Ott
Rosner

Mathematik für berufliche Gymnasien – Analysis, Stochastik
Wahlgebiet: Vektorgeometrie
Abitur 2020

mit Lernvideos

Merkur
Verlag Rinteln

Wirtschaftswissenschaftliche Bücherei für Schule und Praxis
Begründet von Handelsschul-Direktor Dipl.-Hdl. Friedrich Hutkap †

Verfasser:

Roland Ott
Studium der Mathematik an der Universität Tübingen

Stefan Rosner
Lehrauftrag Mathematik an der Kaufmännischen Schule Schwäbisch Hall
Studium der Mathematik an der Universität Mannheim

Fast alle in diesem Buch erwähnten Hard- und Softwarebezeichnungen sind eingetragene Warenzeichen.

Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt. Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages. Hinweis zu § 52a UrhG: Weder das Werk noch seine Teile dürfen ohne eine solche Einwilligung eingescannt und in ein Netzwerk eingestellt werden. Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen.

* * * * *

Umschlag Hintergrundbild: © Beatrice Chatot – Fotolia.com
Kreis links: © Africa Studio – Fotolia.com, Kreis rechts: © Picture-Factory – Fotolia.com

16. Auflage 2019
© 2004 by MERKUR VERLAG RINTELN

Gesamtherstellung:
MERKUR VERLAG RINTELN Hutkap GmbH & Co. KG, 31735 Rinteln

E-Mail: info@merkur-verlag.de
lehrer-service@merkur-verlag.de
Internet: www.merkur-verlag.de

ISBN 978-3-8120-**0464-0**

Ablauf der Abiturprüfung in Mathematik

Zu Beginn: SchülerIn erhält alle Aufgabenteile (1 bis 4), jedoch keine Hilfsmittel

Phase 1: Bearbeitung des hilfsmittelfreien Teils

Teil	Thema	Auswahl	Richtzeit	Punkte
1	Analysis (50%) Stochastik (25%) Vektorgeometrie oder Prozesse, Matrizen (25%)	keine	ca. 90 min	30

Nach endgültiger Abgabe von Teil 1 erhält SchülerIn die Hilfsmittel

Phase 2: Bearbeitung der Teile mit Hilfsmitteln (Taschenrechner + Merkhilfe)

Teil	Thema	Auswahl	Richtzeit	Punkte
2	Analysis (ca. 67%)	keine	ca. 90 min	30
	Anwendungsorientierte Analysis (ca. 33%)	SchülerIn wählt **eine aus drei** Aufgaben		
3	Stochastik	SchülerIn wählt **eine aus zwei** Aufgaben	ca. 45 min	ca. 15
4	Vektorgeometrie **oder** Prozess, Matrizen	keine	ca. 45 min	ca. 15

Hinweise

- Die Prüfung dauert insgesamt maximal 270 Minuten.
  Die maximal erreichbare Punktzahl beträgt 90 Punkte.
- Die Gesamtpunktzahl für die Teile 3 und 4 beträgt 30 Punkte.
- SchülerIn erhält nur die Aufgabe zu dem Wahlgebiet (Vektorgeometrie oder Mathematische Beschreibung von Prozessen durch Matrizen) vorgelegt, welches zuvor im Unterricht behandelt wurde.

I Hilfsmittelfreier Teil der Abiturprüfung

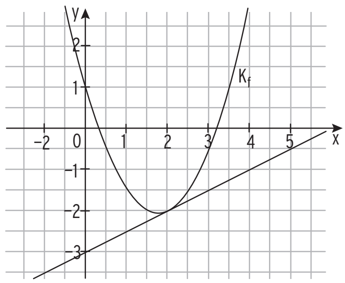
1 Übungsaufgaben

1.1 Analysis Übungsaufgaben

Lösungen Seite 21 - 23

Aufgabe 1

Die Abbildung zeigt das Schaubild einer Funktion f.
Ermitteln Sie einen möglichen Funktionsterm.



