}} : \sqrt{\frac{20}{12x}}$
- Berechnen Sie: a) $\sqrt[x]{\sqrt[b]{x}}$; b) $\sqrt[3]{\sqrt[2]{y}}$; c) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{a^2}} \cdot \sqrt[6]{\sqrt[4]{a^{10}}} + \sqrt[9]{b^6} \cdot \sqrt[4]{b^{12}}$; d) $\sqrt[5]{\sqrt{m^5}} + 3\sqrt[4]{\sqrt[3]{m^6}}$
- Berechnen Sie: a) $(5a \cdot \sqrt{\frac{2b}{50c^3}})^2$; b) $(\frac{3m}{2n} \cdot \sqrt[3]{\frac{n^2}{m^2}})^3$; c) $\sqrt{\frac{16x + 32y}{25a - 50b}}$; d) $\sqrt{\frac{50m}{27n}} : \sqrt{\frac{2m^3}{3n^3}}$

* Radix (lat.) = Wurzel



1.5 Logarithmen

1.5.1 Rechnen mit Logarithmen

Zur Ermittlung des Exponenten einer Potenz verwendet man das Rechnen mit Logarithmen (**Bild**).

In der **Tabelle 1** sind die Rechenregeln mit Beispielen dargestellt. Die verschiedenen Arten von Logarithmen sind in **Tabelle 2** erklärt.

Anwendungen von Logarithmen (Beispiele):

- Ladevorgänge bei Kondensatoren: **Seite 80**,
- Pegelberechnung: **Seite 220**,
- Kennlinien über große Zahlenbereiche: **Seite 73**.

$\log_a c = n$ — Logarithmus
 |
 | — Numerus*
 |
 | — Basis

n ist der Logarithmus von c zur Basis a

$a^n = c$
 \Rightarrow aufgelöst nach n
 $\Rightarrow n = \log_a c$

Bsp.: $1000 = 10^n$
 $\Rightarrow n = \log_{10} 1000 = 3$

Bild: Logarithmen

Tabelle 1: Rechenregeln, Beispiele

$\log_a c + \log_a d = \log_a (c \cdot d)$	$\lg 1000 + \lg 10 = 3 + 1 = 4 = \lg (1000 \cdot 10) = \lg 10^4$
$\log_a c - \log_a d = \log_a \left(\frac{c}{d}\right)$	$\lg 1000 - \lg 10 = 3 - 1 = 2 = \lg (1000 : 10) = \lg 10^2$
$k \cdot \log_a c = \log_a (c^k)$	$2 \cdot \lg 1000 = 2 \cdot 3 = 6 = \lg (1000^2) = \lg 10^6$
$\frac{1}{n} \cdot \log_a c = \log_a (c^{1/n}) = \log_a (\sqrt[n]{c})$	$\frac{1}{3} \cdot \lg 1000 = \frac{1}{3} \cdot 3 = 1 = \lg (1000^{\frac{1}{3}}) = \lg (10)$

Tabelle 2: Arten von Logarithmen

Arten	Zehnerlogarithmus, dekadischer Logarithmus	Zweierlogarithmus, binärer Logarithmus	natürlicher Logarithmus
Basis	10	2	$e^* = 2,718 \dots$
Schreibweise	$\log_{10} c = \lg c$	$\log_2 c = \lg c$	$\log_e c = \ln c$

Beispiel 1:

Berechnen Sie $\lg 5 + \lg 4$ mit dem ETR mit den Lösungen a) und b) und der Probe c):

	a) $\lg 5 + \lg 4 = 0,699 + 0,602 = 1,301$	b) $\lg 5 + \lg 4 = \lg (5 \cdot 4) = \lg 20 = 1,301$	c) $10^{1,301} = 20$
	<code>[log] 5 [)] [+] [log] 4 [)] [=]</code>	<code>[log] 5 [x] 4 [)] [=]</code>	<code>[SHIFT] [log] (10^x) 1,301 [=]</code>

Beispiel 2:

