# Optionen, Futures und andere Derivate

## Das Übungsbuch

10., aktualisierte Auflage

John C. Hull

Pearson

EXTRAS ONLINE

# Optionen, Futures und andere Derivate

**Das Übungsbuch**

10., aktualisierte Auflage

John C. Hull

Übersetzung durch
Dr. Wolfgang Mader und Dr. Marc Wagner

Pearson

**11.19** *Beweisen Sie Gleichung (11.11). (*Hinweis*: Betrachten Sie für den ersten Teil der Beziehung (a) ein Portfolio, das aus einer europäischen Kaufoption und einem Geldbetrag der Höhe $D + K$ besteht, und (b) ein Portfolio, das aus einer amerikanischen Verkaufsoption und einer Aktie besteht.)*

**Lösung:**
Wie im Lehrbuch verwenden wir $c$ und $p$, um die Preise europäischer Kauf- bzw. Verkaufsoptionen zu bezeichnen. $C$ und $P$ bezeichnen die Preise amerikanischer Kauf- bzw. Verkaufsoptionen. Der Barwert der Dividenden wird mit $D$ bezeichnet. Gemäß der Lösung zu 9.18 im Fall ohne Dividenden gilt

$$C - P \leq S_0 - K\,\mathrm{e}^{-rT}\,.$$

Dividenden verringern $C$ und erhöhen $P$. Dieser Zusammenhang muss deshalb auch im Fall von Dividenden gelten.
Für einen weiteren Zusammenhang zwischen $C$ und $P$ betrachten wir

| | |
|---|---|
| Portfolio I: | eine europäische Kaufoption plus einen Geldbetrag in Höhe von $D + K$, |
| Portfolio J: | eine amerikanische Verkaufsoption plus eine Aktie. |

Beide Optionen besitzen den gleichen Basispreis und dasselbe Verfalldatum. Angenommen, der Geldbetrag in Portfolio $I$ wird zum risikolosen Zins angelegt. Wird der Put nicht vorzeitig ausgeübt, besitzt Portfolio $J$ zum Zeitpunkt $T$ einen Wert von

$$\max(S_T, K) + D\mathrm{e}^{rT}\,.$$

Portfolio $I$ hat zu diesem Zeitpunkt einen Wert von

$$\max(S_T - K, 0) + (D + K)\,\mathrm{e}^{rT} = \max(S_T, K) + D\mathrm{e}^{rT} + K\,\mathrm{e}^{rT} - K\,.$$

Portfolio $I$ ist deshalb mehr wert als Portfolio $J$. Als Nächstes sei angenommen, dass die Verkaufsoption in Portfolio $J$ vorzeitig ausgeübt wird, z. B. zum Zeitpunkt $\tau$. Damit hat Portfolio $J$ zum Zeitpunkt $\tau$ einen Wert von maximal $K + D\mathrm{e}^{r\tau}$. Jedoch wäre Portfolio $I$ zum Zeitpunkt $\tau$ selbst bei einem wertlosen Call $(D + K)\,\mathrm{e}^{r\tau}$ wert. Daraus folgt, dass Portfolio $I$ in jedem Fall mehr wert ist als Portfolio $J$. Deshalb gilt

$$c + D + K \geq P + S_0\,.$$

Wegen $C \geq c$ gilt

$$C - P \geq S_0 - D - K\,.$$

**11.20** *Betrachten Sie eine Mitarbeiteroption mit 5 Jahres-Laufzeit auf eine Aktie, die keine Dividenden ausschüttet. Die Option kann nach Ablauf des* *ersten Jahres jederzeit ausgeübt werden. Im Gegensatz zu regulären börsengehandelten Optionen kann die Mitarbeiteroption nicht verkauft werden. Welchen Einfluss auf die Entscheidung über eine vorzeitige Ausübung wird diese Beschränkung voraussichtlich haben?*

**Lösung:**
Mitarbeiteroptionen könnten vorzeitig ausgeübt werden, wenn der Manager Geld benötigt oder wenn er hinsichtlich der zukünftigen Aussichten des Unternehmens unsicher ist. Standard-Calls können am Markt in beiden Situationen verkauft werden, Mitarbeiteroptionen können nicht verkauft werden. Theoretisch könnte ein Manager als Alternative zur Ausübung die Aktien des Unternehmens leerverkaufen. In der Praxis wird dieses Verhalten nicht unterstützt und könnte sogar illegal sein. Die Punkte werden auch in Kapitel 6 diskutiert.