Aufgabe 2

Das Schaubild der Funktion f mit $f(x) = -x^3 + 3x^2 - x - 4$ besitzt einen Wendepunkt.
Bestimmen Sie eine Gleichung der Tangente in diesem Wendepunkt.

Aufgabe 3

Das Schaubild einer ganzrationalen Funktion dritten Grades berührt die x-Achse im Ursprung. Der Punkt $H(1 \mid 1)$ ist der Hochpunkt des Schaubilds.
Bestimmen Sie die Funktionsgleichung.

Aufgabe 4

K ist der Graph der Funktion f mit $f(x) = e^{x-3} - 2$.
Die Tangente an K an der Stelle $x = 3$ schneidet die Asymptote von K in S.
Bestimmen Sie die Koordinaten von S.

Aufgabe 5

Berechnen Sie das Integral $\int_{-1}^{2} (x^3 - 0{,}5x^2 - 3x)dx$.
Interpretieren Sie den Integralwert mithilfe geeigneter Flächenstücke.

Aufgabe 6

Gegeben sind die Funktionen f und g mit $f(x) = -x^2 + 3$ und $g(x) = 2x$.
Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die von den Graphen der beiden Funktionen eingeschlossen wird.

1.2 Stochastik Übungsaufgaben

Lösungen Seite 28/29

Aufgabe 1

a) Ein Fußballspieler verwandelt erfahrungsgemäß 80 % aller Strafstöße.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit verwandelt er von vier Strafstößen

- nur den letzten?
- mindestens einen?

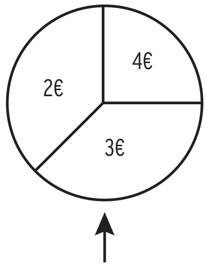
b) Für ein Ereignis C gilt: $P(C) = \binom{10}{k} \cdot 0{,}8^b \cdot a^2$

Geben Sie geeignete Werte für a, b und k an.

Beschreiben Sie das Ereignis C in Worten.

Aufgabe 2

Bei einem Glücksspiel wird das abgebildete Glücksrad benutzt. Als Einsatz bezahlt man 3 €. Das Glücksrad wird einmal gedreht. Man erhält den Betrag ausbezahlt, dessen Sektor über dem Pfeil zu stehen kommt. Bestimmen Sie den Erwartungswert für den Gewinn des Spielers.



Aufgabe 3

Eine Urne enthält 5 rote, 3 weiße und 2 gelbe Kugeln.

a) Es werden 3 Kugeln mit Zurücklegen gezogen.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man keine gelbe Kugel?

b) Nun werden 2 Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit haben die beiden Kugeln die gleiche Farbe?

Aufgabe 4

Bei einer Lotterie führen 5 % der Lose zu einem Gewinn. Nils kauft 14 Lose. Geben Sie jeweils eine Aufgabenstellung an, deren Lösung auf die folgende Weise berechnet wird.

a) $P(A) = \binom{14}{3} \cdot 0{,}05^3 \cdot 0{,}95^{11}$

b) $P(B) = \binom{14}{2} \cdot 0{,}05^2 \cdot 0{,}95^{12} + \binom{14}{3} \cdot 0{,}05^3 \cdot 0{,}95^{11}$

c) $P(C) = 1 - \binom{14}{0} \cdot 0{,}05^0 \cdot 0{,}95^{14}$

d) $14 \cdot 0{,}05$

1.3 Vektorgeometrie Übungsaufgaben

Lösungen Seite 32/33

Aufgabe 1

1 Gegeben ist die Gerade g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$; $r \in \mathbb{R}$

Stellen Sie die Gerade g in einem räumlichen Koordinatensystem dar.

Beschreiben Sie die Lage von g im Raum.

2 Untersuchen Sie die Lösbarkeit des linearen Gleichungssystems

$x_1 + 4x_2 + x_3 = 2$

$x_1 + 2x_2 + x_3 = 2$

$x_1 + x_2 + x_3 = 2.$

Bestimmen Sie gegebenenfalls die Lösung.

