



Methodische Lösungswege zu Mathematik für die Fachhochschulreife mit Vektorrechnung FOS

Bearbeitet von Lehrern und Ingenieuren an beruflichen Schulen
(Siehe nächste Seite)

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 70425

Autoren des Buches „Methodische Lösungswege zu Mathematik für die Fachhochschulreife
mit Vektorrechnung FOS“

Josef Dillinger	München
Bernhard Grimm	Sindelfingen, Leonberg
Gerhard Mack	Stuttgart
Thomas Müller	Ulm
Bernd Schiemann	Stuttgart, Ulm

Lektorat: Bernd Schiemann

Bildentwürfe: Die Autoren

Bilderstellung und -bearbeitung: YellowHand GbR, 73257 Köngen, www.yellowhand.de

Das vorliegende Buch wurde auf der Grundlage der neuen amtlichen Rechtschreibregeln erstellt.

1. Auflage 2008

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Behebung von Druckfehlern untereinander unverändert sind.

ISBN: 978-3-8085-7042-5

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2008 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
<http://www.europa-lehrmittel.de>

Umschlaggestaltung: Idee Bernd Schiemann, Ulm; Ausführung: Michael Maria Kappenstein, 60594 Frankfurt/Main

Satz, Grafik und Bildbearbeitung: YellowHand GbR, 73257 Köngen, www.yellowhand.de

Druck: ?????

Vorwort zur 1. Auflage

Die „Methodischen Lösungswege zu Mathematik für die Fachhochschulreife mit Vektorrechnung FOS“ sind ein didaktisch aufbereiteter Lösungsband. Damit finden Fachbuch und Formelsammlung eine wertvolle Ergänzung, vor allem auch für Phasen des selbstorganisierten Lernens.

Für die schnelle, gezielte Orientierung im Buch sind jeweils Kapitel, Teilkapitel sowie spaltenweise die Aufgabennummern angegeben.

Um ein Maximum an Übersicht bei der Benutzung zu gewährleisten, wird eine klare Gliederung bei der Darstellung der Lösungswege verwendet und z. B. auch das Ende jeder Aufgabe durch einen Trennstrich markiert.

Für zeichnerische Lösungen von Aufgaben, die durch Selbsttätigkeit der Schüler gelöst werden sollen, sind jeweils entsprechend sorgfältig aufbereitete Darstellungen z. B. von

- ⇒ räumlichen Projektionen,
- ⇒ Vektordarstellungen oder
- ⇒ Schaubilder von Funktionen vorhanden.

Entsprechend den Hauptabschnitten des Lehrbuchs enthält das Lösungsbuch Lösungswege zu den Kapiteln

- **Algebraische Grundlagen**
- **Geometrische Grundlagen**
- **Vektorrechnung**
- **Analysis**
- **Differenzialrechnung**
- **Integralrechnung**
- **Aufgaben aus der Praxis**
- **Selbstorganisiertes Lernen**
Übungsaufgaben – Prüfungsaufgaben

Ihre Meinung interessiert uns!

Teilen Sie uns Ihre Verbesserungsvorschläge, Ihre Kritik aber auch Ihre Zustimmung zum Buch mit.

Schreiben Sie uns an die E-Mail-Adresse: info@europa-lehrmittel.de

Herbst 2008

Die Verfasser

Arbeiten mit dem Buch „Methodische Lösungswege zu Mathematik für die Fachhochschulreife mit Vektorrechnung“

Wie arbeite ich mit dem Buch?

Aufbau der methodischen Lösungswege:

In der obersten Zeile finden Sie das **Kapitel**, zu dem die Aufgaben der Seite gehören.

1 Algebraische Grundlagen

Hier finden Sie die Angabe der **Teilkapitel** für die folgenden Lösungen.

1.7 Funktionen und Gleichungssysteme

Werden Bilder aus dem Lehrbuch für die Lösung einer Aufgabe benötigt, findet man in der **Aufgabenspalte** ein entsprechendes Icon:




Seite **Aufgabennummer**

18.1

18.1

Ausführliche Lösung zu der Aufgabe 1 auf der Seite 18 im Lehrbuch.

Ein Hinweis auf eine Tabelle  im Lehrbuch zeigt Wege zur Aufgabenlösung auf.

21.1




Tabelle 1


21.1

Ausführliche Lösung zu der Aufgabe 1 auf der Seite 21 mit der **Tabelle 1** im Lehrbuch.

Benötigt man eine Formel zur Lösung einer Aufgabe, findet man den entsprechenden Formelhinweis mit der Seitenangabe.

$$A = \pi r^2$$

25.1



Seite 22

25.1

Ausführliche Lösung zu der Aufgabe 1 auf der Seite 25 im Lehrbuch. Mit der Formel von **Seite 22** im Lehrbuch, $y = a \cdot x^2 + y_s$ zur Lösung der Aufgabe.

