2023

Wirtschaftsschule

Original-Prüfun

MEHR ERFAHREN

Bayern

Mathematik

+ *Musterprüfungen*
+ *Zugelassene Merkhilfe*
+ *Lernvideos*

ActiveBook
Interaktives Training

Original-Prüfungsaufgaben **2022** zum Download

STARK

Inhalt

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2022 freigegeben sind, kannst du sie als PDF auf der Plattform MyStark herunterladen (Zugangscode vgl. Farbseiten vorne im Buch).

PDF-Download

Autorin und Autor:

Musterprüfung und Lösungen der offiziellen Musterprüfung: Johann Müller

Offizielle Musterprüfung: Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst

Lösungen der Abschlussprüfungen: Johann Müller (2017 – 2021)

PDF-Download: Lösungen der Abschlussprüfungen: Edith Rullert (2002 – 2005); Redaktion (2006 – 2009); Johann Müller (2010 – 2016 und 2022)

Hinweise

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

mit dem vorliegenden Buch kannst du dich bestmöglich auf die **Abschlussprüfung** im Fach **Mathematik** vorbereiten. Seit dem Schuljahr 2017/2018 findet die Prüfung nach einem neuen Lehrplan statt. Um dir dafür eine optimale Vorbereitung zu ermöglichen, beinhaltet das Buch neben der vom Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst veröffentlichten **offiziellen Musterprüfung** noch eine weitere **Musterprüfung** im Stil der neuen Prüfung. Außerdem enthält das Buch die **Original-Abschlussprüfungen** der Jahrgänge 2017 – 2021. Die **Original-Abschlussprüfungsaufgaben** der Jahrgänge 2002 – 2016 sowie des Jahrgangs 2022 (nach der Freigabe zur Veröffentlichung) sind als PDF-Download verfügbar (siehe Zugangscode auf den Farbseiten vorne im Buch).

Die Abschlussprüfung wird zentral vom Kultusministerium für alle bayerischen Wirtschaftsschulen gestellt. Sie wird in zwei Teile gegliedert:

- ***Prüfungsteil A:*** Aufgabenteil ohne Taschenrechner

  Teil A besteht aus kurzen kompetenzorientierten Aufgaben aus verschiedenen Themengebieten. Teil A ist für alle Schülerinnen und Schüler verpflichtend und muss in 20 Minuten ohne Taschenrechner gelöst werden. Einziges Hilfsmittel ist die zugelassene Merkhilfe.

- ***Prüfungsteil B:*** Aufgabenteil mit allen zugelassenen Hilfsmitteln

  Teil B besteht aus Pflicht- und Wahlaufgaben aus den folgenden fünf Bereichen:

  Pflichtaufgaben:
  1. Aufgabe: Finanzmathematik
  2. Aufgabe: Funktionaler Zusammenhang

  Wahlaufgaben:
  3. Aufgabe: Trigonometrie
  4. Aufgabe: Daten und Zufall
  5. Aufgabe: Figuren- und Raumgeometrie

  Die Pflichtaufgaben (Aufgaben 1 und 2) sind jedes Jahr Teil der Prüfung. Von den drei Wahlaufgaben (Aufgaben 3 bis 5) wählt ein Mitglied des Prüfungsausschusses (in der Regel Fachlehrkraft) zwei Aufgaben zur Bearbeitung aus. Somit müssen vier dieser fünf Aufgaben gelöst werden. Dafür stehen 130 Minuten zur Verfügung. Zugelassene Hilfsmittel sind ein elektronischer, nicht programmierbarer Taschenrechner, die zugelassene Merkhilfe sowie bekannt gegebene Ergänzungen.

Zusammenfassung:
Arbeitszeit:
Teil A: 20 Minuten
Teil B: 130 Minuten
insgesamt: 150 Minuten

Zugelassene Hilfsmittel:
elektronischer, nicht programmierbarer Taschenrechner, zugelassene Merkhilfe sowie die bekannt gegebenen Ergänzungen.
Achtung: Teil A muss ohne Taschenrechner gelöst werden!

