

GYMNASIUM

**MEHR
ERFAHREN**

SCHULAUFGABEN

Mathematik 10. Klasse

Bayern

HORST LAUTENSCHLAGER

STARK

Inhalt

Vorwort

Klassenarbeiten zum Themenbereich 1:

Kreiszahl π – Kreis und Kugel – Geometrische und funktionale Aspekte der Trigonometrie

1

Klassenarbeit 1

2

Flächeninhalte von Kreisringsektoren, Kreisen und Kreissegmenten; Laplace-Wahrscheinlichkeit; Radiusberechnung mithilfe des Satzes von Pythagoras; Länge von Kreisbögen; Zurückführen von Sinus- und Kosinuswerten sehr großer bzw. negativer Winkel auf solche von Winkeln im 1. Quadranten; Inhalt der Schnittfläche einer Kugel mit einer Ebene

Klassenarbeit 2

9

Volumina einer Kugel, einer Hohlkugel und einer „Kugelhaut“ berechnen; durch Vergleich von Quader- und Zylindervolumina Kreiszahl π berechnen; Kosinuswerte sehr großer Winkel auf solche kleiner Winkel zurückführen; Periodizität eines trigonometrischen Terms nachweisen; Winkel- und Längenberechnung mit Kosinus-, Sinus- und Winkelsummsatz

Klassenarbeit 3

16

Sinus- und Kosinuswerte der Größe nach ordnen; Flächeninhalte von Kreissegmenten und -sektoren; Länge von Kreisbögen; Graph einer allgemeinen Kosinusfunktion mittels gegebener Stauchungs-, Dehnungs-, Verschiebungs- und Spiegelungsparameter zeichnen; Ableiten der Stauchungs-, Dehnungs- und Verschiebungsparameter einer allgemeinen Kosinusfunktion aus ihrem Graphen

Klassenarbeit 4

24

Winkelberechnung mit Sinusdefinition; Flächeninhalte von Kreissektoren und Dreiecken; Inhalte überlappender Viertelkreisflächen mit Rechteckfläche vergleichen; Winkel- und Längenberechnung mit Kosinus-, Sinus- und Winkelsummsatz; Graph einer verschobenen Sinusfunktion zeichnen und damit trigonometrische Ungleichung lösen

Klassenarbeit 5

29

Begriffsdefinition: Groß- und Kleinkreis; kleinste Entfernung zwischen zwei Orten auf der Erdoberfläche berechnen; Längen von Parallelogrammdiagonalen mithilfe des Kosinussatzes berechnen; Umfang und Flächeninhalt von Viertelkreissegmenten vergleichen; Parameter, Periode, Wertemenge und Nullstellen einer allgemeinen Sinusfunktion ermitteln, ihren Graphen zeichnen und den Funktionsterm mithilfe des Kosinus darstellen

Klassenarbeit 6

37

Umfangvergleich zwischen flächengleichem Rechteck und Kreissektor; Überprüfung ähnlich aufgebauter allgemeiner Sinus- und Kosinusfunktionsterme auf Identität ihrer Graphen; Vergleich von Funktionswert und Argument der Sinusfunktion am Einheitskreis; Winkel- und Längenberechnung mittels Sinusdefinition, Sinus- und Winkelsummsatz

Klassenarbeit 7

44

Winkel von Kreissektoren; Sinus- und Kosinuswerte von Winkeln, die nicht im 1. Quadranten liegen; Diagonale eines Quadrats; Berechnung von π durch Vergleich von Kreis- und Quadratfläche; Flächeninhalte von Kreissektoren und Dreiecken; Aufstellen eines sinusförmigen Funktionsterms zu vorgegebener Werte- und Nullstellenmenge

