

3

Das Differenzial- getriebe

Seit der Erfindung des Automobils befindet sich in fast jeder angetriebenen Hinterachse ein Differenzialgetriebe. Die Geschichte der Differenzialgetriebe ist aber viel älter und zu einem großen Teil ungeklärt. Mit Modellen und Experimenten erklären wir die Funktion dieser Getriebe und verfolgen bekannte Spuren über die Äquationsuhren bis zu den chinesischen Kompasswagen zurück.



Angetriebene Fahrzeuge

Wenn ein Fahrzeug eine Kurve fährt, legen die äußeren Räder einen weiteren Weg zurück als die inneren und sollten sich daher schneller drehen. Bei einer starren Verbindung zwischen den Rädern drehen die inneren durch oder die äußeren rutschen – je nachdem, wo die Bodenhaftung kleiner ist. Dieses Verhalten lässt sich leicht mit fischertechnik überprüfen.

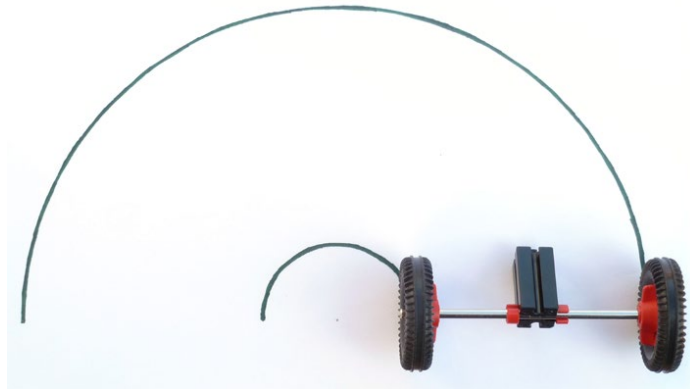


Abb. 3-1 Starr verbundene Räder in einer Linkskurve

Soll ein Fahrzeug angetrieben werden, ist dieser Effekt zu berücksichtigen. Die einfachste Maßnahme besteht darin, die Hinterachse zu teilen, eine Hälfte anzutreiben und die andere freilaufen zu lassen. Diese Form des Antriebs wurde schon von *Leonardo da Vinci* (1452–1519) skizziert (*codex atlanticus* 1049).

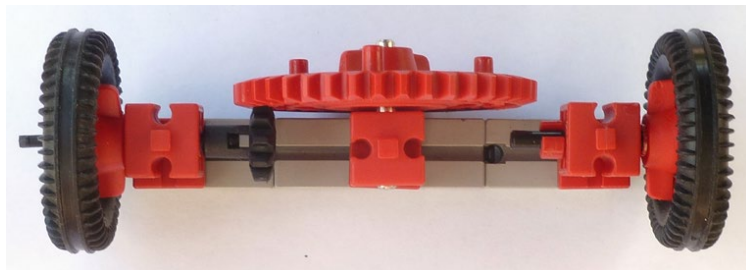


Abb. 3-2 Modell einer einseitig angetriebenen Hinterachse nach Leonardo da Vinci

Eine einseitig angetriebene Hinterachse ist aber problematisch. Lenkt man in die Richtung des angetriebenen Rads, wird das Fahrzeug schneller, lenkt man in die andere Richtung langsamer.



Die Lösung dieses Problems fand *Onésiphore Pecqueur* (1792–1852). Sein 1828 patentiertes Dampfautomobil war ein Meilenstein des Fahrzeugbaus. Die angetriebene Hinterachse enthielt ein Differenzialgetriebe, das den gleichzeitigen Antrieb beider Räder ermöglicht, obwohl sich diese in Kurven mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten drehen. Dies war vermutlich der erste Einsatz eines Differenzialgetriebes als Ausgleichs- oder Verteilgetriebe.

Differenzialgetriebe finden sich in wenig veränderter Form in fast jeder angetriebenen Hinterachse. Bei Fahrzeugen, die nicht nur für den Einsatz auf ebenen Straßen gedacht sind, gibt es oft die Möglichkeit, den Verteileffekt des Differenzialgetriebes ganz oder teilweise zu sperren. Hat nämlich ein Rad keine Bodenhaftung, so erhält bei einem offenen Differenzialgetriebe auch das andere kein nennenswertes Drehmoment.

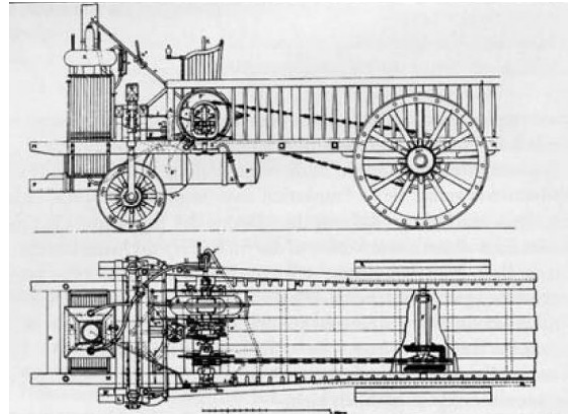


Abb. 3–3 Dampfautomobil von Onésiphore Pecqueur (1828)

Das White'sche Dynamometer

Sieht man sich das Kegelraddifferenzial in Pequeurs Patentschrift genauer an, so kann man vom Aufbau her eine große Ähnlichkeit mit dem Dynamometer von *James White* feststellen, das dieser mehrere Jahre zuvor zur Messung von Drehmomenten, Kräften und Leistungen im laufenden Betrieb vorgeschlagen hatte.

Für die Funktion des Dynamometers ist das dritte Newton'sche Gesetz *actio = reactio* wesentlich: In einer Welle ist das antreibende Drehmoment so groß wie das widerstehende Drehmoment auf der Abtriebsseite, nur entgegengesetzt gerichtet. Ähnlich wie man eine Leitung auftrennt, um den Strom

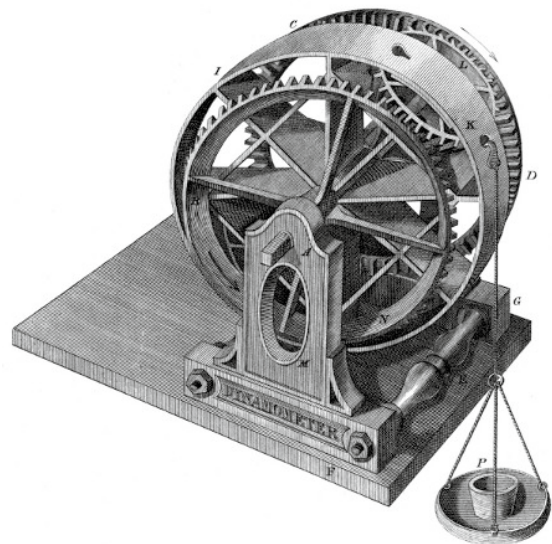


Abb. 3–4 Dynamometer von James White

mit einem Ampèremeter zu messen, so kann man eine Welle auftrennen und ein Dynamometer und ein Umkehrgetriebe dazwischen schalten. Ohne weiteres Zutun würde nun das zentrale Rad des Dynamometers angetrieben und nicht der eigentliche Abtrieb. Man bringt daher das zentrale Rad durch Anhängen eines möglichst kleinen Gewichts zum Stillstand. Dann drehen sich die beiden äußeren Achsen des Dynamometers synchron, aber in entgegengesetztem Drehsinn. Das Antriebsdrehmoment an der einen äußeren Achse des Dynamometers ist jetzt so groß wie das widerstehende Drehmoment an der anderen, und beide sind halb so groß wie das bekannte Drehmoment, das auf das zentrale Rad ausgeübt wird, aber entgegengesetzt gerichtet.