Aufgabe 2

1 Gegeben ist die Gerade g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$; $r \in \mathbb{R}$.

1.1 Untersuchen Sie, ob es einen Punkt auf g gibt, dessen drei Koordinaten identisch sind.

1.2 Die Gerade h verläuft orthogonal zu g und durch Q(8 | 5 | 10).

Bestimmen Sie eine Gleichung von h.

2 Gegeben ist die Ebene E: $4x_1 + 4x_2 + 7x_3 = 28$.

Es gibt zwei zu E parallele Ebenen F und G, die vom Ursprung den Abstand 2 haben. Bestimmen Sie jeweils eine Gleichung von F und G.

Aufgabe 3

1 In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte A(1 | 2 | 5), B(2 | 7 | 8) und C(− 3 | 2 | 4) gegeben.

1.1 Weisen Sie nach, dass A, B und C Eckpunkte eines Dreiecks sind.

1.2 Für jede reelle Zahl a ist ein Punkt D(a | $2 + a\sqrt{2}$ | $5 + \sqrt{2}$) gegeben. Bestimmen Sie alle Werte von a, für die die Strecke von A nach D die Länge 2 hat.

2 Gegeben sind die Ebene E: $2x_1 + x_2 - x_3 - 4 = 0$ sowie der Punkt P(− 3 | 0 | 2).

2.1 Zeigen Sie, dass der Punkt P nicht in der Ebene E liegt.

2.2 Spiegelt man den Punkt P an der Ebene E, so erhält man den Punkt P*.

Ermitteln Sie die Koordinaten von P*.

Lösungen Übungsaufgaben

Lösungen 1.1 Analysis Übungsaufgaben

Aufgabe 1 Aufgaben Seite 7

Die Abbildung zeigt eine Parabel K_f von f mit $f(x) = a\cdot x^2 + b\cdot x + c$

Ableitung: $f'(x) = 2a\cdot x + b$

Bedingungen ablesen und LGS aufstellen: $f(0) = 1$ $\quad c = 1$

$f(2) = -2 \quad 4a + 2b + c = -2$

$f'(2) = \frac{1}{2} \quad 4a + b = \frac{1}{2}$

Einsetzen von $c = 1$ in $4a + 2b + c = -2$: $\quad 4a + 2b = -3$

$4a + b = \frac{1}{2} \quad | \cdot (-1)$ $\quad +$

Addition ergibt: $\quad b = -3{,}5$

Einsetzen in z. B. $4a + b = \frac{1}{2}$ ergibt $\quad 4a - 3{,}5 = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 1$

Möglicher Funktionsterm $\quad f(x) = x^2 - 3{,}5x + 1$

Aufgabe 2

$f(x) = -x^3 + 3x^2 - x - 4$; Ableitungen: $f'(x) = -3x^2 + 6x - 1$; $f''(x) = -6x + 6$

Wendepunkt: $f''(x) = 0$ $\quad -6x + 6 = 0$ für $x = 1$

Mit $f'''(x) = -6 \neq 0$ ist $x = 1$ eine Wendestelle.

Mit $f(1) = -3$ ergibt sich der Wendepunkt $W(1 \mid -3)$.

Ansatz für die Tangente: $\quad y = mx + b$

$f'(1) = 2 = m$; Punktprobe mit W: $\quad -3 = 2 \cdot 1 + b \Rightarrow b = -5$

Gleichung der Tangente: $\quad y = 2x - 5$

Aufgabe 3

Ansatz: $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$; $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$; $f''(x) = 6ax + 2b$