Berechnen Sie $\ln(\sqrt[3]{52^4})$ mit dem ETR mit den Lösungen a) und b) und der Probe c):

	a) $\ln(\sqrt[3]{52^4}) = 4/3 \cdot \ln 52 = 5,268$	b) $\ln(\sqrt[3]{52^4}) = \ln(52^{4/3}) = 5,268$	c) $e^{5,268} = 194 = 52^{4/3}$
	<code>4 [÷] 3 [x] [ln] 52 [)] [=]</code>	<code>[ln] [SHIFT] [√] [√] (52 x^y 4) [=]</code>	<code>[SHIFT] [ln] (e^x) 5,268 [=]</code>

Aufgaben zu 1.5

- Ermitteln Sie die Zehnerlogarithmen der gegebenen Zahlenwerte c (Numeri).

a) 100000; 10000; 1000; 100; 10; 1; 0,1;	b) 50000; 5000; 500; 50; 5; 0,5; 0,05; 0,005;
c) 25000; 2500; 250; 25; 2,5; 0,25; 0,025;	d) 12500; 1250; 125; 12,5; 1,25; 0,125; 0,0125
- Berechnen Sie wie in **Beispiel 1** die Terme $\lg c + \lg d$ und $\ln c + \ln d$ (2 Lösungen mit Probe).

a) $c = 250$; $d = 320$;	b) $c = 25$; $d = 32$;	c) $c = 4,5$; $d = 80$;	d) $c = 0,45$; $d = 8,0$
----------------------------	--------------------------	---------------------------	---------------------------
- Berechnen Sie wie in **Beispiel 2** die folgenden Terme (2 Lösungen, mit Probe):

a) $\lg(\sqrt[7]{7^3})$;	b) $\lg(\sqrt[3]{10^2})$;	c) $\ln(500^{2/3})$;	d) $\ln(68^{3/4})$;	e) $\lg(0,6^{3/4})$;	f) $\ln(0,047^{3/5})$
---------------------------	----------------------------	-----------------------	----------------------	-----------------------	-----------------------

* Numerus (lat.) = Zahl

** Eulersche Zahl: $e = 2,71828 \dots$

1.5.2 Logarithmische Maßstäbe



Arbeiten mit Kennlinien:
Seite 72

Durch den logarithmischen Maßstab ist es möglich, Kennlinien über große Wertebereiche darzustellen (**Bild 1**). Diese Kennlinien können einfachlogarithmisch (z. B. X-Achse: linear, Y-Achse: logarithmisch) oder doppellogarithmisch (beide Achsen logarithmisch) dargestellt werden. Logarithmisch geteilte Achsen haben folgende Eigenschaften:

- Die Achsen werden in Dekaden eingeteilt.
- Eine Dekade umfasst die Werte von 10^n bis 10^{n+1} , z. B. von 0,1 bis 1 oder 1 bis 10 oder 10 bis 100.
- Der Abstand von Dekade zu Dekade, z. B. von 1 bis 10 und von 10 bis 100, ist immer gleich lang, z. B. 100 mm.
- Die Abstände innerhalb einer Dekade sind logarithmisch geteilt (**Beispiel 1**).
- Wird die Dekade in drei gleiche Strecken eingeteilt, so entsprechen die Teilungsstriche etwa den Werten 2 und 5 (**Beispiel 1**). Die Teilung der Dekade in der Mitte entspricht etwa dem Wert 3.
- Die logarithmische Darstellung hat keinen Nullpunkt.

Beispiel 1:

In einem Koordinatensystem soll die X-Achse logarithmisch geteilt werden. Der Ursprung hat den Wert $x_0 = 10$, eine Dekade hat die Länge $a_1 = 100$ mm. Bestimmen Sie a) für den Wert $x_2 = 70$ den Abstand a_2 vom Ursprung und b) den Zahlenwert x_3 des Punktes, welcher 60 mm vom Ursprung entfernt ist.