**11.21** *Verifizieren Sie unter Verwendung der DerivaGem-Software, dass die Abbildungen 11.1 und 11.2 korrekt sind.*

**Lösung:**
Die Abbildungen können mit dem ersten Tabellenblatt in DerivaGem erstellt werden. Wählen Sie „Equity“ als Art des Underlyings und „Black-Scholes European“ als Option Type. Geben Sie für den Aktienkurs 50, für die Volatilität 30%, als risikolosen Zins 5%, als Restlaufzeit 1 Jahr und als Basispreis 50 ein. Die Zellen für Dividenden bleiben leer, da wir keine Dividendenzahlungan annehmen. Wählen Sie den Button für „Call“. Wählen Sie nicht den „implied volatility“-Button. Drücken Sie $\boxed{\hookleftarrow}$ und klicken Sie auf „Calculate“. DerivaGem gibt einen Optionspreis von 7,15562248 aus. Gehen Sie zu den Grafiken auf der rechten Seite des Arbeitsblatts. Wählen Sie „Option Price“ für die $y$-Achse und „Asset price“ für die $x$-Achse. Wählen Sie als Wert für den kleinsten Basispreis 10 (der Wert 0 wird von der Software nicht akzeptiert) und als Wert für den größten Basispreis 100. Drücken Sie $\boxed{\hookleftarrow}$ und klicken Sie auf „Draw Graph“. Sie erhalten Abbildung 11.1a (Lehrbuch). Die Abbildungen 11.1c, 11.1e, 11.2a und 11.2c können entsprechend durch Änderung der $x$-Achse erstellt werden. Durch die Wahl von „Put“ statt „Call“ und erneute Berechnung können die restlichen Abbildungen erstellt werden. Sie sollten mit diesem Tabellenblatt experimentieren. Probieren Sie unterschiedliche Parameterwerte und Optionsarten aus.

**11.22** *Was ist die Auswirkung (wenn es eine gibt) der negativen Zinssätze auf:*

*a. die Put-Call-Parität für europäische Optionen,*

*b. die Aussage, dass amerikanische Kaufoptionen auf dividendenlose Aktien niemals vorzeitig ausgeübt werden sollten,*

*c. die Aussage, dass amerikanische Put-Optionen auf dividendenlose Aktien manchmal vorzeitig ausgeübt werden sollten.*

*Nehmen Sie an, dass es nicht möglich ist, Bargeld zu halten, um den Zinssatz von null festzuschreiben.*

**Lösung:**

a. Die Put-Call-Parität gilt immer noch. Die Argumente sind unverändert.

b. Amerikanische Calls, die tief im Geld sind, werden möglicherweise früher ausgeübt, da der Halter der Option es vorzieht, den Ausübungspreis früher zu zahlen.

c. Amerikanische Puts, die tief im Geld sind, sollten nicht vorzeitig ausgeübt werden, da der Halter es vorzieht, den Ausübungspreis später zu erhalten.

# 12 Handelsstrategien mit Optionen

## Praktische Fragestellungen

**12.1** *Was ist ein Protective Put? Welche Position in Kaufoptionen ist äquivalent mit einem Protective Put?*

**Lösung:**
Ein Protective Put besteht aus einer Long-Position in einer Put-Option und einer Long-Position im Underlying. Äquivalent zu einem Protective Put ist eine Long-Position in einer Call-Option plus ein bestimmter Geldbetrag. Dies folgt aus der Put-Call-Parität

$$p + S_0 = c + K\,\mathrm{e}^{-rT} + D\,.$$

**12.2** *Erläutern Sie zwei Methoden, mit denen Bear Spreads erzeugt werden können.*

**Lösung:**
Ein Bear Spread kann durch zwei Kaufoptionen mit demselben Verfalldatum und unterschiedlichen Basispreisen erzeugt werden. Der Anleger verkauft die Kaufoption mit dem kleineren Basispreis und kauft die Kaufoption mit dem größeren Basispreis. Ein Bear Spread kann auch durch zwei Verkaufsoptionen mit demselben Verfalldatum und unterschiedlichen Basispreisen erzeugt werden. In diesem Fall verkauft der Anleger den Put mit dem kleineren Basispreis und kauft den Put mit dem größeren Basispreis.