Bedingungen: $f(0) = 0 \quad d = 0$

$f'(0) = 0 \quad c = 0$

$H(1 \mid 1)$ der Hochpunkt: $f(1) = 1 \quad a + b + c + d = 1$

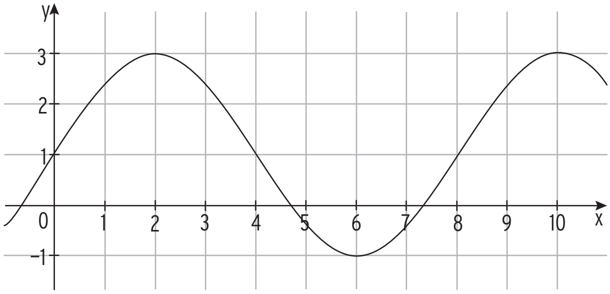
$f'(1) = 0 \quad 3a + 2b + c = 0$

Abiturprüfungen am beruflichen Gymnasium
Hauptprüfung 2018/2019

Teil 1 ohne Hilfsmittel Aufgabe 1 Lösungen Seite 259 - 271

Analysis **Punkte**

1.1 Die Abbildung zeigt einen Ausschnitt des Schaubilds einer Funktion f.



1.1.1 Begründen Sie anhand der Abbildung, welche der folgenden Aussagen wahr oder falsch sind. 6

(1) $f'(1) > 0$

(2) $\int_1^3 f(x)\,dx \geq 6$

(3) Für jede Stammfunktion F von f gilt: $F(4) = F(0)$

1.1.2 Ermitteln Sie einen Funktionsterm einer trigonometrischen Funktion, die zu diesem Schaubild passt. 3

1.2 Bilden Sie die erste Ableitung der Funktion g mit $g(x) = 3x^2 - x + \frac{1}{x}$ für $x \neq 0$. 2

1.3 Berechnen Sie den Wert des Integrals $\int_{-1}^{1} (\sqrt{2} \cdot x)^2 \, dx$ 2

1.4 Im Folgenden ist e die Eulersche Zahl und h die Funktion mit $e^{h(x)} = x$ für $x > 0$. 2

Zeigen Sie mit Hilfe der Kettenregel: $h'(x) = \frac{1}{x}$ für $x > 0$.

$\overline{15}$

Teil 1 ohne Hilfsmittel **Aufgabe 2**

Stochastik **Punkte**

2	Laut Statistik fahren 70 % aller Besucher eines Freizeitparks mit der extrem schnellen Super-Achterbahn. Von den Fahrern sind 10 % über 50 Jahre alt. Die Besucher, die nicht mit dieser Achterbahn fahren, sind zu 80 % über 50 Jahre alt.	
2.1	Stellen Sie den Sachverhalt in einem Baumdiagramm dar und tragen Sie die genannten Wahrscheinlichkeiten ein.	3
2.2	Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein Besucher des Freizeitparks über 50 Jahre alt ist.	2
2.3	Geben Sie im Sachzusammenhang eine Fragestellung an, die mithilfe des Terms $0{,}7^{12} + 12 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}7^{11}$ beantwortet werden kann.	2
		7

Teil 1 ohne Hilfsmittel **Aufgabe 3**

Lineare Algebra: Vektorgeometrie **Punkte**

3.1	Bestimmen Sie die Lösungsmenge des folgenden linearen Gleichungssystems: (1) $x + y = \frac{5}{3}$ (2) $y - 2z = 1$ (3) $y + z = 2$	2
3.2	Gegeben ist die Gerade g mit g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$; $r \in \mathbb{R}$.	
3.2.1	Begründen Sie, dass g parallel zur x_1x_3 – Ebene ist. Geben Sie eine Gerade an, die parallel zur Geraden g ist und von dieser den Abstand 5 Längeneinheiten hat.	3
3.2.2	Berechnen Sie den Abstand, den der Punkt P(0 | 0 | 0) zu g hat.	3
		8

Teil 2 mit Hilfsmittel **Aufgabe 1**

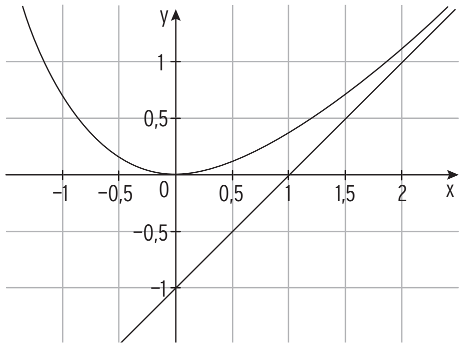
Analysis **Punkte**

1.1 Eine Polynomfunktion p ist gegeben durch $p(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2$ für $x \in \mathbb{R}$, wobei $a \neq 0$ ist.