Klassenarbeiten zum Themenbereich 2: Exponentielles Wachstum und Logarithmen – Zusammengesetzte Zufallsexperimente	51
Klassenarbeit 8	52
<p>Vierfeldertafel ergänzen; bedingte Wahrscheinlichkeiten berechnen; Baumdiagramme zu vorgegebener Vierfeldertafel erstellen; Funktionsterm zu radioaktivem Zerfall aufstellen; Halbwertszeit, prozentuale Abnahme pro Zeiteinheit und „Population“ nach Ablauf einer Zeitspanne berechnen; Graphen zweier Exponentialfunktionen zeichnen; grafische und rechnerische Lösung einer Exponentialgleichung; Basis, Argument und Wert von Logarithmustrermen der Größe nach ordnen</p>	
Klassenarbeit 9	59
<p>Funktionsterm zu unbeschränkt exponentiellem Bakterienwachstum aufstellen; Population nach Ablauf einer Zeitspanne und „Verdreifachungszeit“ berechnen; bedingte Wahrscheinlichkeiten; Exponentialgleichung durch Logarithmieren bzw. durch Exponentenvergleich lösen; Basistransformationsformel; Argument bzw. Basis eines Logarithmustrerms berechnen; Graphen von Exponentialfunktionen vorgegebenen Funktionstermen zuordnen</p>	
Klassenarbeit 10	66
<p>Logarithmustrerme ohne Taschenrechner vereinfachen; Graph einer unbeschränkt exponentiellen Abnahme zeichnen; grafische und rechnerische Lösung einer Exponentialgleichung; Abnahmekonstante aus vorgegebener Halbwertsspanne berechnen; Lösung einer Exponentialgleichung durch Substitution; Vierfeldertafel zu vorgegebenem Baumdiagramm erstellen und umgekehrt</p>	
Klassenarbeit 11	74
<p>Logarithmusgleichung lösen; Logarithmustrerme auf gemeinsame Basis umformen; Graph einer verschobenen Exponentialfunktion zeichnen; Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen; x-Koordinate eines Punktes auf dem Graphen ermitteln; Spiegelung des Graphen an der Geraden $y = x$; Vierfeldertafel mit absoluten Häufigkeiten erstellen; positiver bzw. negativer Ausgang eines Tests unter bestimmten Bedingungen</p>	
Klassenarbeit 12	81
<p>Funktionsterm zu unbeschränkt exponentiellem Wachstum aufstellen, Funktionswerte und -argumente berechnen; Vergleich mit linearem Wachstum; Dreisatz; Kugelradius bei vorgegebenem Kugelvolumen berechnen; Exponentialgleichung durch Logarithmieren lösen; grafische Lösung einer transzendenten Gleichung; Randomized-Response-Aufgabe</p>	
Klassenarbeit 13	87
<p>Funktionswerte eines unbegrenzt exponentiellen Wachstums durch Überlegung finden und zugehörigen Funktionsterm aufstellen; Logarithmustrerme mit Rechenregeln umformen; logarithmische Gleichung durch Delogarithmieren lösen; reinkubische Gleichung lösen; Baumdiagramm zu zweistufigem Zufallsexperiment zeichnen und (bedingte) Wahrscheinlichkeiten berechnen; Funktionsterm zu gegebenem Graph einer Exponentialfunktion ermitteln und Nullstellen berechnen</p>	