Zusätzlicher Hinweis:
Mit dem neuen Lehrplan haben sich u. a. die Notationen für Geraden- und Streckenbezeichnungen geändert. In diesem Buch werden in jeder Abschlussprüfung die Notationen verwendet, die in dem entsprechenden Prüfungsjahr gegolten haben.

Informationen zur alten Prüfung:
Die alte Abschlussprüfung bestand aus sieben vorgegeben Aufgaben, von denen fünf bearbeitet werden mussten, und die aus folgenden Bereichen stammten:

1. Aufgabe: Finanzmathematik 2. Aufgabe: Folgen und Reihen 3. Aufgabe: Trigonometrie/Geometrie	Pflichtaufgaben
4. Aufgabe: Stochastik 5. Aufgabe: Funktionen 6. Aufgabe: Körperberechnung 7. Aufgabe: Potenz-, Exponential- und Logarithmusfunktion und Gleichungen 8. Aufgabe: Aufgaben mit verschiedenen Themenbezügen	Wahlaufgaben

Die Aufgaben 1 bis 3 waren Pflichtaufgaben und damit jedes Jahr Teil der Prüfung. Die Aufgaben 4 bis 8 waren Wahlaufgaben, wobei in jeder Prüfung von den Aufgaben 5 bis 8 nur drei Aufgaben angeboten wurden. Von diesen (mit Aufgabe 4) insgesamt vier angebotenen Wahlaufgaben wurden zwei Aufgaben durch ein Mitglied des Prüfungsausschusses (in der Regel Fachlehrkraft) zur Bearbeitung ausgewählt.

Arbeitszeit: 180 Minuten
Zugelassene Hilfsmittel: elektronischer, nicht programmierbarer Taschenrechner, zugelassene Formelsammlung sowie die bekannt gegebenen Ergänzungen.

Zu allen Aufgaben gibt es in diesem Buch **ausführliche Lösungen**, bei denen besonders auf kleinschrittige und damit leicht nachvollziehbare Rechenwege Wert gelegt wurde. Die im Buch abgedruckte **Merkhilfe** entspricht der zugelassenen Merkhilfe, die du in der Prüfung verwenden darfst. Um das Üben bestimmter Aufgabentypen bzw. Themen zu erleichtern, wurde ein **Stichwortverzeichnis** angelegt, das ein gezieltes Auffinden bestimmter Aufgaben ermöglicht. (Teil)Aufgaben, die ab dem Schuljahr 2017/2018 **nicht mehr prüfungsrelevant** sind, sind im PDF-Download, im Buch sowie im Stichwortverzeichnis **mit einem Sternchen * markiert**.

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch wichtige Änderungen in der Prüfung vom Kultusministerium bekannt gegeben werden, findest du aktuelle Informationen dazu ebenfalls auf der **Plattform MyStark** unter: **www.stark-verlag.de/mystark**

Mit den besten Wünschen für die Prüfung!

Offizielle Musterprüfung an drei- und vierstufigen Wirtschaftsschulen
Mathematik – Aufgabenteil A (Muster 1)

Aufgaben ohne Benutzung des Taschenrechners

1. Susanne und Jan kaufen sich gemeinsam eine Pizza. Susanne hat bereits drei Viertel gegessen. Den Rest teilt sie mit Jan und gibt ihm davon die Hälfte.
Wie hoch ist Jans Anteil an der gekauften Pizza? 1

A	B	C	D	Lösung
20 %	25 %	12,5 %	10 %	

2. Die kleinste der folgenden Zahlen ist … 1

A	B	C	D	Lösung
2^3	$5\frac{1}{2}$	$\sqrt{17}$	5,65	

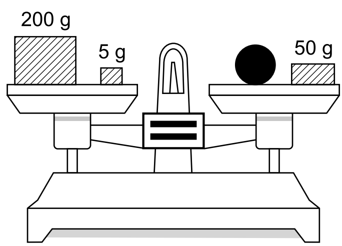
3. Das Hinterrad eines Fahrrads hat einen Durchmesser von 30 cm.
Bei 10 Radumdrehungen fährt man … 1

A	B	C	D	Lösung
ca. 15 m.	ca. 30 m.	ca. 3 m.	ca. 9 m.	