1.1.1 Bestimmen Sie die Werte von a und b, sodass die Punkte $P(-1 \mid 1)$ und $Q(1 \mid 0)$ auf dem Schaubild von p liegen. 3

1.1.2 Nun gilt: $b = -a$. Untersuchen Sie, ob es eine negative Nullstelle von p gibt. 2

1.2 Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x - 1 + e^{-x}$ für $x \in \mathbb{R}$. Die folgende Abbildung zeigt das Schaubild K von f, sowie dessen Asymptote g mit der Gleichung $y = x - 1$.



1.2.1 Geben Sie den Punkt auf g an, der den kleinsten Abstand zum Tiefpunkt $T(0 \mid f(0))$ von K hat, und ermitteln Sie diesen Abstand. 2

1.2.2 Das Schaubild H einer Funktion h entsteht durch Verschiebung von K. Der Tiefpunkt von H liegt bei $(1 \mid -1)$. Berechnen Sie einen Funktionsterm von h. 2

1.2.3 Begründen Sie, dass die folgenden Aussagen wahr sind: 7

(1) K besitzt keinen Wendepunkt.

(2) Im Intervall [1,841; 1,842] liegt ein x_0, sodass $f(x_0) = 1$ gilt.

(3) Es gibt keine Normale an K, die g senkrecht schneidet.

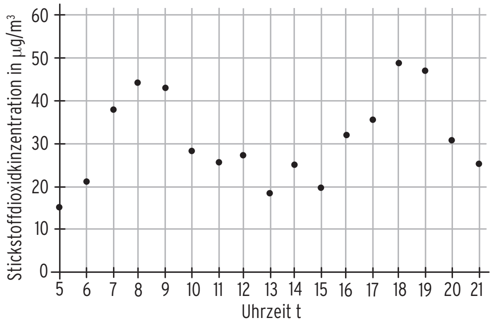
1.2.4 Das Schaubild K, die beiden Geraden mit der Gleichung $x = -c$ bzw. $x = c$ mit $c > 0$, und die Gerade g umschließen eine Fläche. Bestimmen Sie c, sodass der Inhalt dieser Fläche den Wert 2 hat. 4

20

Teil 2 mit Hilfsmittel **Aufgabe 2**

Anwendungsorientierte Analysis **Punkte**

2 Ein großer Anteil des Stickstoffdioxids (NO_2) in der Luft wird durch Verbrennungsmotoren im Straßenverkehr erzeugt.
An einer Messstation in einer süddeutschen Stadt wird die NO_2-Konzentration in der Luft täglich aufgezeichnet. Die Abbildung zeigt die, an einem Werktag im Herbst zwischen 5 Uhr morgens und 21 Uhr abends gemessenen, NO_2-Datenwerte in Mikrogramm pro Kubikmeter Luft $\left(\frac{\mu g}{m^3}\right)$.



2.1 Beschreiben Sie die Entwicklung der NO_2-Konzentration im Tagesverlauf und interpretieren Sie dies im Sachzusammenhang. 2

2.2 Die Funktion f mit $f(t) = 15 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{5} \cdot \left(t - \frac{11}{2}\right)\right) + 30$; $5 \leq t \leq 21$, modelliert den Wert der NO_2-Konzentration f(t) in $\frac{\mu g}{m^3}$ zum Zeitpunkt t dieses Tages.