Klassenarbeiten zum Themenbereich 3: Graphen ganzrationaler Funktionen – Vertiefen der Funktionenlehre	95
Klassenarbeit 14	96
Funktionen rechnerisch auf Punkt- oder Achsensymmetrie überprüfen; ganzrationale Funktion: Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Verhalten im Unendlichen, Felder abstreichen und Graph skizzieren; einem gegebenen Graphen passenden Funktionsterm zuordnen; gebrochenrationale Funktion: Verhalten im Unendlichen und Asymptote, Höchstdifferenz zwischen Funktions- und Grenzwert in Abhängigkeit vom Argument, Streckung und Verschiebung einer Potenzfunktion, Wertemenge	
Klassenarbeit 15	102
Funktionsterm einer ganzrationalen Funktion 3. Grades anhand ihrer Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen aufstellen, Felder abstreichen und Graph skizzieren; kubische Gleichungen durch Ausklammern bzw. Polynomdivision lösen; Grenzwertberechnung für $x \rightarrow \pm\infty$; Funktionsterme zu verschobenen und gespiegelten Graphen von Potenzfunktionen aufstellen	
Klassenarbeit 16	108
Beispiele für Funktionen mit vorgegebenem Verhalten im Unendlichen angeben; Graph einer Potenzfunktion verschieben bzw. spiegeln; grafische und rechnerische Lösung einer kubischen Gleichung; Definitionsmengen von Funktionen bestimmen und Symmetrieverhalten rechnerisch untersuchen; Funktionsterme zu Graphen verschobener und gespiegelter Exponentialfunktionen aufstellen; Funktionsterm einer ganzrationalen Funktion 3. Grades anhand ihrer Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen aufstellen	
Klassenarbeit 17	115
Widerlegen von allgemeinen Aussagen über das Verhalten von Funktionen im Unendlichen durch Gegenbeispiele; Untersuchung der Änderungen bestimmter Eigenschaften einer gegebenen Funktion bei Änderungen des Funktionsterms; Funktionsterm einer ganzrationalen Funktion 4. Grades aus Symmetrieeigenschaften und den Schnittpunkten mit den Koordinatenachsen aufstellen; Symmetrie und Verhalten im Unendlichen einer Differenz von Exponentialfunktionen	
Klassenarbeit 18	122
Schnittpunkte zweier Polynome 3. Grades berechnen; Funktionsterm einer ganzrationalen Funktion aufstellen, die durch Verschiebung und Spiegelung aus einer gegebenen Funktion hervorgeht; Definitionsmengen einfacher Wurzelausdrücke mit Parameter bestimmen; Verhalten einer Schar rationaler Funktionen im Unendlichen (Fallunterscheidung)	
Klassenarbeit 19	127
Funktionsterm einer ganzrationalen Funktion bestätigen, die durch Spiegelung, Verschiebung und Stauchung aus einer gegebenen Funktion hervorgeht; Aussagen über die Exponenten von Potenzfunktionen mit bekannten Eigenschaften treffen; Schnittpunkte zweier Polynome 2. und 3. Grades; Nachweis, dass 3 gegebene Punkte nicht auf einer Geraden liegen; Dehnungen und Stauchungen an gegebenen Funktionsgraphen erkennen	
Klassenarbeit 20	132
Aussagen über die Exponenten von Potenzfunktionen mit bekannten Eigenschaften; Grenzwertberechnung für $x \rightarrow \pm\infty$; gemeinsamen Punkt und Kurve der Scheitelpunkte einer Schar quadratischer Funktionen ermitteln; Parameterbestimmung und Lage einer nach unten offenen Parabel zu einer Geradenschar	