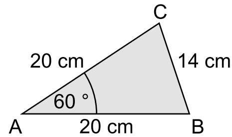
4. In einer Urne befinden sich 4 Plättchen. Sie tragen die Buchstaben B, E, G und R.
Es wird ohne Zurücklegen gezogen.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in der gezogenen Reihenfolge das Wort „BERG“ gebildet wird? 1

A	B	C	D	Lösung
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{32}$	

5. Die Waage befindet sich im Gleichgewicht.
Stellen Sie eine Gleichung auf und berechnen Sie das Gewicht der Kugel. 2



6. Begründen Sie, warum man mit diesen Maßen kein Dreieck bilden kann. 2

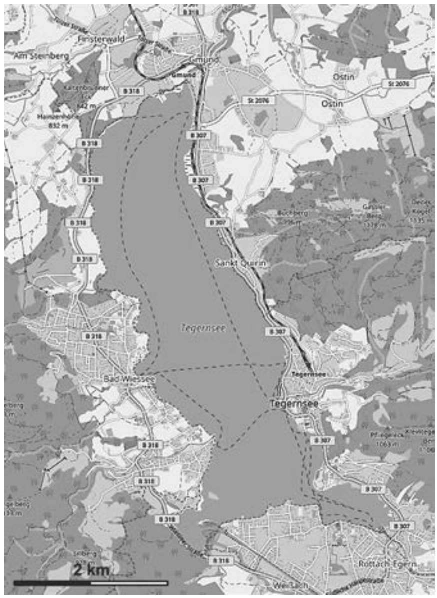


Die Skizze ist nicht maßstabsgetreu.

7. Petra und Jürgen, Klassensprecher einer Wirtschaftsschulklasse, planen eine Wanderung rund um den Tegernsee. Auf einer Internetseite wird die Fläche des Sees mit 25 km^2 angegeben. Petra vermutet, dass diese Angabe viel zu groß ist.

Ist Petras Vermutung begründet?

Schätzen Sie auf nachvollziehbare Weise die Fläche des Tegernsees. Nutzen Sie dazu die Informationen aus der Karte. 2



Lösung – Aufgabenteil A (Muster 1)

Aufgaben ohne Benutzung des Taschenrechners

1. Da Susanne bereits $\frac{3}{4}$ der Pizza gegessen hat, bleibt nur noch $\frac{1}{4}$ davon übrig. Dieses Viertel teilt sie durch 2 und gibt die Hälfte Jan. Für seinen Anteil ergibt sich folgende Rechnung:

   $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 1}{4 \cdot 2} = \frac{1}{8} = 0{,}125 = 12{,}5\,\%$

   Hinweis: Prozent bedeutet „von Hundert". Um 0,125 als Prozentzahl darzustellen, muss 0,125 mit 100 % multipliziert werden.

   Lösung: **C**

2. Die gegebenen Zahlen werden berechnet oder abgeschätzt und dann verglichen:

   $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = \mathbf{8}$ $\quad 5\frac{1}{2} = \mathbf{5{,}5}$ $\quad 4 = \sqrt{16} < \sqrt{\mathbf{17}} \mathbf{<} \sqrt{25} = \mathbf{5}$ $\quad \mathbf{5{,}65}$

   Hinweis: Da sich $\sqrt{17}$ nicht im Kopf berechnen lässt, muss abgeschätzt werden.

   Lösung: **C**

3. Der Weg, den das Hinterrad bei einer Umdrehung zurücklegt, entspricht dem Radumfang. Der Durchmesser des Hinterrads beträgt 30 cm = 0,3 m und π kann mit 3 abgeschätzt werden. Für den Radumfang gilt somit:

   $u = d \cdot \pi \approx 0{,}3\text{ m} \cdot 3 = 0{,}9\text{ m}$

   Bei 10 Radumdrehungen fährt man also etwa $10 \cdot 0{,}9\text{ m} = 9\text{ m}$.