Der Einsatz des White'schen Dynamometers ist hauptsächlich bei Vorgängen mit zeitlich schwankenden Leistungen und Momenten (z.B. Pumpen) interessant. Bei schnellen Schwankungen muss man das Gewicht durch eine Feder mit konstanter Rückstellkraft ersetzen, um den Messvorgang nicht durch die Trägheit des Gewichts zu verfälschen.

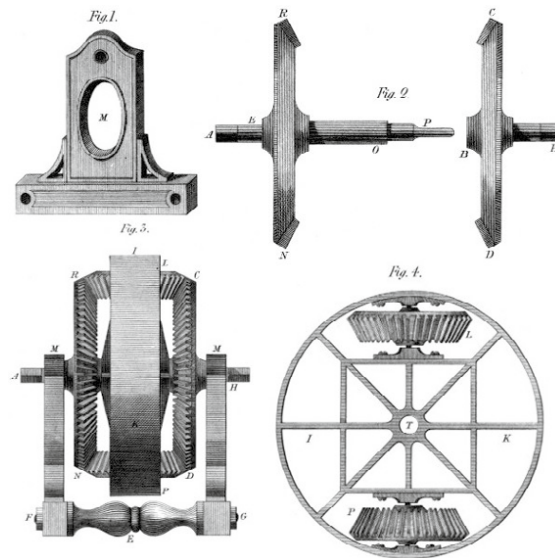


Abb. 3–5 Aufbau des Dynamometers

Ein fischertechnik-Modell des White'schen Dynamometers und des Pecqueur'schen Differenzialgetriebes ist in den Abb. 3–6 und Abb. 3–7 wiedergegeben. Zuerst wird das zentrale Rad zusammgebaut. Die aufeinander liegenden Bausteine 7,5 bleiben dabei zunächst unverbunden. Das Rad 45 enthält eine Freilaufnabe. Dann werden die beiden Flachträger zu einem Rad verbunden und mit Federnocken an den Bausteinen 7,5 befestigt.

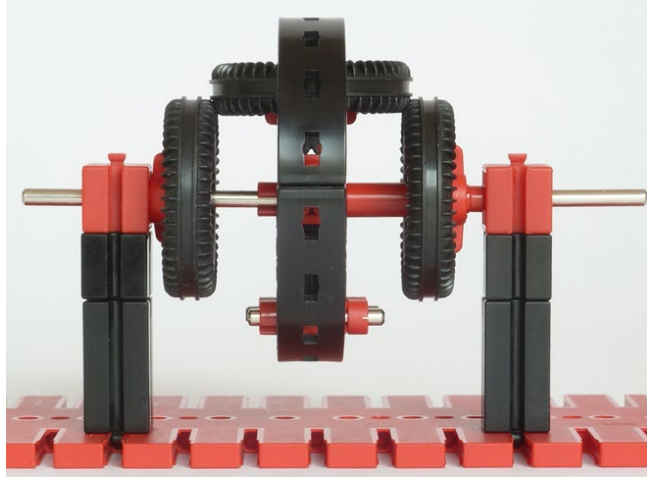


Abb. 3-6 Modell des White'schen Dynamometers

Um die Ausgleichsfunktion eines Differentialgetriebes in Fahrzeugen mit unserem Modell zu veranschaulichen und greifbar zu machen, kann man das zentrale Rad durch ein Reibrad oder einen Riemen antreiben oder durch ein Ritzel, wenn man eine Kette mit 54 Gliedern aufzieht.

Ein lehrreiches Experiment zur Gleichverteilung des Drehmoments auf die äußeren Räder ist das folgende: Zunächst wird nur eine der beiden äußeren Achsen mit den Fingern festgehalten. Dies geschieht ohne Anstrengung, weil die andere äußere Achse freiläuft, wofür kein nennenswertes Drehmoment erforderlich ist. Sobald man aber auch die andere Achse festhält, spürt man das schlagartige gleichmäßige Einsetzen des Drehmoments auf beiden Seiten.

Die gebrauchsfertigen fischertechnik-Differentialgetriebe sind im Innern analog zu unserem Modell aufgebaut. Durch die Verwendung kleiner Kegelzahnräder sind sie deutlich kleiner und lassen sich dadurch platzsparender verbauen, allerdings besitzen sie auch mehr Spiel und der Ausgleichs- bzw. Verteilvorgang kann nicht eingesehen werden.

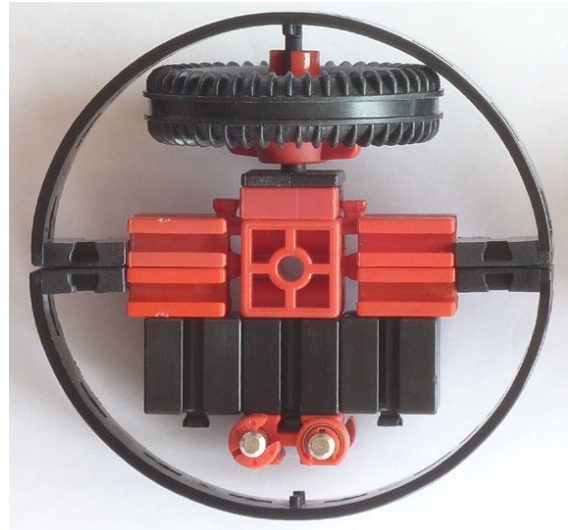


Abb. 3-7 Zentrales Rad des Dynamometers

Das White'sche Differentialrad

Warum das Differentialgetriebe *Differentialgetriebe* heißt, ist aus seiner Verwendung als Ausgleichsgetriebe in Fahrzeugen nicht verständlich. Seinen Ursprung hat der Name vermutlich in einer anderen Erfindung von James White, seiner *Differential Combination of Wheels*, in Deutschland damals *Differentialrad* genannt. Dieses Differentialrad war vor 1820 im *Conservatoire des Arts et Métiers* in Paris ausgestellt, wo es Onesiphore Pecqueur gesehen hatte. Sein Zweck war das Erzielen großer Übersetzungen mit wenigen Rädern.