**12.3** *Wann empfiehlt es sich für einen Anleger, einen Butterfly Spread zu erwerben?*

**Lösung:**
Ein Butterfly Spread besteht aus einer Position in Optionen mit drei verschiedenen Basispreisen ($K_1$, $K_2$ und $K_3$). Ein Anleger sollte einen Butterfly Spread erwerben, wenn er denkt, dass der Preis des Underlyings wahrscheinlich nahe am mittleren Basispreis $K_2$ bleibt.

**12.4** *Kaufoptionen auf eine Aktie sind zu Basispreisen von 15 \$, $17\frac{1}{2}$ \$ und 20 \$ erhältlich und das Fälligkeitsdatum liegt in drei Monaten. Sie kosten 4 \$, 2 \$ bzw. $\frac{1}{2}$ \$. Erläutern Sie, wie die Optionen genutzt werden können, um das Auszahlungsprofil eines Butterfly Spread zu erzeugen. Erstellen Sie eine Tabelle, die zeigt, wie sich der Gewinn für den Butterfly Spread mit dem Aktienkurs ändert.*

**Lösung:**
Ein Anleger erzeugt einen Butterfly Spread durch den Kauf von Calls mit Basispreisen von 15 \$ und 20 \$ sowie den Verkauf von zwei Calls mit einem Basispreis von $17\frac{1}{2}$ \$. Das anfängliche Investment beträgt $4 + \frac{1}{2} - 2 \cdot 2 = \frac{1}{2}$ \$. Die folgende Tabelle zeigt die Veränderung des Gewinns in Abhängigkeit vom Aktienkurs bei Fälligkeit:

| **Aktienkurs $S_T$** | **Gewinn** |
|---|---|
| $S_T < 15$ | $-\frac{1}{2}$ |
| $15 < S_T < 17\frac{1}{2}$ | $(S_T - 15) - \frac{1}{2}$ |
| $17\frac{1}{2} < S_T < 20$ | $(20 - S_T) - \frac{1}{2}$ |
| $S_T > 20$ | $-\frac{1}{2}$ |

**12.5** *Welche Handelsstrategie erzeugt einen umgekehrten (reverse) Calendar Spread?*

**Lösung:**
Ein reverse Calendar Spread wird erzeugt durch den Kauf einer kurzlaufenden Option und den Verkauf einer langlaufenden Option, wobei beide Optionen denselben Basispreis haben.

**12.6** *Was ist der Unterschied zwischen einem Strangle und einem Straddle?*

**Lösung:**
Sowohl ein Straddle als auch ein Strangle entstehen durch die Kombination einer Long-Position in einem Call mit einer Long-Position in einem Put. Beim Straddle haben beide denselben Basispreis und das gleiche Verfalldatum. Bei einem Strangle weisen sie unterschiedliche Basispreise auf und haben das gleiche Verfalldatum.

**12.7** *Ein Call mit einem Basispreis von 50 \$ kostet 2 \$. Ein Put mit einem Basispreis von 45 \$ kostet 3 \$. Erläutern Sie, wie mit diesen beiden Optionen ein Strangle erstellt werden kann. Wie sieht das Gewinnprofil dieses Strangle aus?*

**Lösung:**
Ein Strangle wird erzeugt durch den Kauf beider Optionen. Das Gewinnprofil sieht wie folgt aus:

| Aktienkurs $S_T$ | Gewinn |
|---|---|
| $S_T < 45$ | $(45 - S_T) - 5$ |
| $45 < S_T < 50$ | $-5$ |
| $S_T > 50$ | $(S_T - 50) - 5$ |

**12.8** *Verwenden Sie die Put-Call-Parität, um die Anfangsinvestition für einen Bull Spread, der Kaufoptionen benutzt, mit der Anfangsinvestition für einen Bull Spread in Beziehung zu bringen, der Verkaufsoptionen verwendet.*

**Lösung:**
Das Gewinnprofil eines Bull Spread mit Kaufoptionen entspricht grundsätzlich dem Gewinnprofil eines Bull Spread mit Verkaufsoptionen (siehe Abbildungen 12.2 und 12.3 im Lehrbuch). $p_1$ und $c_1$ seien die Preise von Put und Call mit Basispreis $K_1$ und $p_2$, und $c_2$ seien die Preise von Put und Call mit Basispreis $K_2$. Gemäß der Put-Call-Parität gilt

$$p_1 + S = c_1 + K_1\,\mathrm{e}^{-rT}$$
$$p_2 + S = c_2 + K_2\,\mathrm{e}^{-rT}\,.$$