   Lösung: **D**

4. Die Wahrscheinlichkeit, von den 4 Plättchen zuerst das „B" zu ziehen, beträgt $\frac{1}{4}$. Da die Plättchen der Reihe nach gezogen und **nicht** wieder zurückgelegt werden, sinkt die Anzahl der Plättchen mit jedem Zug. Somit beträgt die Wahrscheinlichkeit, beim zweiten Zug das „E" zu ziehen, $\frac{1}{3}$. Die Wahrscheinlichkeit, beim dritten Zug das „R" zu ziehen, beträgt $\frac{1}{2}$ und die Wahrscheinlichkeit für „G" im letzten Zug ist $\frac{1}{1} = 1$. Damit gilt:

   $P(\text{BERG}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1} = \frac{1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{1}{24}$

   Lösung: **C**

5. Die Waage ist im Gleichgewicht, wenn auf der linken Seite 200 g und 5 g und auf der rechten Seite die Kugel und 50 g liegen. Diese Summen müssen gleichgesetzt werden.

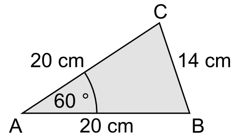
   Das Gewicht der Kugel sei x.

   Gleichung:

   $$\begin{aligned} 200\text{ g} + 5\text{ g} &= x + 50\text{ g} \\ 205\text{ g} &= x + 50\text{ g} \quad \big| -50\text{ g} \\ \underline{\underline{x}} &\underline{\underline{= 155\text{ g}}} \end{aligned}$$

   Die Kugel wiegt 155 g.

6. Da die Seiten b und c gleich lang sind, ist das Dreieck gleichschenklig mit einem 60°-Winkel in der Spitze. Für die Basiswinkel gilt mit der Innenwinkelsumme im Dreieck:
$(180° - 60°) : 2 = 120° : 2 = 60°$



Weil die drei Winkel alle gleich groß sind und 60° betragen, handelt es sich um ein gleichseitiges Dreieck. Die Seiten müssten also alle gleich lang sein. Da dies nicht der Fall ist, kann es kein Dreieck mit den gegebenen Maßen geben.

7. Der Maßstab ist so gewählt, dass 1 cm in der Zeichnung etwa 1 km in Wirklichkeit entspricht. Der Tegernsee kann näherungsweise mit einem Rechteck modelliert werden. Für die Berechnung seiner Fläche sind zunächst die Seitenlänge des Rechtecks der Zeichnung zu entnehmen.

Maße des Tegernsees in der Zeichnung:
Länge des Tegernsees: 6 cm
Breite des Tegernsees: 2 cm

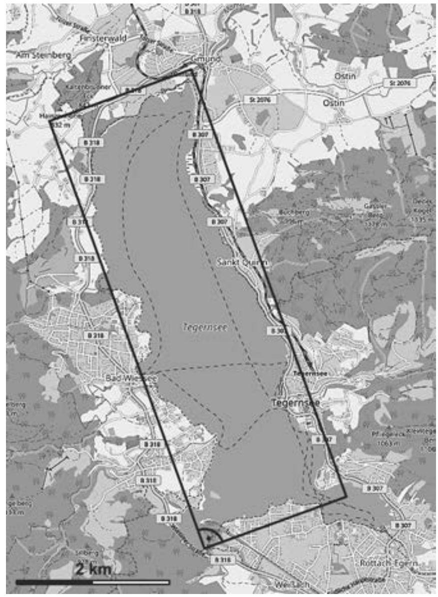
Maße des Tegernsees in Wirklichkeit:
Länge des Tegernsees: $a = 6$ km
Breite des Tegernsees: $b = 2$ km

Fläche des Tegernsees:

$A = a \cdot b = 6\text{ km} \cdot 2\text{ km} = \underline{\underline{12\text{ km}^2}}$

Da der Tegernsee mit 12 km² weniger als halb so groß wie die 25 km² auf der Internetseite ist, ist Petras Vermutung begründet.

Anmerkung: Die Fläche des Tegernsees beträgt tatsächlich etwa 8,9 km².



8. Zunächst wird die Geschwindigkeit berechnet, mit der die Klasse wandert. Damit kann die reine Wanderzeit bestimmt werden, die die Klasse für die 21 km um den See benötigt. Um die Uhrzeit zu berechnen, zu der die Klasse wieder in Bad Wiessee sein wird, müssen zu der berechneten reinen Wanderzeit noch die Rastzeiten addiert werden.