In Abb. 3–8 besitzt die Achse AB einen Arm x , um dessen Ende sich ein Ritzel W drehen kann. Auf der Achse AB können sich die beiden Kronenräder C und D

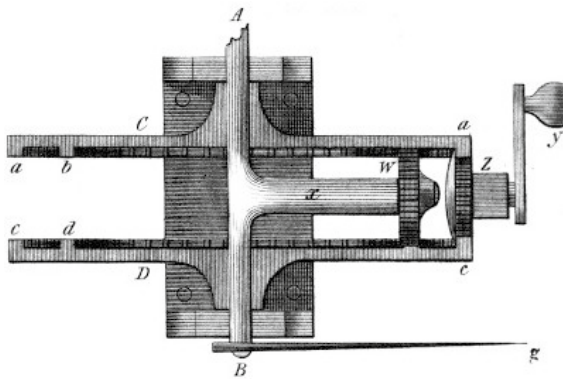


Abb. 3–8 Das White'sche Differentialrad

frei drehen. Die inneren Zahnkränze b und d dieser Kronenräder kämten mit dem Ritzel W , die äußeren Zahnkränze a und c mit einem Ritzel Z , an dem sich eine Kurbel befindet.

White verwendete Zahnkränze a , b , c und d mit 99, 100, 100 und 101 Zähnen. Die Übersetzung von der Kurbel auf die Achse AB ist dann mit 2020000:1 ungeheuer groß. Das in Abb. 3–9 dargestellte einfache Modell erzielt zwar nur eine vergleichsweise bescheidene Übersetzung von 64:3, veranschaulicht aber sehr gut das Funktionsprinzip.

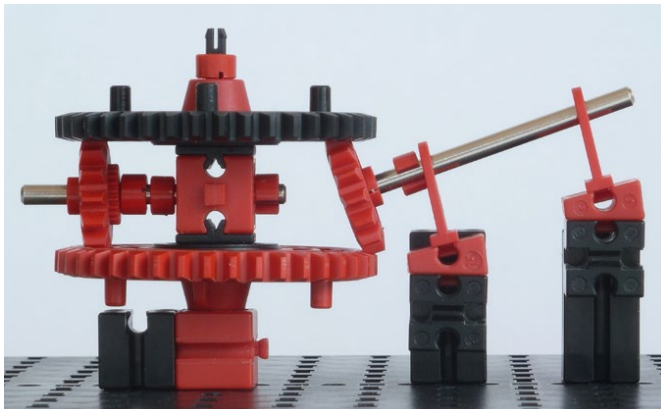


Abb. 3–9 Modell zum Differentialrad

Dreht man das obere und das untere Kronenrad in Abb. 3–9 gleich weit, aber im entgegengesetzten Sinn, so dreht sich das linke Zahnrad $Z15$ zwar um den Arm, aber dieser Arm dreht sich überhaupt nicht. Dreht man das obere Kronenrad einen Winkel α weiter als das untere in die andere Richtung, so dreht sich der Arm um den Winkel $\alpha/2$. Die leicht unterschiedlich



weite Drehung der beiden Kronenräder wird nun im Modell durch das rechte Zahnrad Z15 erzeugt, das oben in den Kronenzahnkranz und unten in den Stirnkranz eingreift. Bei einer Umdrehung dieses Zahnrads macht das obere Kronenrad $15/32$ Umdrehungen, das untere $15/40 = 12/32$ Umdrehungen. Die Differenz beträgt $3/32$ Umdrehungen. Daher macht die zentrale Achse $3/64$ Umdrehungen.

Diese Bewegung der zentralen Achse nannte White *Differenzbewegung*. Würde man – wie bei Fahrzeugen – den Drehsinn beider Kronenräder gleich festlegen, so würde man von einer Summenbewegung oder besser noch von einer Mittelwertbewegung sprechen. Das Differenzialgetriebe heißt also Differenzialgetriebe, weil White bei seiner Erfindung den Umlaufsinn der Kronenräder verschieden gewählt hat.

Obwohl das White'sche Differenzialrad der Namensgeber für das Differenzialgetriebe war, ist es wegen der leicht verschiedenen Zahnzahlen im heutigen Sinn gar kein Differenzialgetriebe mehr, sondern fällt in die allgemeinere Klasse der Umlaufrädergetriebe oder Planetengetriebe, die ebenfalls eine weit zurückreichende Geschichte besitzen.

Mathematische Beschreibung

Um die weiter zurückliegende Geschichte der Differenzialgetriebe zu verstehen, ist es sinnvoll, zunächst eine mathematische Beschreibung der Zustände eines Differenzialgetriebes zur Verfügung zu haben. Wir werden sehen, dass diese Beschreibung durch die lineare Gleichung

$$x + y - 2z = 0$$

erfolgt. Bevor wir diese Gleichung genau herleiten, erklären wir zunächst eine wichtige Analogie zwischen Getriebe und Gleichung.

In einem Differenzialgetriebe sind drei An-/Abtriebe miteinander verkoppelt. Ebenso sind in der angegebenen Gleichung die drei Variablen x , y und z miteinander verkoppelt.

Das Differenzialgetriebe kann als Ausgleichsgetriebe (ein Antrieb, zwei Abtriebe) oder als Summiergetriebe (zwei Antriebe, ein Abtrieb) benutzt werden. Ebenso kann man in der linearen Gleichung den Wert einer Variablen vorgeben und erhält eine Gleichung für die beiden anderen, oder den Wert von zwei Variablen vorgeben, wobei die dritte dann festgelegt ist.

Die Herleitung der Gleichung erfolgt nun mithilfe des Differenzialgetriebes aus Abb. 3–10. Es besteht aus einem Steg mit zwei freilaufenden Zahnrädern Z15 und zwei Kronenrädern oben und unten, die jeweils um eine Rastachse mit Platte frei laufen. Auf jedem Kronenrad wird ein Zahn markiert, sodass die Marken

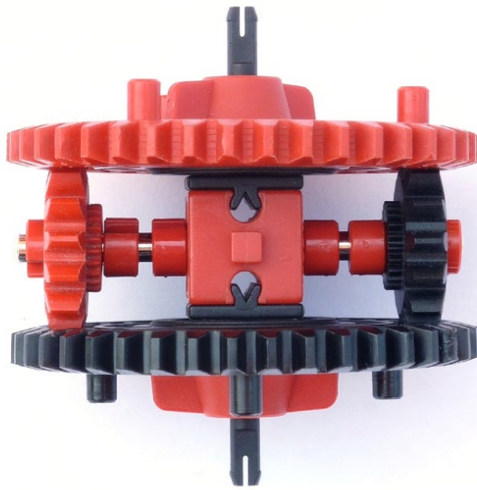


Abb. 3-10 Differentialgetriebe mit freilaufenden Kronenzahnradern



Abb. 3-11 Ausgangsposition des Getriebes

mit dem Steg und der Nut eines Sockelbausteins fluchten (Abb. 3-11).

Wir bezeichnen mit x , y und z die Winkel, um die das obere Kronenrad, untere Kronenrad bzw. der Steg gegen die Ausgangsposition gedreht sind, siehe Abb. 3-12. Die Winkel werden gegen den Uhrzeigersinn positiv und im Uhrzeigersinn negativ gemessen.