Autor: Horst Lautenschlager

Inhalt

Vorwort

Klassenarbeiten zum Themenbereich 1: Kreiszahl π – Kreis und Kugel – Geometrische und funktionale Aspekte der Trigonometrie	1
Klassenarbeit 1	2
Flächeninhalte von Kreisringsektoren, Kreisen und Kreissegmenten; Laplace-Wahrscheinlichkeit; Radiusberechnung mithilfe des Satzes von Pythagoras; Länge von Kreisbögen; Zurückführen von Sinus- und Kosinuswerten sehr großer bzw. negativer Winkel auf solche von Winkeln im 1. Quadranten; Inhalt der Schnittfläche einer Kugel mit einer Ebene	
Klassenarbeit 2	9
Volumina einer Kugel, einer Hohlkugel und einer „Kugelhaut“ berechnen; durch Vergleich von Quader- und Zylindervolumina Kreiszahl π berechnen; Kosinuswerte sehr großer Winkel auf solche kleiner Winkel zurückführen; Periodizität eines trigonometrischen Terms nachweisen; Winkel- und Längenberechnung mit Kosinus-, Sinus- und Winkelsummensatz	
Klassenarbeit 3	16
Sinus- und Kosinuswerte der Größe nach ordnen; Flächeninhalte von Kreissegmenten und -sektoren; Länge von Kreisbögen; Graph einer allgemeinen Kosinusfunktion mittels gegebener Stauchungs-, Dehnungs-, Verschiebungs- und Spiegelungsparameter zeichnen; Ablesen der Stauchungs-, Dehnungs- und Verschiebungsparameter einer allgemeinen Kosinusfunktion aus ihrem Graphen	
Klassenarbeit 4	24
Winkelberechnung mit Sinusdefinition; Flächeninhalte von Kreissektoren und Dreiecken; Inhalte überlappender Viertelkreisflächen mit Rechteckfläche vergleichen; Winkel- und Längenberechnung mit Kosinus-, Sinus- und Winkelsummensatz; Graph einer verschobenen Sinusfunktion zeichnen und damit trigonometrische Ungleichung lösen	
Klassenarbeit 5	29
Begriffsdefinition: Groß- und Kleinkreis; kleinste Entfernung zwischen zwei Orten auf der Erdoberfläche berechnen; Längen von Parallelogrammdiagonalen mithilfe des Kosinussatzes berechnen; Umfang und Flächeninhalt von Viertelkreissegmenten vergleichen; Parameter, Periode, Wertemenge und Nullstellen einer allgemeinen Sinusfunktion ermitteln, ihren Graphen zeichnen und den Funktionsterm mithilfe des Kosinus darstellen	
Klassenarbeit 6	37
Umfangvergleich zwischen flächengleichem Rechteck und Kreissektor; Überprüfung ähnlich aufgebauter allgemeiner Sinus- und Kosinusfunktionsterme auf Identität ihrer Graphen; Vergleich von Funktionswert und Argument der Sinusfunktion am Einheitskreis; Winkel- und Längenberechnung mittels Sinusdefinition, Sinus- und Winkelsummensatz	
Klassenarbeit 7	44
Winkel von Kreissektoren; Sinus- und Kosinuswerte von Winkeln, die nicht im 1. Quadranten liegen; Diagonale eines Quadrats; Berechnung von π durch Vergleich von Kreis- und Quadratfläche; Flächeninhalte von Kreissektoren und Dreiecken; Aufstellen eines sinusförmigen Funktionsterms zu vorgegebener Werte- und Nullstellenmenge	

Klassenarbeiten zum Themenbereich 2: Exponentielles Wachstum und Logarithmen – Zusammengesetzte Zufallsexperimente	51
Klassenarbeit 8	52
Vierfeldertafel ergänzen; bedingte Wahrscheinlichkeiten berechnen; Baumdiagramme zu vorgegebener Vierfeldertafel erstellen; Funktionsterm zu radioaktivem Zerfall aufstellen; Halbwertszeit, prozentuale Abnahme pro Zeiteinheit und „Population“ nach Ablauf einer Zeitspanne berechnen; Graphen zweier Exponentialfunktionen zeichnen; grafische und rechnerische Lösung einer Exponentialgleichung; Basis, Argument und Wert von Logarithmustrermen der Größe nach ordnen	
Klassenarbeit 9	59
Funktionsterm zu unbeschränkt exponentiellem Bakterienwachstum aufstellen; Population nach Ablauf einer Zeitspanne und „Verdreifachungszeit“ berechnen; bedingte Wahrscheinlichkeiten; Exponentialgleichung durch Logarithmieren bzw. durch Exponentenvergleich lösen; Basistransformationsformel; Argument bzw. Basis eines Logarithmustrerms berechnen; Graphen von Exponentialfunktionen vorgegebenen Funktionstermen zuordnen	
Klassenarbeit 10	66
Logarithmustrerme ohne Taschenrechner vereinfachen; Graph einer unbeschränkt exponentiellen Abnahme zeichnen; grafische und rechnerische Lösung einer Exponentialgleichung; Abnahmekonstante aus vorgegebener Halbwertsspanne berechnen; Lösung einer Exponentialgleichung durch Substitution; Vierfeldertafel zu vorgegebenem Baumdiagramm erstellen und umgekehrt	
Klassenarbeit 11	74
Logarithmusgleichung lösen; Logarithmustrerme auf gemeinsame Basis umformen; Graph einer verschobenen Exponentialfunktion zeichnen; Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen; x-Koordinate eines Punktes auf dem Graphen ermitteln; Spiegelung des Graphen an der Geraden $y = x$; Vierfeldertafel mit absoluten Häufigkeiten erstellen; positiver bzw. negativer Ausgang eines Tests unter bestimmten Bedingungen	
Klassenarbeit 12	81
Funktionsterm zu unbeschränkt exponentiellem Wachstum aufstellen, Funktionswerte und -argumente berechnen; Vergleich mit linearem Wachstum; Dreisatz; Kugelradius bei vorgegebenem Kugelvolumen berechnen; Exponentialgleichung durch Logarithmieren lösen; grafische Lösung einer transzendenten Gleichung; Randomized-Response-Aufgabe	
Klassenarbeit 13	87
Funktionswerte eines unbegrenzt exponentiellen Wachstums durch Überlegung finden und zugehörigen Funktionsterm aufstellen; Logarithmustrerme mit Rechenregeln umformen; logarithmische Gleichung durch Delogarithmieren lösen; reinkubische Gleichung lösen; Baumdiagramm zu zweistufigem Zufallsexperiment zeichnen und (bedingte) Wahrscheinlichkeiten berechnen; Funktionsterm zu gegebenem Graph einer Exponentialfunktion ermitteln und Nullstellen berechnen	