Berechnung der Wandergeschwindigkeit:

$$\cdot 3 \left(\begin{array}{ccc} 20\text{ min} & \hat{=} & 1{,}4\text{ km} \\ 60\text{ min} & \hat{=} & 4{,}2\text{ km} \end{array} \right) \cdot 3$$

Die Wandergeschwindigkeit der Klasse ist also $4{,}2\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Berechnung der reinen Wanderzeit:

$$21\text{ km} : 4{,}2\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{21\text{ km}}{4{,}2\,\frac{\text{km}}{\text{h}}} = 5\text{ h}$$

Berechnung der gesamten Rastzeiten:
$16\text{ min} + 2 \cdot 16\text{ min} = 16\text{ min} + 32\text{ min} = 48\text{ min}$

Abschlussprüfung 2020 an drei- und vierstufigen Wirtschaftsschulen
Mathematik – Aufgabenteil A

Aufgaben ohne Benutzung des Taschenrechners

1. Familie Gruber (Vater, Mutter, der 13-jährige Sohn Jonas und die 4-jährige Tochter Lena) besucht zu Beginn der Sommerferien die Stadt München und möchte auf dem Fernsehturm die Aussicht genießen. Aus der Zeitung weiß Herr Gruber, dass es in der ersten Ferienwoche 20 % Rabatt auf den Eintrittspreis gibt.

Eintrittspreise	
Erwachsene:	7,00 €
Kinder und Jugendliche (6–18 Jahre):	5,00 €
Kinder unter 6 Jahren:	frei

Entscheiden Sie, welcher Term zur Berechnung des ermäßigten Eintrittspreises richtig ist. 1

A	B	C	Lösung
$(2 \cdot 7 + 5) \cdot 0{,}2$	$(2 \cdot 7 + 5) \cdot \frac{4}{5}$	$(2 \cdot 7 + 2 \cdot 5) \cdot 1{,}2$	

2. Beim Oktoberfest-Special der Quizshow „Wer wird Millionär?“ wurde folgende 125.000-€-Frage gestellt.

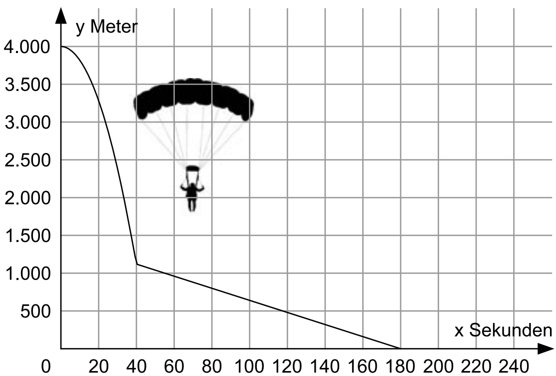
Betragen die Seitenlängen bei einem Dreieck 3 cm, 4 cm und 5 cm, dann handelt es sich definitiv um ein …

A: spitzwinkliges Dreieck	B: rechtwinkliges Dreieck
C: stumpfwinkliges Dreieck	D: gleichseitiges Dreieck

Welche dieser Antworten ist die richtige? Begründen Sie rechnerisch. 2

3. Luca möchte sein Fahrradschloss öffnen. Auf jedem Ring können die Ziffern 0 bis 9 eingestellt werden. Die ersten vier Ziffern der Kombination hat er richtig eingestellt. Leider hat er die letzte Ziffer vergessen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Luca bereits beim ersten Versuch sein Fahrradschloss öffnen kann?
Geben Sie das Ergebnis als Bruch und in Prozent an. 1

4. Hannes hat zum Geburtstag einen Tandemfallschirmsprung geschenkt bekommen. Er springt mit einem erfahrenen Fallschirmspringer aus dem Flugzeug und befindet sich in den ersten 40 Sekunden im freien Fall. Danach öffnet sich der Fallschirm und der Gleitflug beginnt.
Der Graph stellt Hannes' Flughöhe y in Abhängigkeit von der Zeit x dar.