Folglich gilt:

$$p_1 - p_2 = c_1 - c_2 - (K_2 - K_1)\,\mathrm{e}^{-rT}\,.$$

Dies zeigt, dass die Anfangsinvestition des Spreads mit Verkaufsoptionen um $(K_2 - K_1)\,\mathrm{e}^{-rT}$ geringer ist als die Anfangsinvestition des Spreads mit Kaufoptionen. Tatsächlich ist, wie im Lehrbuch erwähnt, die Anfangsinvestition bei einem Bull Spread mit Verkaufsoptionen negativ, während die Anfangsinvestition bei einem Bull Spread mit Kaufoptionen positiv ist. Der Gewinn bei Verwendung von Kaufoptionen für den Bull Spread ist um $(K_2 - K_1)(1 - \mathrm{e}^{-rT})$ höher als bei einer Verwendung von Verkaufsoptionen. Dies spiegelt die Tatsache wider, dass die Call-Strategie ein zusätzliches risikoloses Investment in Höhe von $(K_2 - K_1)\,\mathrm{e}^{-rT}$ gegenüber der Put-Strategie erfordert. Darauf werden Zinsen in Höhe von $(K_2-K_1)\,\mathrm{e}^{-rT}(\mathrm{e}^{rT}-1) = (K_2-K_1)(1-\mathrm{e}^{-rT})$ verdient.

**12.9** *Erläutern Sie, wie ein aggressiver Bear Spread gebildet werden kann, der Verkaufsoptionen benutzt.*

**Lösung:**
Ein aggressiver Bull Spread mit Kaufoptionen wurde im Lehrbuch diskutiert. Beide verwendeten Optionen haben einen relativ hohen Basispreis. Entsprechend kann ein aggressiver Bear Spread mit Verkaufsoptionen gebildet werden. Beide Optionen sollten aus dem Geld liegen und daher relativ geringe Basispreise haben. Die Bildung des Spread ist dann mit sehr geringen Kosten verbunden, da beide Puts einen Wert nahe null aufweisen. In den

meisten Fällen wird der Spread eine Auszahlung von 0 bieten. Es besteht jedoch eine kleine Chance, dass der Aktienkurs so stark fällt, dass am Verfalltag beide Optionen im Geld liegen. Der Spread bietet dann eine Auszahlung in Höhe der Differenz der beiden Basispreise, $K_2 - K_1$.

**12.10** *Angenommen, Verkaufsoptionen auf eine Aktie mit Basispreisen von 30 $ und 35 $ kosten 4 $ bzw. 7 $. Wie können diese Optionen benutzt werden, um (a) einen Bull Spread und (b) einen Bear Spread zu erzeugen? Erstellen Sie eine Tabelle, die die Auszahlung und die Gewinne beider Spreads widergibt.*

**Lösung:**
Ein Bull Spread wird durch den Kauf des 30 $-Puts und den Verkauf des 35 $-Puts erzeugt. Die Strategie hat eine anfängliche Einzahlung von 3 $ zur Folge. Das Ergebnis der Strategie sieht wie folgt aus:

| Aktienkurs | Auszahlung | Gewinn |
|---|---|---|
| $S_T \geq 35$ | 0 | 3 |
| $30 \leq S_T < 35$ | $S_T - 35$ | $S_T - 32$ |
| $S_T < 30$ | $-5$ | $-2$ |

Ein Bear Spread wird durch den Verkauf des 30 $-Puts und den Kauf des 35 $-Puts erzeugt. Die Strategie weist anfängliche Kosten von 3 $ auf. Das Ergebnis der Strategie sieht wie folgt aus:

| Aktienkurs | Auszahlung | Gewinn |
|---|---|---|
| $S_T \geq 35$ | 0 | $-3$ |
| $30 \leq S_T < 35$ | $35 - S_T$ | $32 - S_T$ |
| $S_T < 30$ | 5 | 2 |

**12.11** *Zeigen Sie mithilfe der Put-Call-Parität, dass die Kosten eines mit europäischen Verkaufsoptionen gebildeten Butterfly Spread identisch mit den Kosten eines aus europäischen Kaufoptionen erstellten Butterfly Spread sind.*

**Lösung:**
$c_1$, $c_2$ und $c_3$ seien die Preise von Kaufoptionen mit den Basispreisen $K_1$, $K_2$ und $K_3$. $p_1$, $p_2$ und $p_3$ seien die Preise von Verkaufsoptionen mit den Basispreisen $K_1$, $K_2$ und $K_3$. Mit der üblichen Notation gilt

$$
\begin{aligned}
c_1 + K_1 \, e^{-rT} &= p_1 + S \\
c_2 + K_2 \, e^{-rT} &= p_2 + S \\
c_3 + K_3 \, e^{-rT} &= p_3 + S \, .
\end{aligned}
$$