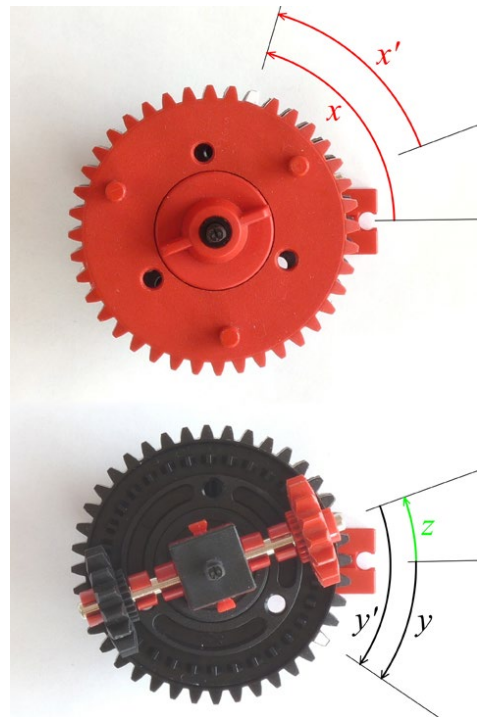


Abb. 3-12 Winkel, um die die Kronenräder und der Steg gedreht sind



Wir halten nun zunächst den Steg in der Ausgangsposition fest. Dreht man nun das obere Kronenrad, so wird die Drehbewegung über die beiden Zahnräder Z15 auf das untere Kronenrad übertragen, das sich genauso weit dreht wie das obere, aber im entgegengesetzten Sinn (Abb. 3–13). Mathematisch bedeutet dies: Ist $z = 0$, so ist $y = -x$.

Um den allgemeinen Fall zu verstehen, versetzen wir uns in einen Beobachter hinein, der sich mit dem Steg dreht und die Winkel x' und y' gegen den Steg misst. Er sieht genau das, was wir bei festgehaltenem Steg gesehen haben. Daher gilt:

$$y' = -x' \text{ (Abb. 3–12).}$$



Abb. 3–13 Festgehaltener Steg

Wir drehen nun die beiden Kronenräder und den Steg gemeinsam um den Winkel z im Uhrzeigersinn. Dadurch verkleinern wir die ursprünglichen Winkel x , y und z um den Wert z , während sich x' und y' nicht ändern. Es ergibt sich also $x' = x - z$ und $y' = y - z$, was man in Abb. 3–12 sehr gut erkennen kann. Das Einsetzen dieser beiden Formeln in die Gleichung $x' + y' = 0$ liefert die angekündigte Gleichung

$$x + y - 2z = 0.$$

Wenn ein Differentialgetriebe in Fahrzeugen als Verteilgetriebe benutzt wird, schreibt man diese Gleichung meist in der Form $z = (x + y)/2$. Das heißt, die Drehzahl des angetriebenen Stegs ist der Mittelwert der Drehzahlen der Räder. Wie genau sich die beiden Räder drehen, hängt von der Kurvenfahrt ab. Das Fahrzeug bewegt sich aber insgesamt immer so, als hätte es nur ein Rad in der Mitte der Hinterachse, das mit der Drehzahl z angetrieben würde.

Wir beschreiben noch ein weiteres Differentialgetriebe mathematisch, das in einem Kompasswagen zum Einsatz kommen wird (Abb. 3–14). Die beiden äußeren

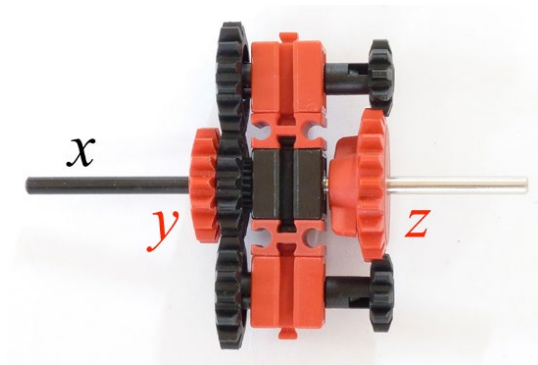


Abb. 3–14 Stirnrad-Differentialgetriebe

äußeren Zahnräder Z15 besitzen Klemmringe (37685), die anderen beiden laufen frei. Wer keine Z15 mit Klemmring besitzt, kann freilaufende Z15 mit Papier auf den Achsen festklemmen.

Der Steg ist mit der schwarzen Kunststoffachse mit Vierkant fest verbunden. Hält man ihn fest, so gilt $z = y/2$ wegen der 2:1-Übersetzung vom roten Zahnrad Z15 auf das rote Zahnrad Z20. Ein mit dem Steg bewegter Beobachter misst also immer $z' = y'/2$. Dreht man das komplette Getriebe so, dass sich der Steg in Ausgangsposition befindet, so verkleinert man alle Winkel um x und erhält daher $y' = y - x$, $z' = z - x$ und somit durch Einsetzen und Umformen erneut

$$x + y - 2z = 0.$$

Die Drehbewegung der Metallachse wird also aus den Drehbewegungen der Kunststoffachse und des roten Zahnrads Z15 gemittelt. Aufgrund der räumlichen Lage der An- und Abtriebe eignet sich das Getriebe in Abb. 3–14 weniger als Verteilgetriebe im Fahrzeugbau, dafür aber hervorragend als Summiergetriebe im weiter unten vorgestellten Kompasswagen.

Äquationsuhren

Dass mit Onésiphore Pecqueur ein Uhrmacher das Differentialgetriebe in den Fahrzeugbau einführte, ist kein Zufall. Ein Differentialgetriebe wurde nämlich schon mehr als hundert Jahre zuvor in einer Uhr verwendet.



Um zu verstehen, welchem Zweck es dort diente, müssen wir uns in die Zeit um 1700 zurückversetzen. Eisenbahn und Telegrafie waren noch nicht erfunden, Zeitzonen daher noch nicht eingeführt. Jeder Ort hatte seine eigene Zeit, die anhand der Sonne verbindlich ermittelt wurde.

Sonnenuhren zeigen die wahre Sonnenzeit an, bei der um 12 Uhr die Sonne am höchsten steht. Wegen der Schiefe der Ekliptik und der elliptischen Umlaufbahn der Erde um die Sonne schwankt die Länge eines wahren Sonnentags allerdings im Laufe des Jahres. Mechanische Uhren laufen aber gleichmäßig und können daher nur einen Mittelwert anzeigen: die mittlere Sonnenzeit. Die Differenz zwischen wahrer und mittlerer Sonnenzeit beträgt bis zu 16 Minuten und wird Zeitgleichung genannt.