4.1 Setzen Sie aus folgenden Bausteinen die Funktionsgleichung zusammen, welche die Flugphase „Freier Fall" beschreibt. 1

$\boxed{18x^2}$ $\boxed{1{,}8x^2}$ $\boxed{-1{,}8x^2}$ $\boxed{4.000}$ $\boxed{-4.000}$

y = ______________________

4.2 Entnehmen Sie der Zeichnung, wie lange nur der Gleitflug dauert. 1

____

5. Das Ehepaar Albrecht möchte sich den Traum eines eigenen Hauses erfüllen und kauft sich deshalb ein Grundstück. Sie müssen beim Kauf 3 % vom Grundstückspreis als Grunderwerbsteuer zahlen. Diese beläuft sich auf 4.503,00 €.

Abschlussprüfung 2020 an drei- und vierstufigen Wirtschaftsschulen
Mathematik – Aufgabenteil B

Aufgabe 1 – Finanzmathematik


© lzf. Shutterstock

Die ehemalige Wirtschaftsschülerin Luisa träumt davon, ihr Hobby zum Beruf zu machen. Sie plant einen kleinen Laden zu eröffnen, in dem sie Longboards, Skateboards und Snowboards anbieten will.
Luisas Opa hat am Anfang des Jahres 2010 einen Sparvertrag für seine Enkelin abgeschlossen, in den er einmalig zu Beginn 7.500,00 € und seither immer zu Jahresbeginn 2.500,00 € einbezahlt hat. Der Vertrag wurde mit 2,10 % verzinst.

1.1 Berechnen Sie, auf welches Kapital Luisa am Ende des Jahres 2019 zurückgreifen kann. 3

Neben dem Sparvertrag von ihrem Opa besitzt Luisa noch ein Sparbuch, auf das sie vor 7 Jahren ihre Geldgeschenke zur Konfirmation in Höhe von 2.490,00 € einbezahlt hat. Aktuell weist das Sparbuch nach Eintragung aller Zinsen und Zinseszinsen einen Kontostand von 2.763,51 € auf.

1.2 Berechnen Sie den Zinssatz, den Luisa auf ihr Sparbuch bekommen hat. 3

Luisa erbt von ihrer Großtante 40.000,00 €. Diesen Betrag legt sie auf einem Sparkonto zu einem Zinssatz von 1,80 % an. Sie möchte davon zukünftig zu Beginn eines jeden Jahres Geld entnehmen, um davon ihre Werbepartner bezahlen zu können.

1.3 Berechnen Sie, wie viele volle Jahre Luisa den Betrag von 5.200,00 € entnehmen kann, bevor das Kapital aufgebraucht ist. 4

Lösung – Aufgabenteil A

Aufgaben ohne Benutzung des Taschenrechners

1. Familie Gruber besteht aus zwei Erwachsenen (Vater und Mutter), einem Jugendlichen (Jonas) und der Tochter Lena, die keinen Eintritt bezahlen muss. Die beiden Erwachsenen müssen jeweils 7 € bezahlen, während für Jonas 5 € Eintrittsgeld fällig sind. Mit dem Term $2 \cdot 7 + 5$ kann man daher den regulären Eintrittspreis berechnen.

   Da es in der ersten Ferienwoche 20 % Rabatt gibt, braucht Familie Gruber nur 80 % $(= \frac{80}{100} = 0{,}8 = \frac{4}{5})$ des Eintrittspreises bezahlen. Dieser Faktor muss mit dem regulären Preis multipliziert werden.

   Bei Lösung A würde man nur den Rabatt $(20\,\% = 0{,}2)$ berechnen, während man bei Lösung C um 20 % mehr zahlen müsste $(1{,}2 = 120\,\%)$.

   Lösung **B**

2. Der Satz des Pythagoras ist nur im rechtwinkligen Dreieck anwendbar. Dies bedeutet im Umkehrschluss: Wenn auf beiden Seiten der Gleichung beim Satz des Pythagoras der gleiche Zahlenwert steht, ist das Dreieck rechtwinklig.