Folglich gilt

$$c_1 + c_3 - 2c_2 + (K_1 + K_3 - 2K_2)\,\mathrm{e}^{-rT} = p_1 + p_3 - 2p_2\,.$$

Aus $K_2 - K_1 = K_3 - K_2$ folgt $K_1 + K_3 - 2K_2 = 0$ und

$$c_1 + c_3 - 2c_2 = p_1 + p_3 - 2p_2\,.$$

Die Kosten eines Butterfly Spread unter Verwendung europäischer Kaufoptionen sind deshalb genau so hoch wie die Kosten eines Butterfly Spread unter Verwendung europäischer Verkaufsoptionen.

**12.12** *Ein Call mit einem Basispreis von 60 \$ kostet 6 \$. Ein Put mit demselben Basispreis und Fälligkeitsdatum kostet 4 \$. Erstellen Sie eine Tabelle, die den Gewinn eines Straddle zeigt. Für welchen Bereich des Aktienkurses würde der Straddle zu einem Verlust führen?*

**Lösung:**
Ein Straddle wird durch den Kauf von Call und Put erzeugt. Die Strategie kostet 10 \$. Das Gewinn-/Verlustprofil zeigt folgende Tabelle:

| Aktienkurs | Auszahlung | Gewinn |
|---|---|---|
| $S_T > 60$ | $S_T - 60$ | $S_T - 70$ |
| $S_T \leq 60$ | $60 - S_T$ | $50 - S_T$ |

Der Straddle führt also zu einem Verlust, wenn der Aktienkurs bei Fälligkeit zwischen 50 \$ und 70 \$ liegt.

**12.13** *Erstellen Sie eine Tabelle, die die Auszahlung eines Bull Spread zeigt, wenn Verkaufsoptionen mit den Basispreisen $K_1$ und $K_2$ ($K_2 > K_1$) verwendet werden.*

**Lösung:**
Der Bull Spread wird durch den Kauf der Verkaufsoption mit Basispreis $K_1$ und den Verkauf der Verkaufsoption mit Basispreis $K_2$ erzeugt. Die Auszahlung wird wie folgt berechnet:

| Bereich des Aktienkurses | Auszahlung aus dem Long-Put | Auszahlung aus dem Short-Put | Gesamtauszahlung |
|---|---|---|---|
| $S_T \geq K_2$ | 0 | 0 | 0 |
| $K_1 < S_T < K_2$ | 0 | $S_T - K_2$ | $-(K_2 - S_T)$ |
| $S_T \leq K_1$ | $K_1 - S_T$ | $S_T - K_2$ | $-(K_2 - K_1)$ |

**12.14** *Ein Anleger glaubt, dass ein großer Sprung in einem Aktienkurs auftreten wird, ist sich aber über die Richtung unsicher. Bestimmen Sie sechs verschiedene Strategien, die der Anleger verfolgen kann, und erläutern Sie die Unterschiede zwischen ihnen.*

**Lösung:**
Mögliche Strategien sind:

- Strangle
- Straddle
- Strip
- Strap
- Reverse Calendar Spread
- Reverse Butterfly Spread

All diese Strategien bieten Gewinne bei großen Bewegungen im Aktienkurs. Ein Strangle kostet weniger als ein Straddle, erfordert aber für einen Gewinn eine größere Bewegung im Aktienkurs. Strips und Straps sind teurer als Straddles, bieten in bestimmten Fällen jedoch höhere Gewinne. Ein Strip liefert einen höheren Gewinn bei einem großen Kursrückgang der Aktie. Ein Strap liefert einen höheren Gewinn bei einem großen Kursanstieg der Aktie. Im Fall von Strangles, Straddles, Strips und Straps steigt der Gewinn mit der Höhe des Kurssprungs. Im Gegensatz dazu gibt es bei reverse Calendar Spreads und reverse Butterfly Spreads einen maximal möglichen Gewinn, unabhängig von der Höhe des Kurssprungs.