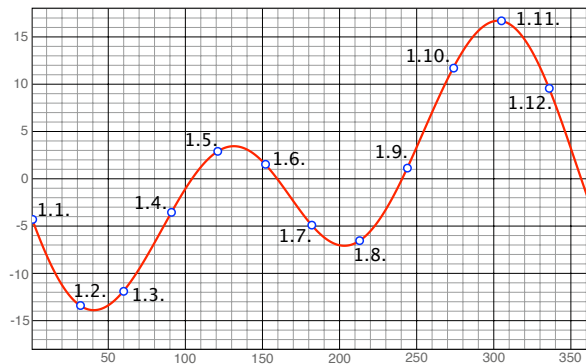


Abb. 3–15 Die Zeitgleichung ist die Differenz zwischen wahrer Sonnenzeit und mittlerer Sonnenzeit. Dargestellt ist eine grobe Näherung mit einer Periode von vier Jahren.

Die erste Uhr, die sowohl wahre als auch mittlere Ortszeit anzeigt, baute *Jost Bürgi* (1552–1632) in Kassel im Jahr 1591. In England wurden solche Äquationsuhren ab dem Ende des 17. Jahrhunderts häufiger gebaut. Unterschiedliche Methoden wurden dabei verwendet, am häufigsten aber kam eine Kurvenscheibe zum Einsatz, die sich mit gleichmäßiger Geschwindigkeit einmal im Jahr drehte. Ein Stift an einem Hebel wurde durch eine Feder an die Scheibe gedrückt. Der so abgetastete Wert der Zeitgleichung wurde durch ein Zahnsegment am Hebel weitergegeben.

Anfänglich wurde dieser abgetastete Wert direkt angezeigt. Später gab es aber auch Uhren, die zwei Minutenzeiger hatten – einen für die mittlere Sonnenzeit und einen für die wahre Sonnenzeit.

Joseph Williamson baute um das Jahr 1720 eine Pendeluhr mit zwei Ziffernblättern, einem auf der Vorderseite mit der wahren Sonnenzeit und einem auf der Rückseite mit der mittleren Sonnenzeit. In dieser Uhr befindet sich zwischen den beiden Minutenzeigern ein Differenzialgetriebe. Der abgetastete momentane Wert der Zeitgleichung wird über den Käfig/Steg des Differenzials zur mittleren Zeit hinzuaddiert. Die Gleichung des Differenzialgetriebes wird also in der Form $y = -x + 2z$ eingesetzt, wobei x die mittlere Zeit, y die wahre Zeit und z der halbe Wert der Zeitgleichung ist. Günstig ist dabei auch die Umkehrung des Drehsinns der beiden Minutenzeiger, die wegen der zwei Ziffernblätter auf der Vorder- und der Rückseite der Uhr sowieso erforderlich gewesen wäre.

Dieses Beispiel einer Äquationsuhr ist die bislang früheste gesicherte Verwendung eines Differenzialgetriebes. Äquationsuhren waren in Frankreich bis ins Jahr 1826 sehr populär, sodass es nicht unwahrscheinlich ist, dass auch Onésiphore Pecqueur, der Erfinder des Fahrzeugdifferenzials, als Uhrmacher mit diesem Mechanismus vertraut war.

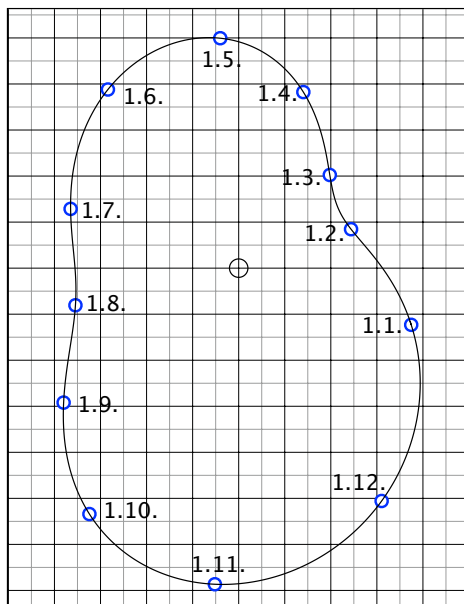


Abb. 3–16 Kurvenscheibe unseres Modells; zu den angegebenen Daten berührt der Stift jeweils den markierten Punkt

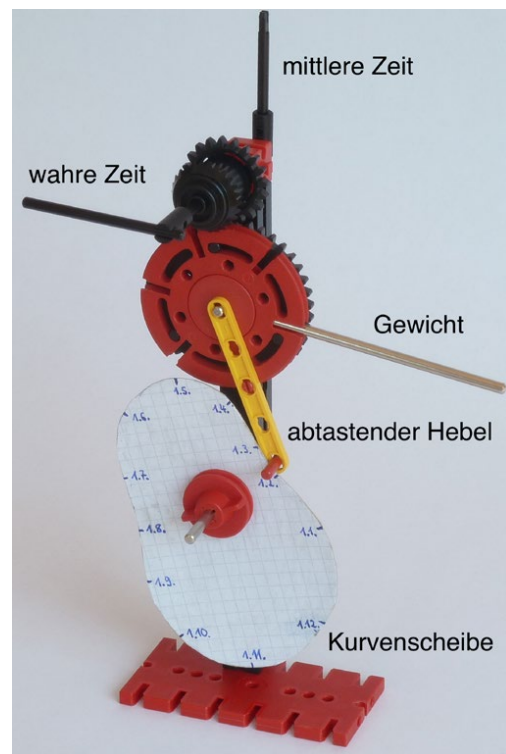


Abb. 3–17 Funktionsmodell des Äquationsmechanismus in der Uhr von Joseph Williamson aus dem Zeitraum 1719–1724



Im 19. Jahrhundert hatten sich die mechanischen Uhren als verbindliche Zeitgeber endgültig durchgesetzt, sodass man Äquationsuhren als überflüssig ansah. So schrieb der englische Uhrmacher *Edmund Backett Denison* in seinem Buch *Rudimentary Treatise on Clock and Watch Making* aus dem Jahr 1850 zum Bau von Äquationsuhren: »... it is perfectly useless, and worse than useless ...«. Auch wenn die Äquationsuhren selbst also aus der Mode kamen, so kam die große Zeit für Kombinationen aus Kurvenscheiben und Differenzialgetrieben erst später: In der ersten Hälfte des 20. Jahrhunderts wurden sie zusammen mit Integratoren sehr erfolgreich in mechanischen Analogcomputern eingesetzt.

Kompasswagen

Im dritten Jahrtausend vor Christus soll der Gelbe Kaiser *Huáng Dì* einen Kompasswagen erfunden haben, um seinen Truppen die Orientierung im dichten Nebel zu ermöglichen – das sagt die chinesische Mythologie. Aus der Auswertung schriftlicher Quellen wird als wahrscheinlich angesehen, dass der Ingenieur *Ma Jun* (ca. 200–265 n. Chr.) einen Kompasswagen konstruierte, allerdings ist keinerlei Beschreibung seines Mechanismus erhalten.