2.2.1 Beurteilen Sie folgende Aussage: „Das Maximum von f weicht vom tatsächlich gemessenen maximalen Wert der NO_2-Konzentration um mehr als 10 % ab." 2

2.2.2 Bestimmen Sie unter Verwendung des Modells f die beiden Zeitpunkte, an denen die Zunahme der NO_2-Konzentration am größten ist. 3

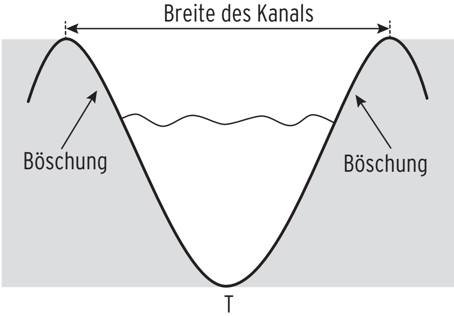
2.2.3 Zum Zeitpunkt der Messung galt für die NO_2-Konzentration in der Luft der Grenzwert von 40 $\frac{\mu g}{m^3}$.
Bestimmen Sie mithilfe von f die Uhrzeit auf die Minute genau, zu der dieser Grenzwert erstmals erreicht wurde. 3

10

Teil 2 mit Hilfsmittel **Aufgabe 3**

Anwendungsorientierte Analysis **Punkte**

3 Ein Ingenieurbüro plant den Bau eines 15 Meter (m) langen, geraden Kanals, der einen gleichbleibenden Querschnitt aufweist. Das Koordinatensystem wird im Modell so gelegt, dass T(0 I 0) den tiefsten Punkt des Querschnitts darstellt (siehe Abbildung). Die Randkurve des Querschnitts wird beschrieben durch die Funktion f mit $f(x) = -\frac{1}{16}x^4 + \frac{3}{4}x^2$, wobei x im Bereich der Breite des Kanals liegt und ebenso wie f(x) in Meter gemessen wird.
Die Abbildung stellt eine nicht maßstabsgetreue Skizze des Schaubilds von f dar.



3.1 Berechnen Sie den höchstmöglichen Wasserstand und die Breite des Kanals. 3

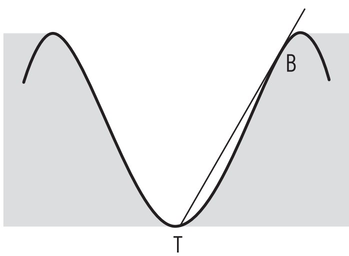
3.2 Das Wasser steht im Kanal 2 m hoch.

3.2.1 Zeigen Sie, dass der Wasserspiegel eine Breite von genau 4 m einnimmt. 1

3.2.2 Berechnen Sie den Wert von $15 \cdot \int_{-2}^{2} (2 - f(x))\,dx$. 3

Deuten Sie diesen Term und den berechneten Wert im Sachzusammenhang.

3.3 Ein Laser in der Position T wird so eingestellt, dass er einen Lichtstrahl erzeugt, der in der Ebene des Kanalquerschnitts verläuft und dabei die rechte Böschung an einem Punkt B(u I f(u)) mit $u > 0$ berührt.
Bestimmen Sie die Steigung a der Geraden mit der Gleichung $y = a \cdot x$, die diesen Lichtstrahl modelliert. 3



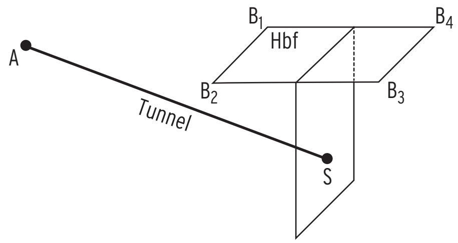
10

Teil 4 mit Hilfsmittel **Aufgabe 1**

Lineare Algebra: Vektorgeometrie **Punkte**

1 Die Grundfläche eines Hauptbahnhofs (Hbf) wird durch ein Viereck mit den Eckpunkten $B_1(0 \mid 1 \mid 0)$, $B_2(3 \mid 0 \mid 0)$, $B_3(5 \mid 6 \mid 0)$ und $B_4(2 \mid 7 \mid 0)$ modelliert. Ein Tunnel startet im Punkt $A(0 \mid -11 \mid 0)$ und endet im Punkt $S(2{,}5 \mid 3{,}5 \mid -0{,}5)$.

Eine Längeneinheit entspricht 100 Meter (m). Die Modellierung ist in der folgenden (nicht maßstabsgetreuen) Skizze veranschaulicht.