**12.15** *Wie kann aus Optionen ein Forward-Kontrakt auf eine Aktie mit einem bestimmten Abrechnungspreis und Liefertermin konstruiert werden?*

**Lösung:**
Angenommen der Abrechnungspreis beträgt $K$ und der Liefertermin $T$. Der Forward-Kontrakt wird erzeugt durch den Kauf einer europäischen Kaufoption und den Verkauf einer europäischen Verkaufsoption, wobei beide Optionen einen Basispreis von $K$ und ein Verfalldatum von $T$ haben. Dieses Portfolio bietet eine sichere Auszahlung von $S_T - K$, wobei $S_T$ den Aktienkurs zum Zeitpunkt $T$ angibt. Angenommen, $F_0$ ist der Forward-Kurs. Gilt $K = F_0$ besitzt der konstruierte Forward einen Wert von null. Dies zeigt, dass der Preis einer Kaufoption dem Preis einer Verkaufsoption entspricht, wenn der Basispreis $F_0$ beträgt.

**12.16** *„Ein Box Spread besteht aus vier Optionen. Aus zweien kann man die Long-Position in einem Forward-Kontrakt bilden, aus den beiden anderen die Short-Position in einem Forward-Kontrakt." Erläutern Sie diese Aussage.*

**Lösung:**
Ein Box Spread ist die Kombination aus Bull Spread mit Kaufoptionen und Bear Spread mit Verkaufsoptionen. Mit der Notation im Lehrbuch besteht er aus (a) einem Long-Call mit Basispreis $K_1$, (b) einem Short-Call mit Basispreis $K_2$, (c) einem Long-Put mit Basispreis $K_2$ und (d) einem Short-Put mit Basispreis $K_1$. (a) und (d) ergeben einen Long-Forward-Kontrakt mit Lieferpreis $K_1$. (b) und (c) ergeben einen Short-Forward-Kontrakt mit Lieferpreis $K_2$. Zusammen bieten beide Forward-Kontrakte eine Auszahlung von $K_2 - K_1$.

**12.17** *Welches Ergebnis erhält man, wenn in einem Strangle der Basispreis der Verkaufsoption höher als der Basispreis der Kaufoption ist?*

**Lösung:**
Das Ergebnis ist in Abbildung 12.1 dargestellt. Das Gewinnprofil aus einer Long-Position in einem Call und einem Put, wobei der Put den höheren Basispreis aufweist als der Call, entspricht weitgehend der Situation, in der der Call den höheren Basispreis aufweist als der Put. Im ersten Fall sind sowohl Anfangsinvestment als auch Auszahlung bei Fälligkeit deutlich höher.

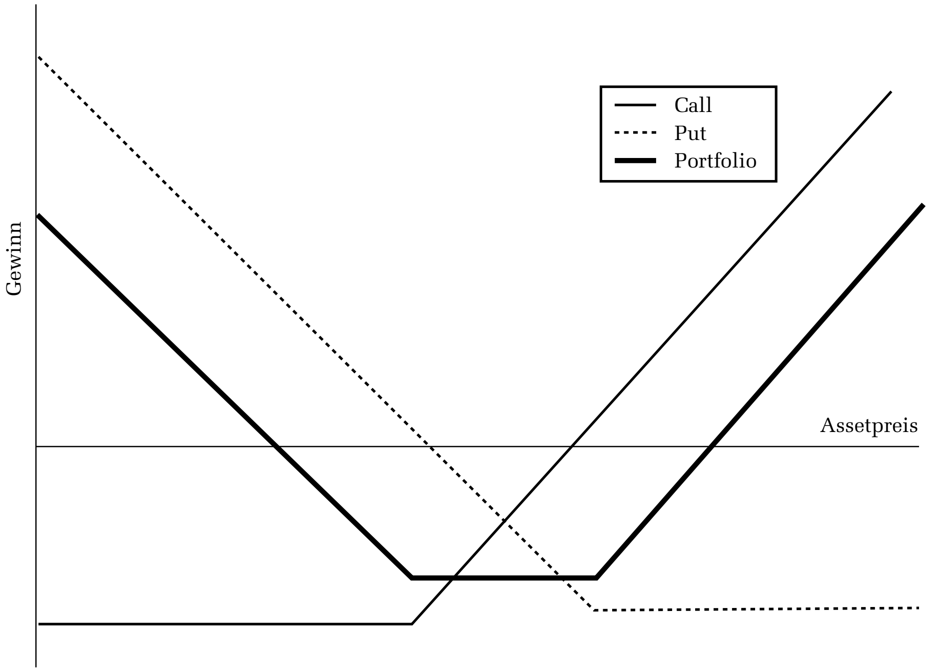


Abbildung 12.1: Gewinnprofil von Aufgabe 12.17