Die Idee des Kompasswagens ist verwandt mit der des Hodometers, eines Wagens, der die zurückgelegte Strecke ermittelt oder verkündet. Die Streckenmessung wird ermöglicht durch ein Getriebe, das die Bewegung eines der Laufräder ins Langsame übersetzt und auf ein Rad überträgt, das sich während einer festen Wegstrecke (zum Beispiel ein *Li*) genau einmal dreht und am Ende dieser Drehung eine Aktion auslöst, zum Beispiel einen Gong schlagen oder ein Steinchen in einen Behälter fallen lässt.

Sieht man sich noch einmal *Abb. 3–1* an und verdeutlicht sich, dass bei einer Kurvenfahrt die äußeren Räder einen größeren Weg zurücklegen als die inneren,

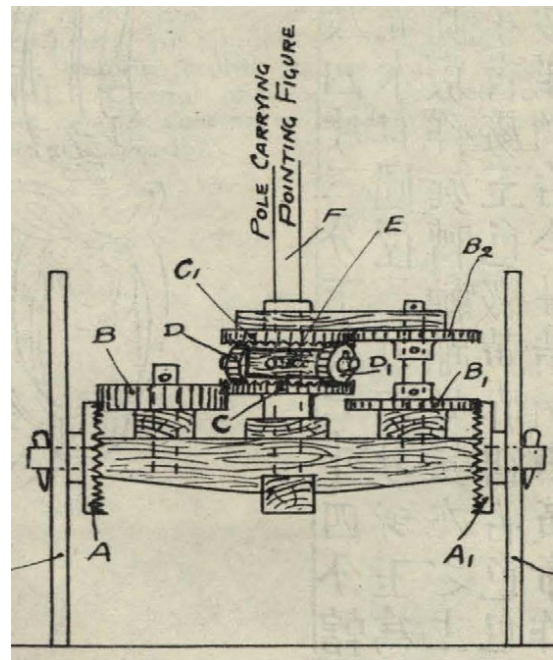


Abb. 3–18 Skizze von *George Lanchester*, in der er zum ersten Mal seine Idee verdeutlichte, dass ein Differenzialgetriebe Bestandteil der Kompasswagen gewesen sein könnte

so ist die Idee naheliegend, aus der Differenz der Wegstrecken der Räder auszurechnen, wie weit sich der Wagen gedreht hat. Statt diese Rechnung mit zwei Hodometern zu bewerkstelligen, ist es natürlich viel sinnvoller, den Wagen die Differenz durch ein Getriebe selbst bestimmen und anzeigen zu lassen.

Diese Idee führte den britischen Ingenieur *George Lanchester* (1874–1970) zur heute weitgehend geteilten Vermutung, dass ein Differenzialgetriebe zentraler Bestandteil der ersten Kompasswagen war.

Mit dem Differenzialgetriebe aus Abb. 3–10 können wir einen Kompasswagen nach Lanchester aus fischertechnik bauen, an dem der Rechengvorgang bestmöglich sichtbar wird (Abb. 3–19).

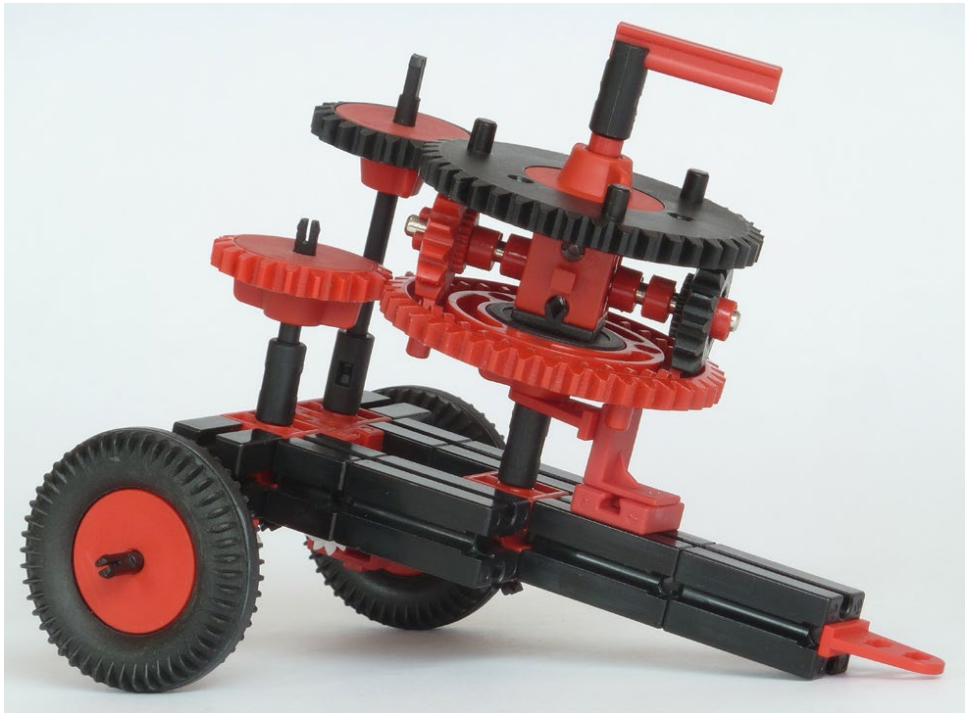


Abb. 3–19 Lanchester-Modell mit fischertechnik

Die Drehbewegung des rechten Laufrads wird über zwei Kegelzahnräder und das rote Zahnrad Z20 auf das rote Zahnrad Z40 übertragen. Ebenso wird die Drehbewegung des linken Laufrads auf das schwarze Zahnrad Z40 übertragen. Fährt der Kompasswagen vorwärts, so dreht sich das rote Z40 von oben betrachtet im Uhrzeigersinn und das schwarze Z40 gegen den Uhrzeigersinn. Beide drehen sich gleich schnell, sodass der Steg und damit der Zeiger oben in Ruhe bleiben.