   Im vorliegenden Beispiel muss die Hypotenuse 5 cm lang sein (längste Seite). Die anderen beiden Seiten (3 cm bzw. 4 cm lang) sind die Katheten.

   Wenn das Dreieck also rechtwinklig ist, müsste gelten:

$$\begin{aligned} 3^2 + 4^2 &\overset{?}{=} 5^2 \\ 9 + 16 &\overset{?}{=} 25 \\ 25 &= 25 \end{aligned}$$

   Das ist eine wahre Aussage und somit ist gezeigt, dass das Dreieck rechtwinklig ist.

   Lösung **B** ist daher richtig.

3. Die ersten 4 Ziffern des Zahlenschlosses sind bereits richtig eingestellt. Es fehlt nur noch der letzte Ring. Darauf sind die Ziffern 0 bis 9 abgebildet. Es gibt also 10 Möglichkeiten (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9). Nur eine der 10 Ziffern ist ein günstiges Ergebnis (Schloss geht auf). Daher ist die Wahrscheinlichkeit, das Schloss beim ersten Versuch zu öffnen, $\frac{1}{10}$. Dies entspricht einer Wahrscheinlichkeit von 10 %.

$$P(\text{Öffnen beim 1. Versuch}) = \underline{\underline{\frac{1}{10} = 10\,\%}}$$

4.1 Der dargestellte Teil des Graphen für die Flugphase „freier Fall" ist eine nach unten geöffnete Parabel. Deshalb muss der Formfaktor a negativ sein und es entfallen die Bausteine „$18x^2$" und „$1{,}8x^2$". Übrig bleibt der Baustein „$-1{,}8x^2$".
Der Parameter c zeigt den y-Achsenabschnitt. Die dargestellte Parabel schneidet die y-Achse bei +4.000 Meter. Daher gilt $c = 4.000$.

Die zusammengesetzte Funktionsgleichung lautet $\underline{\underline{y = -1{,}8x^2 + 4.000}}$.

4.2 Nach 40 Sekunden öffnet Hannes den Fallschirm. Er landet nach insgesamt 180 Sekunden (siehe Nullstelle). Um die Dauer des Gleitfluges zu berechnen, muss von der Gesamtflugzeit die Zeit des freien Falls abgezogen werden.

180 Sekunden – 40 Sekunden = 140 Sekunden Gleitflug

5.1 Diese Aufgabe aus dem Bereich Prozentrechnung kann mit einem Dreisatz gelöst werden: Nach dem Ansatz, dass 3 % Grunderwerbsteuer einem Betrag von 4.503 € entspricht, ist auf beiden Seiten durch 3 zu teilen. Anschließend muss auf beiden Seiten mit 100 multipliziert werden, um den Kaufpreis des Grundstücks (100 %) zu ermitteln.

$$\begin{array}{rrcll} :3 & 3\,\% & \triangleq & 4.503{,}00\,€ & :3 \\ \cdot 100 & 1\,\% & \triangleq & 1.501{,}00\,€ & \cdot 100 \\ & 100\,\% & \triangleq & 150.100{,}00\,€ & \end{array}$$

Der Kaufpreis des Grundstücks beläuft sich auf 150.100 €.

5.2 Die Säulenhöhe in der dargestellten Grafik entspricht der Annuität. Sie setzt sich aus Tilgung (oberer, hellerer Teil) und Zinsen (unterer, dunklerer Teil) zusammen.

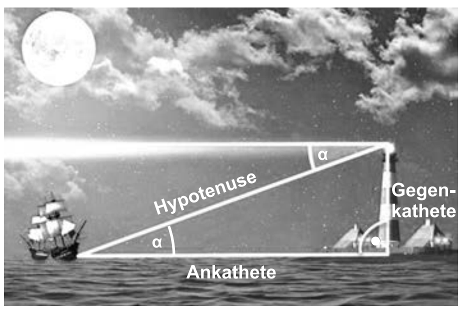
Da die Säulen über die gesamte Laufzeit von 10 Jahren immer gleich hoch bleiben, muss es sich um eine Annuitätentilgung handeln.