Lösung:

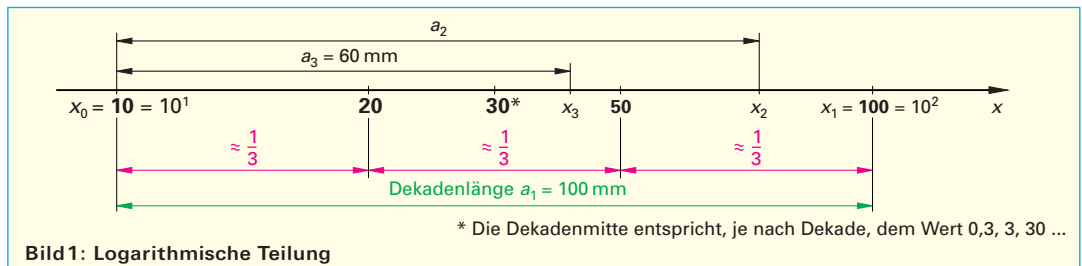


Bild 1: Logarithmische Teilung

a) $a_2 = a_1 \cdot \lg \frac{x_2}{x_0} = 100 \text{ mm} \cdot \lg \frac{70}{10} = 84,5 \text{ mm};$ b) $x_3 = x_0 \cdot 10^{\frac{a_3}{a_1}} = 10 \cdot 10^{\frac{60 \text{ mm}}{100 \text{ mm}}} = 39,8 \approx 40$

Beispiel 2:

Die Kennlinie einer Leuchtdiode vom Typ CQX 35 (**Datenblatt Seite 280**) soll im Bereich 1 mA bis 10 mA in einem größeren Maßstab dargestellt werden. Die Länge der Dekade ist 36 mm. Die X-Achse wird von 1,5 V bis 1,66 V gezeichnet (Maßstab: 8 mm $\hat{=}$ 40 mV). Zeichnen Sie die Kennlinie für die LED für die Werte 1 mA, 2 mA, 3 mA, 5 mA und 10 mA ein.

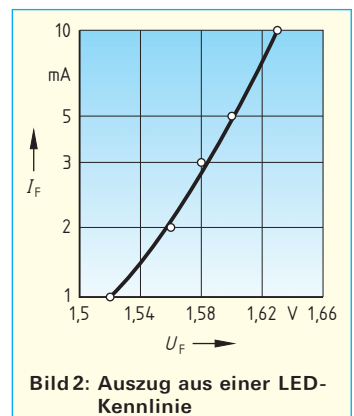
Lösung:

Zuerst die Werte aus der Kennlinie mit logarithmischer Darstellung (**Datenblatt**) entnehmen und in die Tabelle eintragen. Dann die Kennlinie im Bereich von 1 mA bis 10 mA neu zeichnen (**Bild 2**).

I in mA	1	2	3	5	10
U in V	1,52	1,56	1,58	1,6	1,64

Aufgaben zu 1.5.2

1. Erstellen Sie eine logarithmische Teilung von 10^{-2} bis 10^4 auf einer Achsenlänge von 12 cm.
2. Die Eingangskennlinie eines NPN-Transistors BC 107 (**Datenblatt Seite 281**) soll im Bereich $10 \mu\text{A}$ bis $100 \mu\text{A}$ in einem größeren Maßstab dargestellt werden. Die Länge der Dekade ist 60 mm. Die X-Achse wird von 0,5 V bis 0,6 V gezeichnet (Maßstab: 1 cm $\hat{=}$ 20 mV). Zeichnen Sie die Werte für $10 \mu\text{A}$, $20 \mu\text{A}$, $30 \mu\text{A}$, $50 \mu\text{A}$ und $100 \mu\text{A}$ ein.
3. Ermitteln Sie aus der Strom-Zeit-Kennlinie (doppellogarithmisches Diagramm) einer 16 A Schmelzsicherung (**Datenblatt Seite 275**) die maximalen Auslöseströme bei a) 5 Sekunden, b) 400 ms, c) 200 ms und d) 100 ms.





1.6 Gleichungen und Formeln

1.6.1 Arbeiten mit Gleichungen

Eine Gleichung setzt zwei Terme gleich. Sie enthält Zahlen und Variablen.

$$16 = 3x - 5$$

Linke Seite, Linksterm Gleichheitszeichen Rechte Seite, Rechtsterm

Die Variable x ist ein Platzhalter für einen Zahlenwert. Um den Wert für x zu finden, müssen beide Terme so lange verändert werden, bis die gesuchte Größe (Variable) allein auf der linken Seite steht.