1.1 Zeigen Sie, dass die Grundfläche des Hbf ein Reckteck ist. 4
Berechnen Sie den Inhalt der Grundfläche in Quadratkilometer.

1.2 Der Tunnel von A nach S wird modelliert durch die Strecke g mit

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -11 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2{,}5 \\ 14{,}5 \\ -0{,}5 \end{pmatrix};\ 0 \leq r \leq 1.$$

1.2.1 Der Tunnel schließt mit der Ebene, in der die Grundfläche des Hbf liegt, einen Winkel ein. Berechnen Sie diesen Winkel. 2

1.2.2 Untersuchen Sie, ob für jeden Punkt des Tunnels ein Sicherheitsabstand von mindestens 20 Meter zur Seite $\overline{B_1B_2}$ der Grundfläche des Hbf eingehalten wird. 4

1.3 Eine Ebene besitzt die Darstellung $E: \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} = 13.$

1.3.1 Prüfen Sie, ob der Punkt S in der Ebene E liegt. 1

1.3.1 Geben Sie eine Gleichung der Geraden k durch A an, die orthogonal zu E ist. 4

Zur Planung eines weiteren Tunnels möchte man wissen, wo sich der Punkt A' ($\neq A$) auf k befindet, der denselben Abstand zu E hat wie der Punkt A.
Bestimmen Sie die Koordinaten von A'.

$\overline{15}$

4 Lösungen Hauptprüfung 2018/2019

www.mvurl.de/3bk7

Teil 1 ohne Hilfsmittel **Aufgabe 1**

Analysis

1.1.1

(1) Die Aussage ist wahr. Das Schaubild von f ist wachsend bei x = 1.

(2) Die Aussage ist falsch. Der Inhalt der Fläche, die vom Schaubild von f, der x-Achse und den begrenzenden Geraden x = 1 und x = 3 eingeschlossen wird, ist kleiner als der Flächeninhalt eines Rechtecks mit Breite 2 und Höhe 3 ($A < 6$ FE; "Kästchenzählen").

(3) Die Aussage ist falsch.
Die Funktionswerte von f, der Ableitungsfunktion von F, sind zwischen x = 0 und x = 4 positiv (siehe Schaubild). Somit ist das Schaubild von F in diesem Bereich streng monoton wachsend und es gilt $F(4) > F(0)$.
Alternative Begründung: Durch den Ansatz $\int_0^4 f(x)\,dx = [F(x)]_0^4 = F(4) - F(0)$ wird der Inhalt der Fläche zwischen K_f und x-Achse im Intervall [0; 4] berechnet. Da das Schaubild von f hier oberhalb der x-Achse verläuft, ist der Wert des Integrals positiv. Also gilt $F(4) - F(0) > 0$ und somit $F(4) > F(0)$.

1.1.2 Ansatz: $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot (x - c)) + d$
Die waagerechte "Mittellinie" bzw. die Verschiebung nach oben führt auf d = 1. Man erkennt eine Amplitude von 2, somit a = 2.
Die abgelesene Periodenlänge von 8 führt auf $b = \frac{2\pi}{p} = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}$.
Ausgehend von einer Sinuskurve liegt keine Verschiebung in x-Richtung vor.
Insgesamt erhält man: $f(x) = 2 \cdot \sin(\frac{\pi}{4} \cdot x) + 1$

1.2 $g(x) = 3x^2 - x + \frac{1}{x} = 3x^2 - x + x^{-1}$
$g'(x) = 6x - 1 + (-1) \cdot x^{-2} = 6x - 1 - \frac{1}{x^2}$ für $x \neq 0$.
Hinweis: Das Umformen der Gleichung der Ableitungsfunktion ist nicht notwendig.

1.3 $\int_{-1}^{1} (\sqrt{2} \cdot x)^2\,dx = \int_{-1}^{1} 2x^2\,dx = \left[\frac{2}{3}x^3\right]_{-1}^{1} = \frac{2}{3} \cdot 1^3 - \frac{2}{3} \cdot (-1)^3 = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$