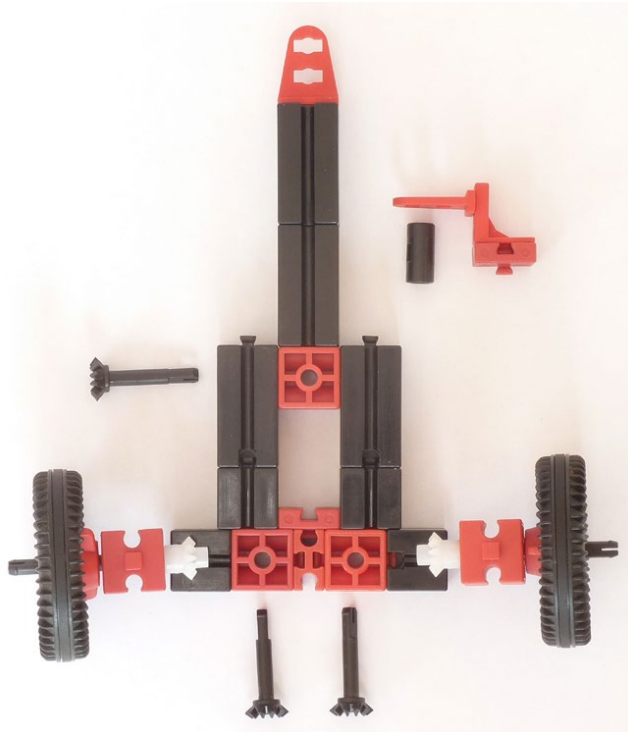


Abb. 3–20 Aufbau des Fahrgestells

Die zweite theoretisch wichtige Bewegung ist die folgende: Das rechte Rad dreht sich auf der Stelle (rollt also überhaupt nicht) und das linke fährt einen Kreis ab, dessen Radius gerade der Abstand zwischen den beiden Laufrädern ist – in unserem Lanchester-Modell 92 mm. Da das linke Laufrad einen Durchmesser von 46 mm besitzt, dreht es sich während der vollen Kreisfahrt genau viermal. Diese Drehbewegung wird über die Kegelzahnräder und das schwarze Zahnrad Z20 auf das schwarze Z40 übertragen, das sich wegen der 2:1-Übersetzung bezogen auf das Fahrgestell genau zweimal dreht, und zwar gegen den Uhrzeigersinn. Das Differentialgetriebe mittelt nun die Drehbewegung des schwarzen und des roten Z40. Der Steg und der Zeiger drehen sich daher während einer vollen Kreisfahrt genau einmal entgegengesetzt zum Wagen und zeigen damit von außen gesehen immer in dieselbe Richtung.

Die Mathematik besagt nun, dass der Zeiger des Kompasswagens bei jeder beliebigen Fahrt in der Ebene immer dieselbe Richtung anzeigt, wenn er das bei der Geradeausfahrt und der vollen Linkskurve macht. Das liegt an der sogenannten Linearität der Gleichung, die die Zustände eines Differentialgetriebes beschreibt.



Abb. 3–21 Kompasswagen in Aktion

Die Quellen legen nahe, dass der Kompasswagen in der Geschichte Chinas mehrmals wiedererfunden wurde, vermutlich mit verschiedenen Mechanismen. Wir geben noch ein zweites Modell an, das allein mit Stirnrädern auskommt und bei dem die Laufräder optisch den damals gebräuchlichen gespeichten Rädern etwas näherkommen.

Kompasswagen waren mit Sicherheit niemals praxistauglich: Eine landschaftliche Ebene ist immer noch keine mathematische Ebene, Unterschiede in der



Abb. 3–22 Stirnrad-Kompasswagen

Radgröße verursachen sich aufsummierende Abweichungen, permanente Bodenhaftung kann kaum sichergestellt werden. Wie andere technische Geräte (zum Beispiel anfänglich Rechenmaschinen und Uhren) war der Kompasswagen in erster Linie eine technische Kuriosität für die Herrscher und Mächtigen. Automaten waren im antiken China genauso beliebt wie in antiken europäischen Kultu-



ren, und ein Wagen, der selbstständig die Richtung hält, fand sicherlich große Aufmerksamkeit.

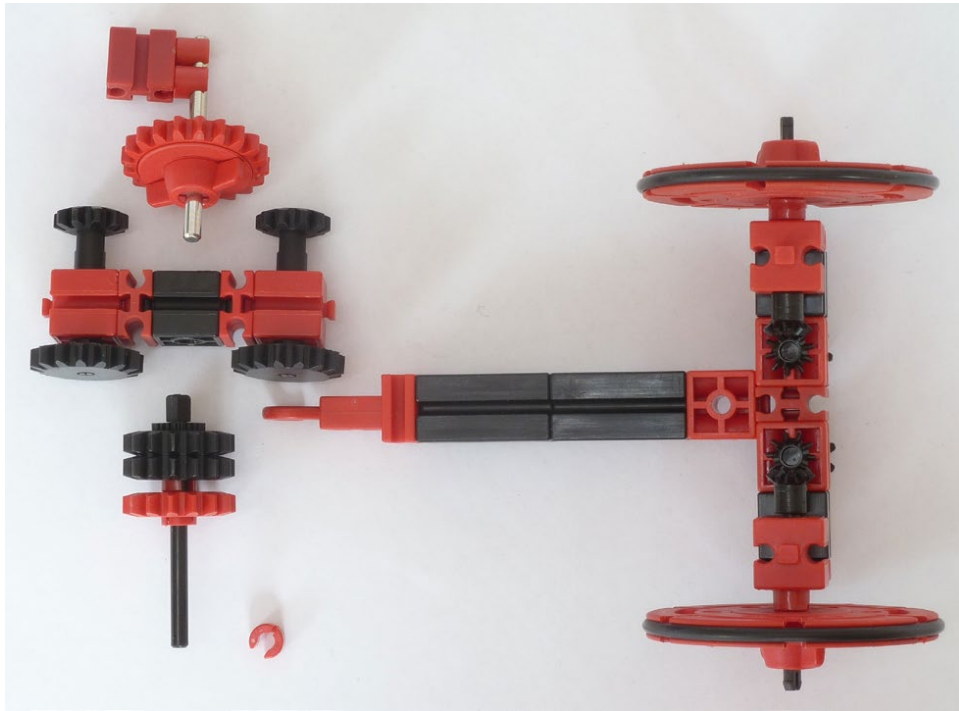


Abb. 3-23 Zusammenbau des Stirnrad-Kompasswagens

Zum Schluss dieses Kapitels möchten wir noch zeitlich und räumlich den Bogen zurück schlagen zu unserem Ausgangspunkt, dem Frankreich des 19. Jahrhunderts, und den Zusammenhang herstellen zu einem der aufsehenerregendsten Experimente jener Zeit: dem Foucault'schen Pendel.

Das Foucault'sche Pendel dient dem Nachweis der Eigendrehung der Erde. Lässt man ein Fadenpendel am Nordpol frei schwingen, so dreht sich die Erde innerhalb eines Tages unter ihm um ihre eigene Achse. Ein Beobachter, der sich mit der Erde dreht, nimmt somit wahr,

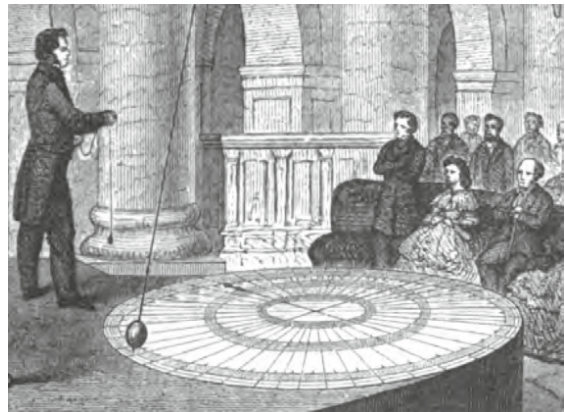


Abb. 3-24 Das Foucault'sche Pendel

wie die Schwingungsebene des Pendels synchron mit dem Sternenhimmel eine Umdrehung im entgegengesetzten Sinn macht. Anders als am Pol ändert sich die Schwingungsebene eines Pendels am Äquator für einen mitbewegten Beobachter dagegen nicht. Auf den Breitengraden zwischen Pol und Äquator dreht sich die Schwingungsebene des Pendels im Laufe eines Tages um einen bestimmten Winkel, der um so größer ist, je näher man dem Pol kommt.