Eine Waage im Gleichgewicht veranschaulicht diese Regeln (**Tabelle 1**). Dabei gelten die Regeln der äquivalenten (gleichwertigen) Umformung (**Tabelle 2**).

Äquivalente Umformung: Man darf beide Seiten einer Gleichung gegeneinander vertauschen oder durch Rechnung gleichwertig verändern (**Tabelle 2**).

Tabelle 1: Waage und Gleichung

Waage bleibt im Gleichgewicht

Linke Seite	=	Rechte Seite
$2 \cdot 2 \text{ kg}$		$= 4 \text{ kg}$
$2 \cdot 2 \text{ kg} + 1 \text{ kg}$		$= 4 \text{ kg} + 1 \text{ kg}$

Tabelle 2: Regeln für das äquivalente Umformen von Gleichungen, Beispiele

Linke Seite, Linksterm	=	Rechte Seite, Rechtsterm
Seiten gegeneinander vertauschen, z.B.:		$16 = 3x - 5 \Rightarrow 3x - 5 = 16$
gleichen Wert, z. B. 5, addieren:		$7x - 5 = 23 \Rightarrow 7x = 28$
gleichen Wert, z. B. 7, subtrahieren:		$5x + 7 = 25 \Rightarrow 5x = 18$
mit gleichem Wert, z. B. 5, multiplizieren:		$2x = 5 \Rightarrow 10x = 25$
durch gleichen Wert, z. B. 6, dividieren:		$6x = 18 \Rightarrow x = 3$
auf beiden Seiten Kehrwert bilden, z.B.:		$2/x = 5/3 \Rightarrow x/2 = 3/5$
auf beiden Seiten quadrieren, z. B.:		$x = 5 \Rightarrow x^2 = 25$
auf beiden Seiten Wurzel ziehen, z. B.:		$x^2 = 7 \Rightarrow x = \pm\sqrt{7}$
beide Seiten logarithmieren, z. B.:		$e^x = 5 \Rightarrow x = \ln 5$

Tabelle 3: Gleichungen, Beispiele	
Beispiel 1: Auflösen nach x	Beispiel 2: Auflösen nach y
Ausgangsgleichung: $16 = 3x - 5$ 5 addieren: $16 + 5 = 3x - 5 + 5$ 5 addiert $21 = 3x$ Seiten vertauscht: $3x = 21$ Durch 3 teilen: $\frac{3x}{3} = \frac{21}{3}$ Lösung: $x = 7$ Probe: $16 = 3 \cdot 7 - 5 \Rightarrow 16 = 16$	Ausgangsgleichung: $\frac{1}{2y - 3} = 5$ Kehrwert bilden: $2y - 3 = \frac{1}{5}$ Mit 5 multiplizieren: $(2y - 3) \cdot 5 = 0,2 \cdot 5$ Mit 5 multipliziert: $10y - 15 = 1$ 15 addieren: $10y - 15 + 15 = 1 + 15$ 15 addiert: $10y = 16$ Lösung: $y = 1,6$
Beispiel 3: Auflösen nach z	Beispiel 4: Auflösen nach t
Ausgangsgleichung: $\frac{5z^2}{4} = 80$ Mit 4/5 multiplizieren: $\frac{5z^2 \cdot 4}{4 \cdot 5} = \frac{80 \cdot 4}{5}$ Mit 4/5 multipliziert: $z^2 = 64$ Wurzelziehen: $\sqrt{z^2} = \pm\sqrt{64}$ Lösung: $z = \pm\sqrt{64} = \pm 8$	Ausgangsgleichung: $12 \cdot e^{-t/4} = 6$ Durch 12 geteilt: $e^{-t/4} = 0,5$ Logarithmiert: $-\frac{t}{4} = +\ln 0,5$ Vorzeichen umgekehrt: $+\frac{t}{4} = -\ln 0,5$ Lösung: $t = -4 \cdot \ln 0,5 = 2,77$

1.6.2 Arbeiten mit Formeln

Formeln sind Gleichungen, die vorwiegend Formelzeichen, z.B. P , U und R , enthalten. Sie erfassen den mathematischen Zusammenhang zwischen physikalischen Größen (**Beispiele**).