Inhaltsverzeichnis

Mathematische Fachbegriffe	7	Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	44
1 Algebraische Grundlagen		3	Vektorrechnung	
1.1 Term.....	9	3.1	Der Vektorbegriff	45
1.2 Gleichung.....	9	3.2	Darstellung von Vektoren im Raum.....	46
1.3 Definitionsmenge	9	3.3	Verknüpfungen von Vektoren	48
1.4 Potenzen.....	10	3.3.1	Vektoraddition	48
1.4.1 Potenzbegriff.....	10	3.3.2	Verbindungsvektor, Vektorsubtraktion	50
1.4.2 Potenzgesetze.....	10, 11	3.3.3	Skalare Multiplikation, S-Multiplikation	51
1.5 Wurzelgesetze.....	12	3.3.4	Einheitsvektor	52
1.5.1 Wurzelbegriff	12	Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	53
1.5.2 Rechengesetze beim Wurzelrechnen.....	12	3.3.5	Strecke, Mittelpunkt	54
1.6 Logarithmengesetze.....	13	3.3.6	Skalarprodukt	55
1.6.1 Logarithmusbegriff	13	Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	57
1.6.2 Rechengesetze beim Logarithmus.....	13	3.4	Lineare Abhängigkeit von Vektoren.....	58
1.6.3 Basismrechnung beim Logarithmus	14	3.4.1	Zwei Vektoren im Raum.....	58
Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	3.4.2	Drei Vektoren im Raum	59
1.7 Funktionen und Gleichungssysteme	16	3.4.3	Vier Vektoren im Raum	60
1.7.1 Rechtwinkliges Koordinatensystem	16	3.4.4	Basisvektoren	61
1.7.2 Funktionen	17	3.4.4.1	Eigenschaften von linear unabhängigen Vektoren	61
1.7.3 Lineare Funktionen.....	18	3.4.4.2	Koordinatendarstellung von Vektoren.....	62
1.7.3.1 Ursprungsgeraden	18	3.5	Orthogonale Projektion.....	63
1.7.3.2 Allgemeine Gerade	19	3.6	Lotvektoren	64
Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	3.6.1	Lotvektoren zu einem einzelnen Vektor.....	64
1.7.3.3 Betragsfunktion	21	3.6.2	Lotvektoren einer Ebene.....	65
1.7.3.4 Ungleichungen	22	3.7	Vektorprodukt	66
1.7.4 Quadratische Funktionen.....	23	Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	69
1.7.4.1 Parabeln mit Scheitel im Ursprung	23	3.8	Vektorgleichung einer Geraden im Raum	70
1.7.4.2 Verschieben von Parabeln	24	3.9	Orthogonale Projektion von Punkten und Geraden auf eine Koordinatenebene.....	74
1.7.4.3 Normalform und Nullstellen von Parabeln	25	3.10	Gegenseitige Lage von Geraden.....	76
1.7.4.4 Zusammenfassung der Lösungsarten.....	26	3.11	Abstandsberechnungen.....	81
Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	3.11.1	Abstand Punkt–Gerade und Lotfußpunkt.....	81
1.7.5 Lineare Gleichungssysteme LGS	28	3.11.2	Kürzester Abstand zweier windschiefer Geraden..	83
1.7.5.1 Lösungsverfahren für LGS	28	3.11.3	Abstand zwischen parallelen Geraden	84
1.7.5.2 Lösung eines LGS mit einer Matrix	29	Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	85
1.7.5.3 Sarrus-Regel	30	3.12	Ebenengleichung.....	86
1.7.5.4 Grafische Lösung eines LGS	31	3.12.1	Vektorielle Parameterform der Ebene	86
Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	3.12.2	Vektorielle Dreipunkteform einer Ebene	87
2 Geometrische Grundlagen		3.12.3	Parameterfreie Normalenform.....	88
2.1 Flächeninhalt geradlinig begrenzter Flächen.....	33	3.13	Ebene–Punkt	89
2.2 Flächeninhalt kreisförmig begrenzter Flächen.....	34	3.13.1	Punkt P liegt in der Ebene E	89
Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	3.13.2	Abstand eines Punktes P von der Ebene E.....	89
2.3 Volumenberechnung.....	36	3.14	Ebene–Gerade	90
2.3.1 Körper gleicher Querschnittsfläche	36	3.14.1	Gerade parallel zur Ebene	90
2.3.2 Spitze Körper	37	3.14.2	Gerade liegt in der Ebene.....	90
2.3.3 Abgestumpfte Körper	38	3.14.3	Gerade schneidet Ebene.....	90
2.3.4 Kugelförmige Körper	39	3.15	Lagebezeichnung von Ebenen	92
2.4 Trigonometrische Beziehungen	40	3.15.1	Parallele Ebenen.....	92
2.4.1 Ähnliche Dreiecke.....	40	3.15.2	Sich schneidende Ebenen	92
2.4.2 Rechtwinklige Dreiecke.....	40	3.15.3	Schnittwinkel zwischen zwei Ebenen	93
2.4.3 Einheitskreis.....	41			
2.4.4 Sinussatz und Kosinussatz	42			
2.4.5 Winkelberechnung	43			

Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	94	Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	143
4	Analysis		5.7	Kurvendiskussion	144
4.1	Potenzfunktionen.....	95	5.7.1	Differenzierbarkeit von Funktionen.....	144
4.2	Wurzelfunktionen	96	5.7.2	Monotonie.....	145
4.2.1	Allgemeine Wurzelfunktionen.....	96	5.7.3	Hochpunkte und Tiefpunkte	146
4.2.2	Arten von quadratischen Wurzelfunktionen	97	5.7.4	Wendepunkte.....	147
4.3	Ganzrationale Funktionen höheren Grades	98	5.7.5	Einparametrische Funktionenschar.....	149
4.3.1	Funktionen des dritten Grades.....	98	5.7.6	Tangenten und Normalen.....	152
4.3.2	Funktionen des vierten Grades	99	5.7.6.1	Tangenten und Normalen in einem Kurvenpunkt	152
4.3.3	Nullstellenberechnung.....	99	5.7.6.2	Tangenten parallel zu einer Geraden	153
4.3.3.1	Nullstellenberechnung bei biquadratischen Funktionen	99	5.7.6.3	Anlegen von Tangenten an K_f von einem beliebigen Punkt aus.....	154
4.3.3.2	Nullstellenberechnung mit dem Nullprodukt	100	5.7.6.4	Zusammenfassung Tangentenberechnung	155
4.3.3.3	Nullstellenberechnung durch Abspalten eines Linearfaktors.....	101	5.7.7	Ermittlung von Funktionsgleichungen	156
4.3.3.4	Numerische Methoden	103	5.7.7.1	Ganzrationale Funktion.....	156
Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	105	5.7.7.2	Ganzrationale Funktion mit Symmetrieeigenschaft.....	159
4.3.4	Arten von Nullstellen	106	5.7.7.3	Exponentialfunktion.....	160
4.4	Gebrochenrationale Funktionen	107	5.7.7.4	Sinusförmige Funktion	161
4.4.1	Definitionsmenge	107	Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	162
4.4.2	Polstellen.....	107	6	Integralrechnung	
4.4.3	Definitionslücke	107	6.1	Einführung in die Integralrechnung.....	163
4.4.4	Grenzwerte.....	108	6.1.1	Aufsuchen von Flächeninhaltsfunktionen.....	164
4.4.5	Grenzwertsätze	109	6.1.2	Stammfunktionen.....	165
4.4.6	Asymptoten	110	6.2	Integrationsregeln	166
Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	111	6.2.1	Potenzfunktionen.....	166
4.5	Exponentialfunktion	112	6.2.2	Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen	166
4.6	e-Funktion	113	6.3	Das bestimmte Integral.....	167
4.7	Logarithmische Funktion	114	6.3.1	Geradlinig begrenzte Fläche.....	167
Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	115	6.3.2	„Krummlinig“ begrenzte Fläche	168
4.7	Trigonometrische Funktionen	116	6.4	Berechnung von Flächeninhalten	169
4.7.1	Sinusfunktion und Kosinusfunktion	116	6.4.1	Integralwert und Flächeninhalt	169
4.7.2	Tangensfunktion und Kotangensfunktion	117	6.4.2	Flächen für Schaubilder mit Nullstellen	170
4.7.3	Beziehungen zwischen trigonometrischen Funktionen	117	6.4.3	Musteraufgabe zur Flächenberechnung.....	171
4.7.4	Allgemeine Sinusfunktion und Kosinusfunktion	118	6.4.4	Regeln zur Vereinfachung bei Flächen	172
4.8	Eigenschaften von Funktionen.....	120	6.4.5	Integrieren mit variabler Grenze	174
4.8.1	Symmetrie bei Funktionen	120	Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	175
4.8.2	Umkehrfunktionen	121	6.5	Flächenberechnung zwischen Schaubildern.....	176
4.8.3	Monotonie und Umkehrbarkeit.....	124	6.5.1	Flächenberechnung im Intervall	176
4.8.4	Stetigkeit von Funktionen.....	125	6.5.2	Flächen zwischen zwei Schaubildern	177
Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	126	6.5.3	Flächenberechnung mit der Differenzfunktion	178
5	Differenzialrechnung		6.5.4	Musteraufgabe zu gelifteten Schaubildern	179
5.1	Erste Ableitung $f'(x)$	127	Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	180
5.2	Differenzialquotient.....	128	6.5.5	Integration gebrochenrationaler Funktionen	181
5.3	Ableitungsregeln.....	130	6.6	Numerische Integration	182
5.4	Höhere Ableitungen	133	6.6.1	Streifenmethode mit Rechtecken.....	182
Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	135	6.6.2	Flächenberechnung mit Trapezen.....	183
5.5	Newtonsches Näherungsverfahren (Tangentenverfahren).....	136	6.6.3	Flächenberechnung mit Näherungsverfahren.....	185
5.6	Extremwertberechnungen.....	138	6.7	Volumenberechnung.....	186
5.6.1	Extremwertberechnung mit einer Hilfsvariablen.....	140	6.7.1	Rotation um die x-Achse	186
5.6.2	Randextremwerte.....	141	6.7.2	Rotation um die y-Achse	190