Das Verhalten des Foucault'schen Pendels lässt sich hervorragend mit einem Kompasswagen veranschaulichen. Um das zu verstehen, müssen wir uns zunächst gedanklich von dem verabschieden, was wir eigentlich nachweisen wollen: der Erddrehung. Entscheidend für das Verhalten des Pendels ist nämlich nicht die Erddrehung, sondern die durch sie bewirkte Bewegung des Pendels um die Erdachse. Stände die Erde still, und wir würden mit einem Pendel in einem Flug- oder Fahrzeug einen Breitenkreis abfliegen oder -fahren, so würden wir das gleiche Verhalten beobachten wie ein mit einer rotierenden Erde mitbewegter Beobachter.

Fahren wir mit unserem Kompasswagen einen nördlichen Breitenkreis auf einem Gymnastikball ostwärts ab, so beobachten wir, wie sich dabei der Zeiger im Uhrzeigersinn dreht. Die Erklärung dafür ist einfach: Der nördlichere Breitenkreis, den das linke Rad abfährt, ist kürzer als der südlichere, den das rechte Rad abfährt. Der Wagen befindet sich also in einer permanenten Linkskurve – genau wie wir, wenn wir uns mit der Erde ostwärts drehen. Der Mechanismus des Wagens sorgt dafür, dass der Zeiger – soweit auf der gekrümmten Oberfläche möglich – in eine konstante Richtung zeigt. Daraus resultiert die Rechtsdrehung des Zeigers. Genau wie der Zeiger behält auch das Pendel seine Schwingungsebene so weit wie möglich bei. Daher entsprechen sich die Bewegung des Zeigers und die des Foucault'schen Pendels einander vollkommen.

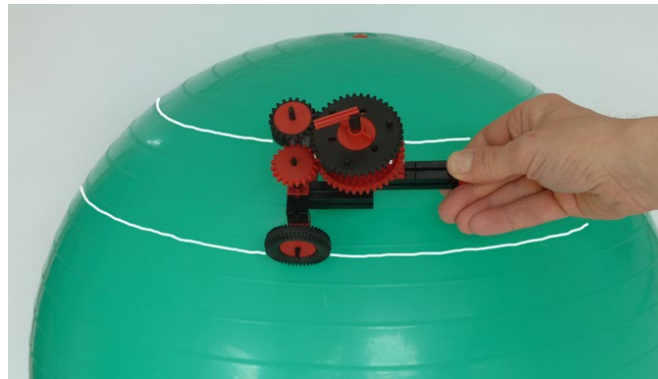


Abb. 3–25 Der Zeiger des Kompasswagens dreht sich wie die Schwingungsebene eines Foucault'schen Pendels



In der modernen Mathematik spricht man nicht davon, dass der Zeiger in eine konstante Richtung zeigt, sondern dass er längs eines Wegs parallel verschoben wird (vgl. Abb. 3–21). Diese Parallelverschiebung entlang Wegen in gekrümmten Räumen ist ein Begriff, der aus vielen modernen physikalischen Theorien nicht mehr wegzudenken ist. Eine antike technische Kuriosität veranschaulicht somit ein fundamentales, hochaktuelles mathematisches Konzept.

Literatur und Links

Zum Abschnitt *Angetriebene Fahrzeuge* sind die Patentschrift von Onésiphore Pecqueur [3] und das Video *Around the Corner* [8] sehr empfehlenswert. Die Erfindungen von James White sind sehr gut in seinem Buch *A New Century of Inventions* [5] beschrieben. Dass Onésiphore Pecqueur Whites Differenzialrad aus dem Conservatoire des Arts et Métiers kannte, hat er selbst in einer zweiten Patentschrift beschrieben. Zum Abschnitt *Äquationsuhren* kann man weitergehende Informationen in den Büchern finden, die in Kapitel 4 *Die Uhr* angegeben sind, hauptsächlich in dem Werk *Geared to the Stars*, in dem insbesondere Joseph Williamsons Uhr beschrieben ist. Die Primärquelle dazu – eine Arbeit von Hans von Bertele, der diese Uhr besessen hat – stand uns nicht zur Verfügung. Sieht man von der militärischen Ausrichtung ab, so ist das Video *Basic Mechanisms in Fire Control Computers* [7] sehr lehrreich und zeigt das Zusammenspiel aus Kurvenscheiben, Differenzialgetrieben und weiteren Elementen in mechanischen Analogcomputern. Das Standardwerk zur Technik- und Wissenschaftsgeschichte Chinas ist Joseph Needhams *Science and Civilisation in China* [2].

Der Aufsatz, in dem George Lanchester seine Idee darlegte, dass ein Differenzialgetriebe der wesentliche Bestandteil der chinesischen Kompasswagen gewesen sein könnte, findet sich in einem frei verfügbaren Heft der ehemaligen *China Society London* [1]. Viele nützliche Informationen gut aufbereitet findet man auf der Internetseite [6]. Empfehlenswert für Leser, die sich von etwas Mathematik nicht abschrecken lassen, ist auch der Aufsatz von Mariano Santander [4], in dem als Erstes der Einsatz von Kompasswagen zur Visualisierung der Parallelverschiebung vorgeschlagen wurde.

- [1] George Lanchester: *The Yellow Emperor's South Pointing Chariot*. The China Society, London, 1947.
- [2] Joseph Needham: *Science and Civilisation in China*. Band 4, Cambridge University Press, Cambridge, 1962. Einfacher erhältlich ist die abgekürzte Version von Colin A. Ronan aus dem gleichen Verlag.
- [3] Onésiphore Pecqueur: *Pour un chariot à vapeur*. Patent erteilt am 25.4.1828, erschienen in G.-J. Christian, C. P. Molard (Hrsg.), *Description des Machines et Procédés...*, Band 50, S. 25–35, Bouchard-Huzard, Paris 1843, online einsehbar unter http://digital.onb.ac.at/OnbViewer/viewer.faces?doc=ABO_%2BZ183046501.
- [4] Mariano Santander: *The Chinese South-Seeking Chariot*. A simple mechanical device for visualizing curvature and parallel transport. *American Journal of Physics* 60 (1992), S. 782–787, online einsehbar unter http://unavistacircular.files.wordpress.com/2012/12/art_santander_chinesesouthseekingchariot_amjphys_60_782.pdf
- [5] James White: *A New Century of Inventions*. Leech and Chatham, London, 1822.
- [6] Die Internetseite zum Thema Kompasswagen:
<http://www.odts.de/southptr>.
- [7] Das Video *Basic Mechanisms in Fire Control Computers*:
<http://www.youtube.com/watch?v=s1i-dnAH9Y4>.
- [8] Das Video *Around the Corner*:
<http://www.youtube.com/watch?v=yYAw79386WI>.