Für das Umstellen einer Formel und das Auflösen nach einer Größe (**Tabelle**) gelten dieselben Regeln wie für das Umformen und das Auflösen von Gleichungen (**Seite 17, Tabelle 2**).

Die gesuchte Größe muss bei der Lösung allein auf einer Seite stehen.

Beispiele für Formelzeichen:

Formelzeichen physikalische Größe

P Leistung

U Spannung

R Widerstand

Tabelle: Umstellen und Auflösen von Formeln (Beispiele)

Beispiel 1: Auflösen nach U	Beispiel 2: Auflösen nach C
<p>Ausgangsformel: $P = \frac{U^2}{R}$</p> <p>Seiten vertauscht: $\frac{U^2}{R} = P$</p> <p>Mit R multipliziert: $U^2 = P \cdot R$</p> <p>Wurzel \Rightarrow Lösung: $U = \sqrt{P \cdot R}$</p>	<p>Ausgangsformel: $T = 2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}$</p> <p>Formel quadriert: $T^2 = 4\pi^2 \cdot L \cdot C$</p> <p>Formel durch $4\pi^2 \cdot L$ geteilt: $\frac{T^2}{4\pi^2 \cdot L} = C$</p> <p>Seiten vertauscht \Rightarrow Lösung: $C = \frac{T^2}{4\pi^2 \cdot L}$</p>
Beispiel 3: Auflösen nach I	Beispiel 4: Auflösen nach b
<p>Ausgangsformel: $U = U_0 - I \cdot R_i$</p> <p>U_0 subtrahiert: $U - U_0 = -I \cdot R_i$</p> <p>Seiten vertauschen: $-I \cdot R_i = U - U_0$</p> <p>Vorzeichen umgekehrt: $I \cdot R_i = U_0 - U$</p> <p>Durch R_i dividiert \Rightarrow Lösung: $I = \frac{U_0 - U}{R_i}$</p>	<p>Ausgangsformel: $a = \sqrt{c^2 - b^2}$</p> <p>Formel quadriert: $a^2 = c^2 - b^2$</p> <p>b^2 addiert: $a^2 + b^2 = c^2$</p> <p>a^2 subtrahiert: $b^2 = c^2 - a^2$</p> <p>Wurzel \Rightarrow Lösung: $b = \sqrt{c^2 - a^2}$</p>
Beispiel 5: Auflösen nach R_1	Beispiel 6: Auflösen nach R_2
<p>Ausgangsformel: $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$</p> <p>$\frac{1}{R_2}$ subtrahiert: $\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R} - \frac{1}{R_2}$</p> <p>Hauptnenner $R_2 \cdot R$: $\frac{1}{R_1} = \frac{R_2 - R}{R_2 \cdot R}$</p> <p>Kehrwert \Rightarrow Lösung: $R_1 = \frac{R_2 \cdot R}{R_2 - R}$</p>	<p>Ausgangsformel: $R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$</p> <p>Mit Nenner multipliziert: $R \cdot (R_1 + R_2) = R_1 \cdot R_2$</p> <p>Klammer auflösen: $R \cdot R_1 + R \cdot R_2 = R_1 \cdot R_2$</p> <p>$R \cdot R_2$ subtrahiert: $R \cdot R_1 = R_1 \cdot R_2 - R \cdot R_2$</p> <p>Seiten vertauschen: $R_1 \cdot R_2 - R \cdot R_2 = R \cdot R_1$</p> <p>$R_2$ ausklammern: $R_2 \cdot (R_1 - R) = R \cdot R_1$</p> <p>Durch $(R_1 - R)$ dividiert \Rightarrow</p> <p>Lösung: $R_2 = \frac{R \cdot R_1}{R_1 - R}$</p>
Beispiel 7: Auflösen nach U	Beispiel 8: Auflösen nach t
<p>Ausgangsformel: $L_u = 20 \cdot \lg \frac{U}{U_0}$</p> <p>Durch 20 dividiert: $\frac{L_u}{20} = \lg \frac{U}{U_0}$</p> <p>Mit 10 potenziert: $10^{\frac{L_u}{20}} = \frac{U}{U_0}$</p> <p>Mit U_0 multipliziert: $U_0 \cdot 10^{\frac{L_u}{20}} = U$</p> <p>Seiten vertauschen \Rightarrow Lösung: $U = U_0 \cdot 10^{\frac{L_u}{20}}$</p>	<p>Ausgangsformel: $u_c = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$</p> <p>Durch U_0 dividiert: $\frac{u_c}{U_0} = e^{-\frac{t}{\tau}}$</p> <p>Logarithmiert: $\ln \frac{u_c}{U_0} = -\frac{t}{\tau}$</p> <p>Vorzeichen umgedreht: $-\ln \frac{u_c}{U_0} = \frac{t}{\tau}$</p> <p>Mit τ multipliziert: $-\tau \cdot \ln \frac{u_c}{U_0} = t$</p> <p>Seiten vertauschen \Rightarrow Lösung: $t = -\tau \cdot \ln \frac{u_c}{U_0}$</p>