6. Um die Scheitelform in die Normalform umzuwandeln, muss zunächst die Klammer aufgelöst werden. Dies kann man über die binomische Formel machen oder man kann die Klammer mit sich selbst multiplizieren. Dabei muss jeder Faktor der ersten mit jedem Faktor der zweiten Klammer multipliziert werden. Anschließend wird alles so weit wie möglich zusammengefasst und so die Normalform hergestellt.

$$\begin{aligned} y = (x+3)^2 - 2 = (x+3)\cdot(x+3) - 2 &= \underbrace{x \cdot x} + \underbrace{x \cdot 3} + \underbrace{3 \cdot x} + \underbrace{3 \cdot 3} - 2 \\ &= x^2 + 3x + 3x + 9 - 2 \\ &= x^2 + 6x + 7 \end{aligned}$$

Die Behauptung von Laura ist richtig.

7. Im dargestellten Bild findet sich der Winkel $\alpha = 30°$ auch links unten im Dreieck wieder (Z-Winkel). Ebenso ist die Höhe des Turmes $h = 58$ m (Gegenkathete) bekannt. Die Entfernung x des Schiffes vom Turm entspricht der Länge der Ankathete. Mit dem Tangens im rechtwinkligen Dreieck kann die Entfernung x berechnet werden.



$$\tan\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{h}{x}$$

$$\tan 30° = \frac{58\text{ m}}{x}$$

Lösung – Aufgabenteil B

Aufgabe 1 – Finanzmathematik

1.1 Zunächst muss man berechnen, wie lange das Kapital von Luisa angelegt war: Von 2010 bis einschließlich 2019 sind es 10 Jahre ($n = 10$). Im Jahr 2010 wurde ein Startkapital von 7.500 € (K_0) angelegt und es wurden immer zu Jahresbeginn (vorschüssig) 2.500 € (Rente r) eingezahlt.
Es handelt sich daher um eine vorschüssige Kapitalmehrung mit Startkapital.

Gegeben: $K_0 = 7.500$ €; $n = 10$; $p\,\% = 2{,}1\,\%$ $\Rightarrow$ $q = 1{,}021$; $r = 2.500$ € (vorschüssig)

Gesucht: K_n'

Berechnung der Kapitalsumme nach 10 Jahren:

$$K_n' = K_0 \cdot q^n + r \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$K_{10}' = 7.500\,€ \cdot 1{,}021^{10} + 2.500\,€ \cdot 1{,}021 \cdot \frac{1{,}021^{10} - 1}{1{,}021 - 1}$$

$$\underline{\underline{K_{10}' = 37.309{,}77\,€}}$$

Luisa kann am Ende des Jahres 2019 über 37.309,77 € verfügen.

1.2 Auf Luisas Sparbuch wurden in den letzten 7 Jahren keine weiteren Ein- oder Auszahlungen vorgenommen. Daher kann man den Zinssatz mit der Zinseszinsformel berechnen, indem man das gegebene Startkapital K_0, das Endkapital K_n und die Laufzeit n einsetzt und nach q auflöst. Anschließend kann man den Zinsfaktor q in den Zinssatz p umwandeln.

Gegeben: $K_0 = 2.490{,}00$ €; $K_n = 2.763{,}51$ €; $n = 7$

Gesucht: $p\,\%$; q

Berechnung des Zinsfaktors q:

$$K_n = K_0 \cdot q^n$$

$$2.763{,}51\,€ = 2.490\,€ \cdot q^7 \quad \big|: 2.490\,€$$

$$1{,}1098\ldots = q^7 \quad \big|\sqrt[7]{}$$

$$q = 1{,}015$$

Berechnung des Zinssatzes p %:

Zur Umrechnung von q nach p verwendet man die Formel $q = 1 + \frac{p}{100}$.

$$q = 1 + \frac{p}{100}$$

$$1{,}015 = 1 + \frac{p}{100} \quad \big| -1 \quad \big| \cdot 100$$

$$(1{,}015 - 1) \cdot 100 = p$$

$$\underline{\underline{p\,\% = 1{,}5\,\%}}$$

Luisa hat einen Zinssatz von 1,5 % auf ihr Sparbuch bekommen.