Klassenarbeiten zum Themenbereich 3: Graphen ganzrationaler Funktionen – Vertiefen der Funktionenlehre	95
Klassenarbeit 14	96
Funktionen rechnerisch auf Punkt- oder Achsensymmetrie überprüfen; ganzrationale Funktion: Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Verhalten im Unendlichen, Felder abstreichen und Graph skizzieren; einem gegebenen Graphen passenden Funktionsterm zuordnen; gebrochenrationale Funktion: Verhalten im Unendlichen und Asymptote, Höchstdifferenz zwischen Funktions- und Grenzwert in Abhängigkeit vom Argument, Streckung und Verschiebung einer Potenzfunktion, Wertemenge	
Klassenarbeit 15	102
Funktionsterm einer ganzrationalen Funktion 3. Grades anhand ihrer Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen aufstellen, Felder abstreichen und Graph skizzieren; kubische Gleichungen durch Ausklammern bzw. Polynomdivision lösen; Grenzwertberechnung für $x \rightarrow \pm\infty$; Funktionsterme zu verschobenen und gespiegelten Graphen von Potenzfunktionen aufstellen	
Klassenarbeit 16	108
Beispiele für Funktionen mit vorgegebenem Verhalten im Unendlichen angeben; Graph einer Potenzfunktion verschieben bzw. spiegeln; grafische und rechnerische Lösung einer kubischen Gleichung; Definitionsmengen von Funktionen bestimmen und Symmetrieverhalten rechnerisch untersuchen; Funktionsterme zu Graphen verschobener und gespiegelter Exponentialfunktionen aufstellen; Funktionsterm einer ganzrationalen Funktion 3. Grades anhand ihrer Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen aufstellen	
Klassenarbeit 17	115
Widerlegen von allgemeinen Aussagen über das Verhalten von Funktionen im Unendlichen durch Gegenbeispiele; Untersuchung der Änderungen bestimmter Eigenschaften einer gegebenen Funktion bei Änderungen des Funktionsterms; Funktionsterm einer ganzrationalen Funktion 4. Grades aus Symmetrieeigenschaften und den Schnittpunkten mit den Koordinatenachsen aufstellen; Symmetrie und Verhalten im Unendlichen einer Differenz von Exponentialfunktionen	
Klassenarbeit 18	122
Schnittpunkte zweier Polynome 3. Grades berechnen; Funktionsterm einer ganzrationalen Funktion aufstellen, die durch Verschiebung und Spiegelung aus einer gegebenen Funktion hervorgeht; Definitionsmengen einfacher Wurzelausdrücke mit Parameter bestimmen; Verhalten einer Schar rationaler Funktionen im Unendlichen (Fallunterscheidung)	
Klassenarbeit 19	127
Funktionsterm einer ganzrationalen Funktion bestätigen, die durch Spiegelung, Verschiebung und Stauchung aus einer gegebenen Funktion hervorgeht; Aussagen über die Exponenten von Potenzfunktionen mit bekannten Eigenschaften treffen; Schnittpunkte zweier Polynome 2. und 3. Grades; Nachweis, dass 3 gegebene Punkte nicht auf einer Geraden liegen; Dehnungen und Stauchungen an gegebenen Funktionsgraphen erkennen	
Klassenarbeit 20	132
Aussagen über die Exponenten von Potenzfunktionen mit bekannten Eigenschaften; Grenzwertberechnung für $x \rightarrow \pm\infty$; gemeinsamen Punkt und Kurve der Scheitelpunkte einer Schar quadratischer Funktionen ermitteln; Parameterbestimmung und Lage einer nach unten offenen Parabel zu einer Geradenschar	