Aufgaben zu 1.6.1

Lösen Sie die folgenden Gleichungen nach x bzw. y bzw. z auf, und machen Sie die Probe.

1. a) $x + 17 = 44$; $x - 5 = 27$ b) $3x - 5 = 7$; $7x + 3 = 17$ c) $3 = 2x + 1$; $2 = 5x + 17$
2. a) $\frac{3y}{5} = 9$; $\frac{5y}{13} = 15$ b) $\frac{27y}{8} = \frac{45}{32}$; $\frac{25}{12} = \frac{5y}{3}$ c) $\frac{3}{5y} = \frac{2}{7}$; $\frac{5}{2} = \frac{3}{4y}$
3. a) $\frac{x+7}{2} = 5$; $\frac{8-x}{3} = 2$ b) $\frac{5x+4}{3} = 8$; $\frac{5}{7+2x} = \frac{1}{7}$ c) $\frac{5}{2} = \frac{6}{2x+3}$; $\frac{3}{5} = \frac{5}{7-2x}$
4. a) $\frac{3z^2}{2} = 24$; $\frac{4z^2}{9} + 5 = 21$ b) $\frac{13z^2}{5} = 65$; $15 = \frac{4z^2}{3} - 12$ c) $\frac{3z}{20} = \frac{9}{25z}$; $\frac{21}{32z} = \frac{7z}{24}$
5. a) $\frac{1}{x} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$; $\frac{1}{y} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{y} = \frac{2}{5} + \frac{4}{15}$; $\frac{1}{x} = \frac{5}{12} - \frac{3}{8}$ c) $\frac{2}{z} = \frac{1}{3} - \frac{1}{5}$; $\frac{11}{z} = \frac{3}{2} - \frac{2}{5}$
- d) $\frac{1}{5} = \frac{1}{x} + \frac{1}{4}$; $\frac{1}{10} = \frac{1}{x} + \frac{1}{5}$ e) $\frac{1}{6} = \frac{1}{3} - \frac{1}{x}$; $\frac{1}{7} = \frac{1}{2} + \frac{1}{x}$ f) $\frac{2}{5} = \frac{3}{10} + \frac{3}{2x}$; $\frac{5}{4} = \frac{2}{5} - \frac{4}{5x}$
6. a) $15 \cdot (12 - 5z) = 125 \cdot (4 - z)$ b) $2,5 \cdot (z + 21) = 4,5 \cdot (7 - z)$ c) $6,5 \cdot (z + 24) = 9,1 \cdot (18 - z)$
7. a) $5 = \sqrt{x^2 + 9}$ b) $8 = \sqrt{x^2 - 36}$ c) $9 = \sqrt{17 + 4x^2}$ d) $\sqrt{16 - 27x^2} = 2$
8. a) $e^x = 50$; $e^x = 5,0$ b) $e^x = 2,0$; $e^x = 0,2$ c) $e^x = 10$; $e^{2x} = 10$ d) $e^{0,2x} = 8$; $e^{0,4x} = 8$
9. a) $e^{-x} = 4$; $e^{-x} = 16$ b) $e^{-x/2} = 3$; $e^{-x/2} = 9$ c) $2 = 4(1 - e^{-x/8})$ d) $6,3 = 10(1 - e^{-x/3})$

Aufgaben zu 1.6.2

Folgende Formeln sind umzuformen und aufzulösen:

1. a) $P = F \cdot v$ nach v ; b) $M = F \cdot r$ nach F ; c) $W = P \cdot t$ nach P ; d) $U = R \cdot I$ nach R ;
e) $s = v \cdot t$ nach v ; f) $P = M \cdot \omega$ nach ω ; g) $m = \rho \cdot V$ nach ρ ; h) $u = \pi \cdot d$ nach d
2. a) $V = l \cdot b \cdot h$ nach h ; b) $v = d \cdot \pi \cdot n$ nach n ; c) $U = v \cdot B \cdot l$ nach B ; d) $X_L = 2\pi \cdot f \cdot L$ nach L
3. a) $U = U_1 + U_2$ nach U_2 ; b) $U = U_0 - U_i$ nach U_0 ; c) $\Delta t = t_1 - t_0$ nach t_0 ; d) $R_v = R - R_i$ nach R_i
4. a) $I = \frac{Q}{t}$ nach Q ; b) $I = \frac{U}{R}$ nach U ; c) $\eta = \frac{P_2}{P_1}$ nach P_1 ; d) $P = \frac{F \cdot s}{t}$ nach F ;
e) $R = \frac{l}{\gamma \cdot A}$ nach A ; f) $U = \frac{F \cdot s}{Q}$ nach Q ; g) $Q = \frac{\omega \cdot L}{R}$ nach R ; h) $\Delta U = \frac{2I \cdot l}{\gamma \cdot A}$ nach A ;
5. a) $W = \frac{C \cdot U^2}{2}$ nach U ; b) $Q_{bL} = \frac{U^2}{\omega \cdot L}$ nach L ; c) $X = \frac{Q}{I^2}$ nach I ; d) $C = \frac{Q_{bc}}{\omega \cdot U^2}$ nach U
6. a) $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$ nach X_L ; b) $T = 2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}$ nach L ; c) $I_w = \sqrt{I^2 - I_{bL}^2}$ nach I_{bL}
7. a) $U = U_0 - I \cdot R_i$ nach R_i ; b) $R_v = (n - 1) \cdot R_m$ nach n ; c) $P = (F_2 - F_1) \cdot v$ nach F_1
8. a) $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ nach C_1 ; b) $R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$ nach R_1 ; c) $\frac{U_2}{U} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$ nach R_1 ;
d) $R_p = \frac{R_m}{n - 1}$ nach R_m ; e) $R_i = \frac{U_0 - U}{I}$ nach U ; f) $R_1 = \frac{R_2 \cdot (U - U_{20})}{U_{20}}$ nach U
9. a) $u_c = U_0 \cdot e^{-t/\tau}$ nach t ; b) $i_L = I_0 \cdot e^{-t/\tau}$ nach τ ; c) $i_L = I_0 \cdot (1 - e^{-t/\tau})$ nach t

1.6.3 Verhältnisgleichungen, Dreisatzrechnen

Beispiel 1:

Eine Leitung der Länge $l_1 = 50$ m wiegt $m_1 = 60$ kg.
Berechnen Sie die Masse m_2 von $l_2 = 20$ m derselben Leitung.

Überlegung: Die doppelte Länge entspricht der doppelten Masse, die halbe Länge bedeutet die halbe Masse.