Autor: Horst Lautenschlager

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

die Inhalte des Mathematikunterrichts im achtjährigen Gymnasium werden in allen Jahrgangsstufen den vier Themensträngen „Zahlen“, „Funktionen“, „Geometrie“ und „Stochastik“ zugeordnet. Zentrale Themenbereiche in der 10. Jahrgangsstufe sind:

	Zahlen	Funktionen	Geometrie	Stochastik
Themenbereich 1	Kreiszahl π	funktionale Aspekte der Trigonometrie	Kreis; Kugel; geometrische Aspekte der Trigonometrie	
Themenbereich 2		exponentielles Wachstum und Logarithmen		zusammengesetzte Zufallsexperimente
Themenbereich 3		Graphen ganzrationaler Funktionen; Vertiefen der Funktionenlehre		

Gleichmäßig übers Schuljahr verteilt werden von dir aus diesen Stoffgebieten 3 Klassenarbeiten gefordert. Dieses Buch hilft dir bei der Vorbereitung auf diese Prüfungen, indem es dir ermöglicht, individuelle Schwachstellen und Kenntnislücken rasch und gezielt aufzudecken und effektiv zu beseitigen.

- Dazu bietet es dir für jeden der vier Themenbereiche sorgfältig konzipierte, normierte Klassenarbeiten mit **ausführlichen, kommentierten Lösungen**.
- Sollte dir der Einstieg in eine Aufgabe schwer fallen, helfen dir die **Hinweise und Tipps**, die du nach jeder Klassenarbeit noch vor den Lösungen findest, dennoch selbstständig den richtigen Ansatz zu finden.
- Die **Gesamtbearbeitungszeit** beträgt für jede Klassenarbeit 45 Minuten. Anhand der Zeitangaben kannst du bei jeder Teilaufgabe überprüfen, ob dein individuelles Arbeitstempo den Erwartungen entspricht.

- Bei jeder Klassenarbeit können maximal 30 **Bewertungseinheiten** erreicht werden. Deine Leistung kannst du, wenn du willst, mithilfe der von dir erreichten Bewertungseinheiten mit folgendem Schlüssel in eine Note umrechnen.

Notenschlüssel					
Note 1	Note 2	Note 3	Note 4	Note 5	Note 6
30,0–26,0	25,5–21,5	21,0–17,0	16,5–12,0	11,5–6,0	5,5–0

- Die Zahl der „Nüsse“ im Lösungsteil informiert dich über den **Schwierigkeitsgrad** der Aufgaben:

 einfach
 mittel
 schwer

- Die **Merkhilfe** für Mathematik, auf die in den Lösungen bei Formeln und Regeln verwiesen wird, findest du im Internet auf den Seiten des bayerischen Staatsinstituts für Schulqualität und Bildungsforschung (www.isb.bayern.de) unter den Materialien.

Bei einer gewissenhaften Arbeit mit diesem Buch kannst du deinen aktuellen Leistungsstand rasch realistisch einschätzen. Wenn du dann durch konsequente Nacharbeit den festgestellten Mängeln begegnest, hast du die wesentlichen Schritte auf dem Weg zu besseren Mathematiknoten gemacht.

Ich wünsche dir viel Erfolg!

Horst Lautenschlager

Horst Lautenschlager



© **STARK Verlag**

www.stark-verlag.de

info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH ist urheberrechtlich international geschützt. Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung des Rechteinhabers in irgendeiner Form verwertet werden.

STARK