Folgerung:

a) Die Masse ist der Länge direkt proportional: $l \sim m$

b) Die Massen verhalten sich zueinander wie die Längen: $\frac{m_2}{m_1} = \frac{l_2}{l_1}$

Lösung nach a) mit Dreisatz:

50 m wiegen 60 kg
1 m wiegt $60 \text{ kg} / 50 = 1,2 \text{ kg}$
20 m wiegen $1,2 \text{ kg} \cdot 20 = 24 \text{ kg}$

Lösung nach b) mit Verhältnisgleichung:

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{l_2}{l_1} \Rightarrow m_2 = \frac{l_2 \cdot m_1}{l_1} = 24 \text{ kg}$$

Beispiel 2:

Ein Kupferleiter mit dem Querschnitt $A_1 = 6 \text{ mm}^2$ ist $l_1 = 50$ m lang.
Berechnen Sie die Länge l_2 eines Leiters gleicher Masse mit Querschnitt $A_2 = 4 \text{ mm}^2$.

Überlegung: Doppelter Querschnitt bedeutet die halbe Länge, halber Querschnitt bedeutet die doppelte Länge.

Folgerung:

a) Die Länge ist dem Querschnitt indirekt (umgekehrt) proportional: $l \sim \frac{1}{A}$

b) Die Längen verhalten sich zueinander umgekehrt wie die Querschnitte: $\frac{l_2}{l_1} = \frac{A_1}{A_2}$

Lösung nach a) mit Dreisatz:

$6 \text{ mm}^2 \Rightarrow 50 \text{ m}$
 $1 \text{ mm}^2 \Rightarrow 50 \text{ m} \cdot 60 = 300 \text{ m}$
 $4 \text{ mm}^2 \Rightarrow 300 \text{ m} / 4 = 75 \text{ m}$

Lösung nach b) mit Verhältnisgleichung:

$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{A_1}{A_2} \Rightarrow l_2 = \frac{A_1 \cdot l_1}{A_2} = 75 \text{ m}$$

Aufgaben zu 1.6.3

- Der Preis für 25 Gerätesicherungen beträgt 12 €. Wieviel kosten 6 gleiche Gerätesicherungen?
- 50 m PVC-isolierte Kupferleitung wiegen 2,25 kg. Wieviel m sind in einer Rolle von 1,44 kg noch enthalten?
- Ein Akkumulator kann 5 Meldeleuchten 240 Stunden lang betreiben. Welche Betriebsdauer wäre mit diesem Akkumulator bei 3 derartigen Meldeleuchten möglich?

1.6.4 Verhältnisgleichungen, Prozentrechnen

Beispiel:

Ein Elektromotor nimmt die Leistung $P_1 = 5,0 \text{ kW}$ aus dem Netz auf und gibt die Leistung $P_2 = 4,0 \text{ kW}$ an der Welle ab. Wie viel der zugeführten Leistung werden an der Welle abgegeben?

Überlegung: P_1 ist der Grundwert G . Er entspricht 100%. P_2 ist der Prozentwert W . Er entspricht dem Prozentsatz p .

Folgerung:

a) Der Prozentsatz p ist dem Prozentwert W direkt proportional: $p \sim W$

b) p verhält sich zu 100% wie W zu G : $\frac{p}{100\%} = \frac{W}{G}$

Lösung nach a) mit Dreisatz:

$5,0 \text{ kW} \Rightarrow 100\%$
 $1,0 \text{ kW} \Rightarrow 100\% / 5 = 20\%$
 $4,0 \text{ kW} \Rightarrow 20\% \cdot 4 = 80\%$

Lösung nach b) mit Verhältnisgleichung:

$$\frac{p}{100\%} = \frac{W}{G} \Rightarrow p = \frac{W}{G} \cdot 100\% = \frac{4,0 \text{ kW}}{5,0 \text{ kW}} \cdot 100\% = 80\%$$

Aufgaben zu 1.6.4

- Für eine Deckenleuchte müssen 54 € bezahlt werden, nachdem die unverbindliche Preisempfehlung um 25% unterschritten wurde. Wie hoch ist der empfohlene Preis?
- Der Messbereichs-Endwert eines Spannungsmessers ist 400 Volt. Der zulässige Anzeigefehler beträgt $\pm 2,5\%$ dieses Wertes. Berechnen Sie den positiven und negativen Anzeigefehler in Volt.
- Die Entladekapazität eines Bleiakkumulators beträgt 84 Amperestunden. Das sind 80% der Ladekapazität. Wie viele Amperestunden sind zur Aufladung dieses Akkumulators erforderlich?